



2018

# 하이브리드 전기차의 성능 분석

김남욱, 이웅, 송승민 (한양대학교 기계공학과)  
2018.04.26

# Contents

|                                           |    |
|-------------------------------------------|----|
| 1. 복합 유성기어 시스템의 효율 분석 .....               | 4  |
| 1.1 복합 유성 기어 시스템의 구성                      |    |
| 1.2 복합 유성 기어 시스템의 해석                      |    |
| 1.2.1 Lever analogy를 이용한 시스템의 해석          |    |
| 1.2.2 하이브리드 모드 및 엔진 모드 효율                 |    |
| 1.3 시스템 작동 분석                             |    |
| 1.3.1 $\gamma_s$ 와 모터의 작동 영역 분석           |    |
| 1.3.2 임계 하이브리드 상수 $k_c$                   |    |
| 1.3.3 전환 변속비와 효율 분석                       |    |
| 2. 듀얼 모드 하이브리드 시스템의 성능 평가 .....           | 8  |
| 2.1 듀얼 모드 하이브리드 시스템의 구성                   |    |
| 2.1.1 복합 유성 기어 시스템                        |    |
| 2.2 시스템 작동 상수 정의                          |    |
| 2.2.1 시스템을 대표할 수 있는 상수 설정                 |    |
| 2.3 시스템의 성능 평가                            |    |
| 2.3.1 가속 성능 평가                            |    |
| 2.3.2 연비 성능 평가                            |    |
| 3. 고정 변속비를 구현하는 다중 모드 하이브리드 시스템 .....     | 11 |
| 3.1 고정 변속비를 가지는 다중 모드 하이브리드 시스템의 도입       |    |
| 3.1.1 이상적인 하이브리드 시스템                      |    |
| 3.1.2 다중 모드 하이브리드 기대 효과                   |    |
| 3.2 기존 동력 전달 시스템                          |    |
| 3.2.1 고정 변속비를 가지는 변속 시스템                  |    |
| 3.2.2 듀얼 모드 하이브리드 시스템                     |    |
| 3.3 다중 모드 하이브리드 시스템의 구성 및 작동              |    |
| 3.3.1 구현 가능한 다중 모드 시스템                    |    |
| 4. 개발 가능한 하이브리드 시스템의 구조 및 최대 성능 산출 .....  | 15 |
| 4.1 구성 가능한 HEV의 구조 수집 및 장단점 비교            |    |
| 4.2 개발 가능한 하이브리드 구조의 상세 분석                |    |
| 4.3 최대 연비 산출 알고리즘                         |    |
| 4.4 복합 유성 기어 시스템                          |    |
| 4.4.1 복합 유성 기어의 구성                        |    |
| 4.4.2 기어비를 적용한 작동점 구성                     |    |
| 5. 하이브리드 동력 전달계 해석 .....                  | 17 |
| 5.1 동력 전달계 구성                             |    |
| 5.2 듀얼 모드 하이브리드의 모드 변환                    |    |
| 5.3 모드 전환 상수                              |    |
| 5.4 동력 전달 시스템 해석 결과                       |    |
| 5.5 복합 유성기어를 이용한 듀얼모드 하이브리드 자동차의 가속성능 최적화 |    |
| 5.6 최적화 이론의 적용 및 해석                       |    |

|                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------|----|
| 6. 하이브리드 연비 해석을 위한 최적화 기법 .....                                        | 21 |
| 6.1 연비 최적화의 해석적 접근                                                     |    |
| 6.1.1 하이브리드 시스템의 해석 조건                                                 |    |
| 6.1.2 하이브리드 시스템의 해석                                                    |    |
| 6.1.3 연비 최적화의 해석적인 이해                                                  |    |
| 6.2 DP를 이용한 경로 최적화                                                     |    |
| 6.2.1 DP(Dynamic Programming)                                          |    |
| 6.2.2 DP의 작동원리                                                         |    |
| 6.2.3 DP 해석 기법                                                         |    |
| 6.3 DP를 이용한 프로그램의 구성                                                   |    |
| 6.3.1 경로 선택 알고리즘                                                       |    |
| 6.3.2 연비 테이블의 구성                                                       |    |
| 7. Pontryagin's Minimum Principle(PMP)를 이용한 하이브리드 전기차의 주행 제어 최적화 ..... | 25 |
| 7.1 Confined-Optimal Operating Line                                    |    |
| 7.1.1 해석 대상 하이브리드 시스템                                                  |    |
| 7.1.2 엔진 작동점의 국소 최적화                                                   |    |
| 7.2 Optimal Control                                                    |    |
| 7.2.1 최적화 문제의 정의                                                       |    |
| 7.2.2 Dynamic Programming(DP)                                          |    |
| 7.2.3 Pontryagin's Minimum Principle(PMP)                              |    |
| 7.2.4 하이브리드 최적 제어 문제의 특징                                               |    |
| 7.3 PMP기반의 해석 시뮬레이션                                                    |    |
| 8. 하이브리드 주행 제어 최적화를 위한 Backward Simulator의 개발 .....                    | 29 |
| 8.1 Optimal control theory                                             |    |
| 8.1.1 하이브리드 연비 최적화                                                     |    |
| 8.2 Backward Simulator의 구성                                             |    |
| 8.2.1 시뮬레이터의 구성 개념                                                     |    |
| 8.2.2 시뮬레이터 OC_SIM                                                     |    |
| 9. Reference .....                                                     | 32 |

# 1. 복합 유성기어 시스템의 효율 분석

## 1.1 복합 유성 기어 시스템의 구성

복합 유성 기어 시스템은 기존의 THS(Toyota Hybrid System)와 비슷한 구조를 가지고 있으나 추가적인 유성 기어열을 사용하여 시스템 구성 자유도를 향상시킴으로써 동력 전달 효율을 증대하고자 하는 시스템이다.

Fig. 1은 첫 번째 유성 기어의 캐리어와 두 번째 유성 기어의 선기어, 첫 번째 유성 기어의 선기어와 두 번째 유성 기어의 캐리어가 연결되어 4 개의 작동점을 가지는 복합 유성 기어 시스템을 구성한 예다. 각 작동점에 엔진, 두 개의 모터, 동력 전달계 출력축을 연결하여 동력 전달 시스템을 구성할 수 있으며 이는 일반적으로 다음 Fig. 2 와 같이 Lever 로 표현하여 해석할 수 있다.

Fig. 2에서 '0'의 위치에 존재하는 output은 동력 전달계의 출력축, '1'의 위치는 엔진축,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 모터 A와 모터 B에 연결되는 축의 상대적인 위치를 나타내고 있다.  $S_0, S_1, S_a, S_b$ 와  $T_0, T_1, T_a, T_b$ 는 출력축, 엔진, 모터 A, 모터 B의 속도와 토크를 나타내고 있다. 엔진의 위치를 1, 출력축의 위치를 0으로 가정하고 각 모터의 위치를  $\alpha$ 와  $\beta$ 로 무차원화 할 때, 실제 동력원이 레버 상에 직결되어 작동하는 것으로 해석하였다.

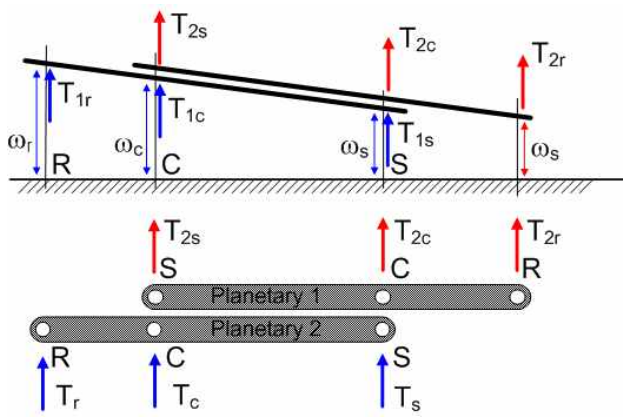


Fig. 1 Compound planetary gear sets

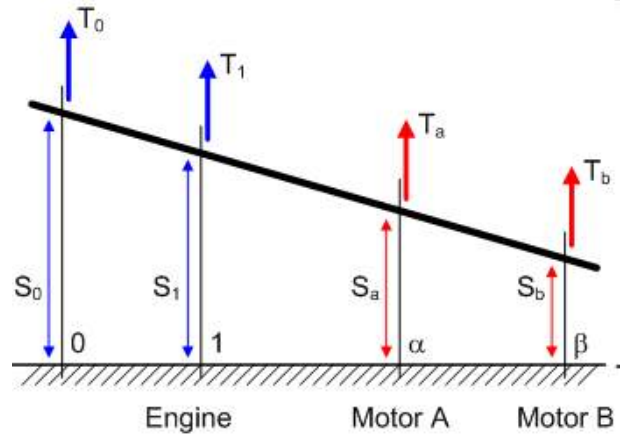


Fig. 2 Lever analogy for compound systems

## 1.2 복합 유성 기어 시스템의 해석

앞서 정의된 상수를 바탕으로 복합 유성 기어 시스템으로 구성된 동력 전달 시스템의 동력 전달 효율을 구할 수 있다.

### 1.2.1 Lever analogy를 이용한 시스템 해석

각 동력원의 상대적인 위치를 0,1, $\alpha$ , $\beta$ 를 이용하여 레버의 모멘트 및 힘의 평형에 관한 관계식 (1), (2)을 구성하고 속도 구속 조건에 의해 다음 식 (3), (4)을 얻을 수 있다. 또한 각 동력원의 동력량도 식 (5)과 같이 정의할 수 있다.

$$T_0 + T_1 + T_a + T_b = 0, \quad T_1 + \alpha T_a + \beta T_b = 0 \quad (1), (2)$$

$$S_a = (S_1 - S_0)\alpha + S_0, \quad S_b = (S_1 - S_0)\beta + S_0 \quad (3), (4)$$

$$P_i = T_i \times S_i \quad (i = 0, 1, \alpha, \beta) \quad (5)$$

식 (5)에 배터리의 동력량을 나타내는 지수  $k$ 를 도입하고,  $k$ 를 이용하여 배터리의 동력 보조가 시스템의 특성에 미치는 영향을 분석할 수 있다. 동력 전달 시스템의 변속비를  $\gamma$ 로 정의하고, 엔진에 정규화 된  $S'_0, S'_1, S'_a, S'_b, T'_0, T'_1, T'_a, T'_b$ 의 관계식을 얻을 수 있다.

$$P_i = k \times T_i \times S_i \quad (i = 0, 1, \alpha, \beta) \quad (6)$$

$$\gamma = S_1 / S_0 \quad (7)$$

$$T'_0 + 1 + T'_a + T'_b = 0, \quad 1 + \alpha T'_a + \beta T'_b = 0 \quad (8), (9)$$

$$S'_a = (1 - \frac{1}{\gamma})\alpha + \frac{1}{\gamma}, \quad S'_b = (1 - \frac{1}{\gamma})\beta + \frac{1}{\gamma} \quad (10), (11)$$

여기에 각 작동점의 토크 값을 얻기 위해서는 추가적인 평형식을 고려해야 한다.

$$\eta_a \times T'_a \times S'_a + \eta_b \times T'_b \times S'_b = k \quad (12)$$

위의 식 (12)에서 각 효율은 다음 식 (13)으로 정의 된다.

$$\eta_i = \begin{cases} P_i > 0; & \frac{1}{\eta_{motoring}} \\ P_i < 0; & \frac{1}{\eta_{generating}} \end{cases} \quad (i = a, b) \quad (13)$$

식 (8)~(13)을 만족하는 작동점을 해석하면 시스템의 동력 전달 효율을 얻을 수 있다.

제시된 식 (9)~(12)는 엔진에 대한 무차원화 된 각 동력원의 속도와 토크 특성을 나타내고 있다. 이를 이용하여 작동점  $\alpha, \beta$ 에 작용하는 토크 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있고, 변속비  $\gamma_a, \gamma_b, \gamma_s$ 를 정의할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \eta_a \times S_a' & \eta_b \times S_b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_a' \\ T_b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ k \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\gamma_a = 1 - \frac{1}{\alpha}, \quad \gamma_b = 1 - \frac{1}{\beta}, \quad \gamma_s = 1 + \frac{\alpha\eta_b - \beta\eta_a}{\alpha\beta(\eta_a - \eta_b)} \quad (15), (16), (17)$$

위 식을 이용하여 토크  $T_0', T_a', T_b'$ 를 얻고 변속비를 이용하여 출력축의 동력 및 시스템의 효율을 얻을 수 있다.

$$T_0' = -1 - \frac{\frac{\eta_b}{\alpha}(\gamma - \gamma_b) - \frac{\eta_a}{\beta}(\gamma - \gamma_a) + k\gamma(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta})}{(\eta_a - \eta_b) \times (\gamma - \gamma_a)} \quad (18)$$

또한 시스템을 구성하는 엔진과 배터리를 동등한 동력원으로 가정하고 복합 유성 기어 시스템의 동력 전달 효율을 출력축 동력과 동력원의 공급 동력의 비로 정의하면 다음과 같다.

$$eff_{system} = \frac{P_{output}}{P_{engine} + P_{battery}} \quad (19)$$

배터리의 충전 상태에 따라 시스템의 효율을 다음과 같이 정의함으로써 시스템 효율을 일반적으로 해석할 수 있다. 위의 식에 상수  $k$ 를 도입하면 시스템 효율은 다음 식과 같다.

$$\eta_s = \frac{-T_0 S_0}{(1+k)T_1 S_1} = -\frac{T_0'}{\gamma(1+k)} \quad (20)$$

식 (18)을 적용하여 변속비에 관한 함수로 표현하면 시스템 효율은 다음 식으로 얻어진다.

$$\eta_s = \frac{1}{\gamma(1+k)} + \frac{\frac{\eta_b}{\alpha}(\gamma - \gamma_b) - \frac{\eta_a}{\beta}(\gamma - \gamma_a) + k\gamma(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta})}{\gamma(1+k) \times (\eta_a - \eta_b) \times (\gamma - \gamma_a)} \quad (21)$$

일반적으로 식 (21)은 하이브리드 모드로 주행 중에 적용할 수 있으나  $k$ 의 값을 '0'으로 하면 엔진 모드의 시스템 효율을, '+ $\infty$ '로 가정하면 모터 모드의 효율을, '- $\infty$ '로 가정하면 회생 제동 시의 효율을 얻을 수 있다. 단, 회생 제동 시 식 (21)의 값은 모터의 효율을 정의한 식 (13)의 경우와 마찬가지로 1보다 큰 값이 나오게 되며 이 값의 역수를 얻으면 익숙한 회생 제동 효율을 얻을 수 있다.

### 1.2.2 하이브리드 모드 및 엔진 모드 효율

식 (20)으로 정의된 시스템 효율을 적용하면 하이브리드 주행 시에  $k$ 값의 변화에 따라 변화하는 효율을 얻을 수 있는데,  $k$ 의 값이 '0'이 될 때 하이브리드 시스템의 관점에서 엔진 모드로 분류된다. 이는 시스템의 동력 전달 효율을 평가하는 기본적인 주행 모드가 될 수 있다. 임의로  $\alpha$ 는 -2,  $\beta$ 는 4,  $\alpha$ 에 연결된 모터 A의 충전 효율을 85%,  $\beta$ 의 모터 B는 80%로 가정하여 시스템의 동력 전달 효율을 얻으면 Fig. 3의 효율 곡선을 얻을 수 있다.

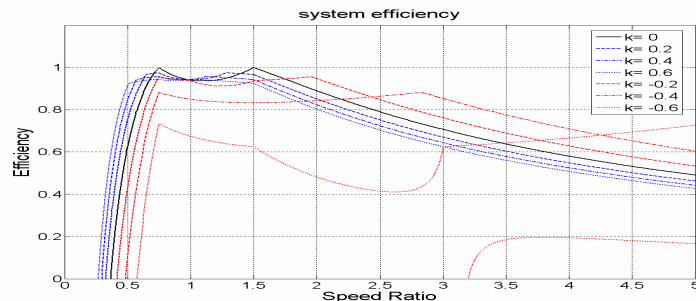


Fig. 3 System efficiency in accordance with  $k$

$k$ 의 값이 '0'이 아닐 경우인 하이브리드 모드의 효율은 고 변속비에서는 충전할 때, 저 변속비에서는 방전할 때 시스템의 동력 전달 효율이 우수한 것으로 나타난다. 이러한 원인은 다음 Fig. 4를 통해 살펴볼 수 있다.

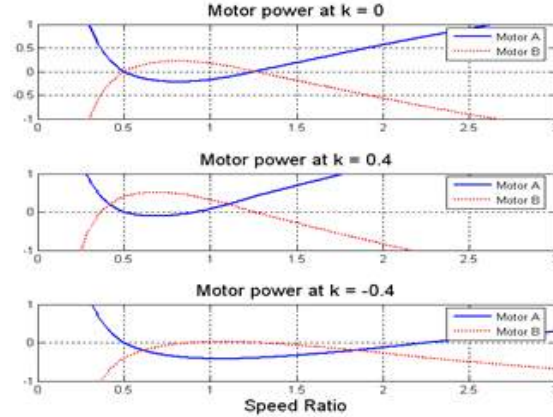


Fig. 4 Power ratios of motors in accordance with  $k$

모터 모드의 경우  $k$ 값을 극한으로 가정하면 모터 모드 및 회생 제동 시의 효율 곡선을 얻을 수 있다. Fig. 5는 이를 나타내고 있는데  $\gamma_b$ 에서는 시스템의 효율이 85%,  $\gamma_a$ 에서는 80%로 얻어진다. Fig. 5의 아래쪽 회생 제동 그래프에서 효율이 0이 되는 변속비는 모터 모드의 효율 50%인 변속비와 일치하는데 이는 변속비  $\gamma_s$ 에 해당하며, 시스템을 정상 상태로 유지하기 위해 동력 순환 과정에서 소모되는 동력의 양이 출력축의 동력과 동일함을 의미한다.

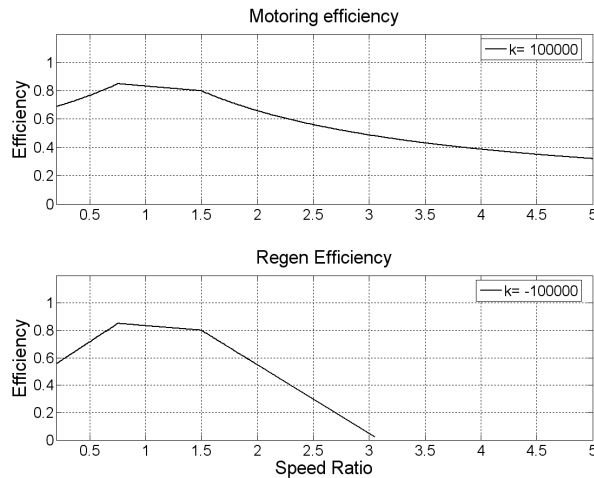


Fig. 5 Motoring and recuperating efficiency

### 1.3 시스템 작동 분석

#### 1.3.1 $\gamma_s$ 와 모터의 작동 영역 분석

모터의 충방전 작동 상태에 따라 식 (13)으로 모터 효율이 결정되고  $\gamma_s$ 가 결정된다. Fig. 6은 모터 A와 모터 B의 충방전 상태를  $\gamma$ 와  $\tau$ 에 대하여 도시한 것이다.  $\tau_a, \tau_b$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\tau_a = -\left(1 - \frac{1}{\beta}\right), \quad \tau_b = -\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \quad (22), (23)$$

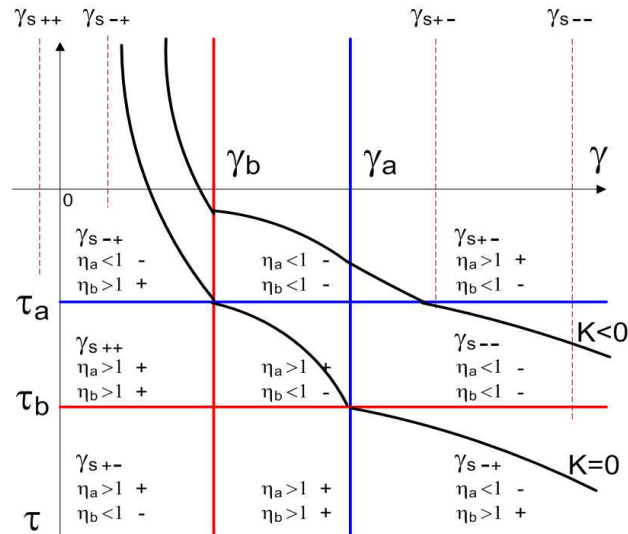
Fig. 6 Analysis of the operating regions of the motors

모터의 속도가 0이 되는 변속비  $\gamma_a, \gamma_b$ 와 토크가 0이 되는 토크비  $\tau_a, \tau_b$ 가 존재할 때, 모터의 충방전 전환은  $(\gamma_a, \tau_a), (\gamma_b, \tau_b)$ 를 기점으로 일어나고, '+'는 방전, '-'는 충전을 의미한다. 식 (17)을 변형하여  $\gamma_s$ 는 다음 식 (24)과 같은 특성을 나타낸다.

$$(\gamma_s - \gamma_a)(\gamma_s - \gamma_b) = \frac{\left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}\right)^2 \eta_a \eta_b}{(\eta_a - \eta_b)^2} \quad (24)$$

#### 1.3.2 임계 하이브리드 상수 $k_c$

Fig. 6. 상의 곡선은  $k$ 의 값이 '0'일 때와 음수일 경우 지나게 되는  $\gamma, \tau$ 작동점을 나타내고 있는데  $k$ 값이 '0'일 경우 혹은 양수일 경우에는 시스템은  $\gamma_s - +$ 에 의해서 주로 저 변속비에서 제한을 받고  $k$ 값이 음수일 경우



특이 변속비  $\gamma_s+-$ 의 영향을 받게 된다. 다음 식 (25)의 조건을 만족하는  $k_c$ 값 보다 더 작은  $k$ 값을 가지면서 배터리가 충전하게 되면 특이 변속비  $\gamma_s+-$ 에서 시스템이 발산하게 된다.

$$\gamma_b \left( \frac{\eta_b}{\eta_b + k_c} \right) = \gamma_a \left( \frac{\eta_a}{\eta_a + k_c} \right) = \gamma_s+- \quad (25)$$

따라서 시스템의 하이브리드 회생, 혹은 회생 제동 시, 특이 변속비 근처에서 주행할 경우에는 임계 하이브리드 상수  $k_c$ 의 범위 내에서만 충전해야 한다.

### 1.3.3 전환 변속비와 효율 분석

전환 변속비  $\gamma_a, \gamma_b$ 와 특이 변속비  $\gamma_s$ 는 시스템 특성을 결정하는 주요한 상수이다. Fig 7. 은 복합 유성기어 시스템의 효율을 변속비  $\gamma$ 와 토크비  $\tau (= T_0')$ 에 대해 나타낸 곡면 위에  $k$ 값의 변화에 따른 효율 곡선을 도시한 그래프이다.

Fig 8. 은  $k$ 값이 '-4'인 곡선이 빨간색으로 표시되어 있는 회생 제동 시의 효율 그래프이다. 같은  $\alpha(-2), \beta(4)$  값을 가진 시스템이지만 모터의 효율에 따라 Fig. 8 과 같이 제동 효율 특성이 변화하게 된다. 넓은 영역에서 회생 제동을 하기 위해  $\gamma_s$ 를 차량이 작동하지 않는 음의 값, 혹은 큰 변속비 영역으로 보내기 위해서는 모터의 효율을 향상시키거나  $\left| \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \right|$ 의 값을 증가시키는 방법이 있는데 결과적으로 이러한 방법들은 시스템의 효율을 향상시키는 방향과 일치한다.

1) 복합 유성 기어 시스템을 효율 및 특성을 결정하는 전환 변속비  $\gamma_a, \gamma_b$ 와 특이 변속비  $\gamma_s$ 를 정의하여 해석하였으며,  $\gamma_a, \gamma_b$ 부근에서는 시스템 효율이 우수하고 유효한  $\gamma_s$ 부근에서는 시스템이 발산한다는 결론을 얻었다.

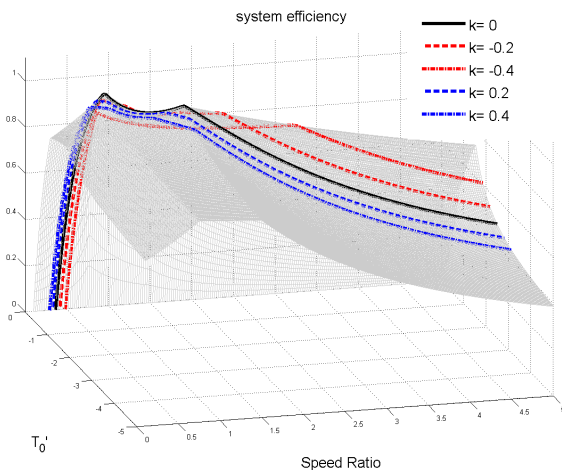


Fig. 7 System efficiency at speed and torque plane

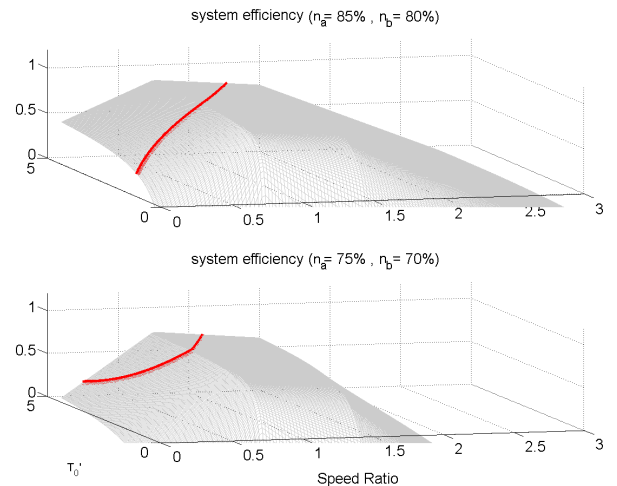


Fig. 8 Recuperating regions accordance with  $\gamma_s$

2) 하이브리드 상수  $k$ 를 도입하여 그 값에 따른 시스템의 효율을 얻었고, 충전할 때는 고 변속비에서, 방전할 때는 저 변속비에서 효율이 향상되는 이유를 제시하였다. 또한  $k$ 의 값을 극한으로 가정하여 모터 모드 및 회생 제동 모드의 시스템 효율을 얻을 수 있었다.

3) 시스템을 구성하는 두 모터의 작동 영역을 변속비  $\gamma$ 와 토크비  $\tau$ 를 이용하여 정의하였고 시스템이 발산하지 않는 조건의 임계 하이브리드 상수  $k_c$ 를 도출하였다. 또한,  $k_c$ 의 조건에 따라  $\gamma_s$ 가 유효한 영역을 분석하였다. 회생제동은  $\gamma_s + -, \gamma_s - +$ 의 사이 영역에서만 가능하며 이 영역을 확장하는 방법들은 전반적으로 시스템 효율을 향상시키는 방법과 일치한다는 결론을 얻었다.

## 2. 듀얼 모드 하이브리드 시스템의 성능 평가

듀얼 모드 하이브리드 시스템은 다수의 유성 기어열로 구성됨으로써 특정 변속비 영역에서 동력 재순환을 줄일 수 있는 이점을 가지고 있다. 본 내용은 듀얼 모드 하이브리드 시스템의 작동 상수를 일반적으로 정의하고 시스템의 가속 성능 및 연비 성능을 평가하는 방법론을 서술하였다.

### 2.1 듀얼 모드 하이브리드 시스템의 구성

듀얼 모드 하이브리드 시스템의 기본적인 구성 요소는 Fig 1.과 같이 4개의 작동점을 가지고 있다. 일반적으로 Fig 2.처럼 각기 다른 작동 상수를 가지고 구성하며, 클러치를 통해 모드 간의 전환을 제어한다.

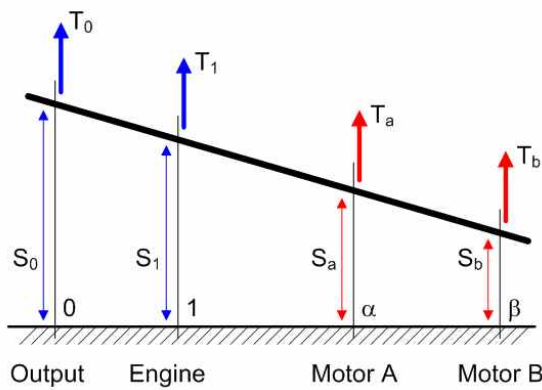


Fig. 1 Lever system with four operating point

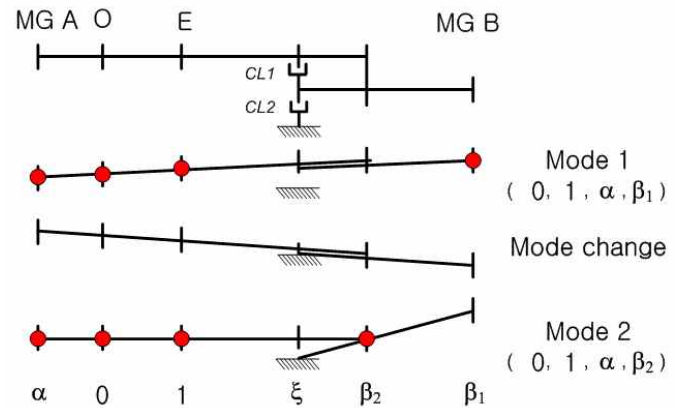


Fig. 2 An example of dual mode operating

#### 2.1.1 복합 유성 기어 시스템

Fig. 1과 같은 복합 유성 기어 시스템은 각각 출력축, 엔진, 모터 A, B의 상대적인 위치를 의미하는  $0, 1, \alpha, \beta$ 의 작동 상수가 존재한다. 이를 통해 속도 구속 조건, Jacobian을 얻을 수 있다.

$$(\alpha - 1)S_0 - \alpha S_1 + S_a = 0, \quad (\beta - 1)S_0 - \beta S_1 + S_b = 0 \quad (1), (2)$$

$$J = \begin{bmatrix} \alpha - 1 - \alpha & 1 & 0 \\ \beta - 1 - \beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

식 (3)의 Jacobian을 이용하여 시스템의 구성 방정식을 구성하고 관성이 없는 시스템을 가정하면 시스템의 토크, 모멘트 평형 식을 얻을 수 있다.

$$T_0 + T_1 + T_a + T_b = 0, \quad T_1 + \alpha T_a + \beta T_b = 0 \quad (4), (5)$$

각 동력원과 출력축의 감속비가 존재할 경우 감속비를 다음 식(6)과 같이 정의하면 Jacobian은 다음 식(7)과 같이 변형된다.

$$R = \frac{\text{real speed of resources}}{\text{reduced speed at lever system}}, \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\alpha - 1}{R_0} & \frac{-\alpha}{R_1} & \frac{1}{R_a} & 0 \\ \frac{\beta - 1}{R_0} & \frac{-\beta}{R_1} & 0 & \frac{1}{R_b} \end{bmatrix} \quad (6), (7)$$

### 2.2 시스템 작동 상수 정의

출력축과 동력원들의 상대 위치인  $0, 1, \alpha, \beta$ 와 클러치의 상대적인 위치  $\xi$ 를 정의함으로써 시스템의 동작 상태 구현할 수 있다.

#### 2.2.1 시스템을 대표할 수 있는 상수 설정

복잡한 유성 기어 시스템이라 하더라도 4개의 작동점과 등가의 작동 상수를 가진 단순 시스템으로 등가화하여 최소한의 작동 상수로 시스템을 표현하여 해석을 수행할 수 있게 된다. 결론적으로 대부분의 듀얼 모드 시스템은 Fig. 2 와 같은 시스템으로 등가화 할 수 있다.

Fig. 2 에서 모터 B의 상대 위치 변화와 감속비만을 고려한다. 이는 일반적으로 모드의 전환 변속비 중 하나는 공유하는 것이 모드 전환에 유리하다고 할 때, 하나의 모터는 모드 전환 시에도 위치나 감속비가 변하지 않는 것이 유리하기 때문이다. 또한 등가 시스템의 단순화를 위해 모터 A의 감속비를 1로 가정하였다. 모드 전환 클러치의 상대 위치를 나타내는 시스템 상수  $\xi$ 를 추가함으로써 모드 2로 전환 시에 발생하는 모터 B의 감속비  $R_{b2}$ 를 얻을 수 있다.

$$R_{b2} = \frac{\beta_1 - \xi}{\beta_2 - \xi} \quad (8)$$

또한, 클러치의 절대 속도가 모두 0이 되는 지점에서 모드 전환이 이루어진다고 할 때, 모드 전환 변속비를  $\xi$ 에 관해 나타낼 수 있다.

$$\gamma_{change} = \frac{\xi - 1}{\xi} \quad (9)$$

결론적으로 일반적인 듀얼 모드 시스템을 해석하기 위해 필요한 작동 상수는  $0, 1, \alpha, \beta_1, \beta_2, \xi$ 로 정의될 수 있으며 향후 성능 평가를 통해 위의 작동 상수를 최적화함으로써 시스템의 최적 파라미터를 얻을 수 있다.

## 2.3 시스템의 성능 평가

듀얼 모드 하이브리드 시스템의 가속 성능 평가 방법과 엔진 모드로 주행할 때의 연비 평가 방법에 대해 논의한다.

### 2.3.1 가속 성능 평가

Pontryagin principle 에 근거하여 매 순간 최대 토크를 내는 것이 최대 가속 성능을 구현할 수 있다는 결론을 얻을 수 있다. 이는 직관적인 결론과 동일하며 매 순간의 최대 토크를 얻기 위해 3개의 동력원인 엔진, 모터 A, 모터 B가 어떠한 작동점을 얻어야 하는지를 결정하기 위해 Kuhn-Tucker condition 을 이용하여 최적화 문제를 해결하였다.

이를 위해 엔진, 모터 A, B의 토크  $T_1, T_a, T_b$ 를 변수로 출력축 토크와 구속 조건이 다음과 같이 정의된다.

$$f(T_1, T_a, T_b) = (\alpha - 1)T_a + (\beta - 1)T_b \quad (10)$$

$$h(T_1, T_a, T_b) = T_1 + \alpha T_a + \beta T_b \quad (11)$$

또한, 각 토크 제한 조건이 다음과 같을 때, 최적화 문제를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{cases} g_{i\min}(-T_i + T_{i\min}) \leq 0 \\ g_{i\max}(T_i - T_{i\max}) \leq 0 \end{cases} \quad (i = 1, \alpha, \beta) \quad (12)$$

$$\text{Minimize } f(x) \quad (13)$$

$$\text{Subject to } h(x) = 0, g(x) \leq 0 \quad (14)$$

Kuhn-Tucker 문제로 얻어진 결과를 수학적 귀류법을 이용하여 해석하면 반드시 두 개 이상의 동력원에서 양의 최대 혹은 음의 최대 토크가 출력될 때 동력 전달계의 출력축의 토크가 최대가 된다는 결론을 얻을 수 있다.

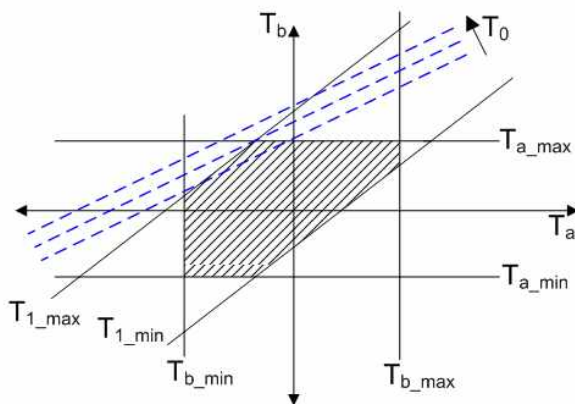


Fig. 3 The method of calculating for maximum  $T_0$

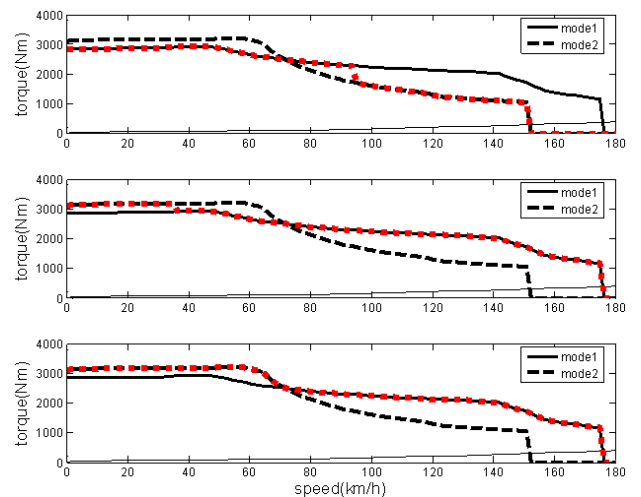


Fig. 4 Maximum torque of the systems

Fig. 3의 경우 엔진의 토크가 최대, 모터 A의 토크가 최대일 경우 최대 출력 토크를 얻을 수 있음을 나타내고 있다. Fig. 4는 첫 번째 그래프는 모드 1로 출발,  $\gamma_{change}$ 에서 모드 2로 전환하면서 가속할 경우, 두 번째

는 그 반대의 경우, 그리고 세 번째는 항상 최대 토크가 나올 수 있도록 제어를 한 것이다. 결론적으로 모드 2로 출발하면서 가속하는 것이 유리하다는 결과를 보여준다.

### 2.3.2 연비 성능 평가

연비 성능을 평가하기 위해 엔진 모드 연비를 평가하였다. 엔진 모드의 연비 평가는 배터리의 동력 보조가 없는 상태에서 연비를 평가함으로써 하이브리드 주행 효과를 고려할 수 없으나 정속 주행 시 시스템의 동력 전달 효율을 평가할 수 있는 방법이다.

출력축에 특정 토크가 요구되면, 식 (1)~(5)을 이용하고 엔진 모드 주행이라는 가정 아래 다음의 구속 조건인 식을 적용할 수 있다.

$$\eta_a \times P_a + \eta_b \times P_b = 0 \quad (15)$$

구속 조건에 의해 출력축 속도에 대한 엔진 속도를 나타내는 변속비  $\gamma$ 에 의해 시스템의 모든 작동점이 얻어진다. 따라서 엔진 속도에 따른 각 동력원의 작동점이 모두 결정이 되는데 이 때, 엔진의 연료 소모를 최소로 하는 점이 연비를 최소로 할 수 있는 작동점이라 할 수 있다. Fig. 5는 특정한 출력축 토크와 속도를 요구할 때 모드 1 과 모드 2 의 엔진 작동점을 나타낸 예이다. 이 경우 모드 2 가 전반적으로 모드 1 에 비해 주행 효율이 우수하며 모드 2 의 작동점 중 연료 소모를 최소로 하는 점이 최적 운전점으로 선정되었다. 싸이클을 주행하는 동안의 연비를 분석하기 위해 주행 중에는 엔진 모드를 사용하고 제동 시에는 회생 제동을 이용하며, 이를 저속에서 모터 모드로 주행하는 방법을 적용하였다. Fig. 6 은 FTP72 모드에서 듀얼 모드 시스템을 주행 시뮬레이션한 결과를 나타내고 있다. 실제 최적 작동점과 노란색의 엔진 OOL은 다소 다르게 나타나는데 이는 동력 전달계의 효율을 고려한 시스템의 최적 운전점을 추종하고 있기 때문이다.

Fig. 5 SOOP(System Optimized Operating Point)

Fig. 6 The results of fuel economy test at FTP72

엔진 모드의 연비는 정속 주행 시의 시스템 동력 전달 효율을 평가할 수 있고 시스템의 기본적인 최적 효율점을 제시함으로써 추가적으로 하이브리드 효과를 적용할 수 있는 토대를 마련해 준다. 향후 엔진 모드에서 얻은 시스템 최적점을 바탕으로 한 주행 전략 적용도 가능할 것으로 생각된다.

본 보고서에서는 듀얼 모드 하이브리드 시스템을 모델링하고 그 성능을 평가할 수 있는 방법을 제시하였으며 결론과 함께 향후 과제를 간략히 정리하면 다음과 같다.

- 1) 듀얼 모드 시스템을 정의할 수 있는 작동 상수  $0, 1, \alpha, \beta_1, \beta_2, \xi$ 를 정의함으로써 시스템의 동작 특성을 나타내고 모드 전환 상수  $\xi$ 를 이용하여 모드 전환 후의 모터 B의 감속비  $R_{b2}$  및 모드 전환 변속비  $\gamma_{change}$ 를 정의하였다.
- 2) 다수의 복합 유성 기어로 시스템이 구현되어 직관적으로 시스템 작동 상수  $0, 1, \alpha, \beta$ 를 정의하기 어려울 경우, 등가의 파라미터를 얻는 방법을 제시하였다.
- 3) 듀얼 모드 시스템의 최대 가속 성능 평가 알고리즘을 제시하였으며 최대 가속을 할 때 어떤 모드를 선택하여 주행하는 것이 유리한가를 평가하는 방법을 소개하였다.
- 4) 듀얼 모드 시스템의 엔진 모드에서의 시스템 최적 운전점을 얻는 방법을 이용하여 특정 주행 싸이클에서 연비를 평가하였다.
- 5) 듀얼 모드 시스템의 부가적인 클러치로 인해 발생하는 효율 저하를 포함한 시스템 효율을 기존 시스템과 비교 분석하여 그 영향을 평가해야 할 것으로 생각된다.

### 3. 고정 변속비를 구현하는 다중 모드 하이브리드 시스템

최근에는 기존 하이브리드 시스템이 가지는 단점을 극복하고 성능을 개선하는 시스템이 연구되고 있으며 고정 변속비를 구현하는 다중 모드 하이브리드 시스템이 그 대안이 될 수 있을 것이다. 본 보고서는 개념적으로 고정 변속비를 가지는 다중 모드 하이브리드 시스템이 어떻게 구성되고 작동되는지를 보여주고, 기존 자동 변속기 구조에서 개발할 수 있는 몇 가지 구조의 다중 모드 하이브리드 시스템의 예를 제안하였다.

#### 3.1 고정 변속비를 가지는 다중 모드 하이브리드 시스템의 도입

고정 변속비를 가지는 다중 모드 하이브리드 시스템은 두 개의 모터를 이용하여 전기적인 무단 변속 시스템의 성능을 구현함과 동시에 특정 상황에서 고정 변속비로 운전함으로써 불필요한 동력 순환을 방지할 수 있다. 같은 이유로 필요한 모터의 용량을 줄일 수 있으므로 연비 개선 및 시스템의 구성에도 용이한 장점이 예상된다.

##### 3.1.1 이상적인 하이브리드 시스템

이상적인 하이브리드 시스템은 차량의 부하 상태와는 독립적으로 엔진을 원하는 작동점에서 운전할 수 있으며, 동시에 모터의 기능은 전적으로 하이브리드 주행 및 회생 제동에 활용되는 시스템이다. 이러한 시스템은 적합한 엔진과 고효율의 무단 변속기를 이용하여 구성이 가능하다.

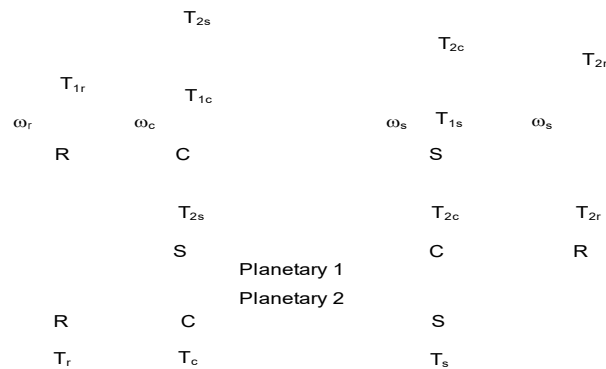


Fig. 1 Lever system of combined planetary gear sets

Fig. 1 과 같은 복합 분기 시스템은 4개의 작동점을 가지고 있으며 이는 각각 엔진, 모터 1, 모터 2, 그리고 출력축에 연결이 될 수 있다. 이러한 구성에서 만약 모터 1 과 모터 2 의 위치가 연속적으로 자유롭게 변할 수 있다면 가장 이상적인 하이브리드 시스템이 될 수 있을 것이다.

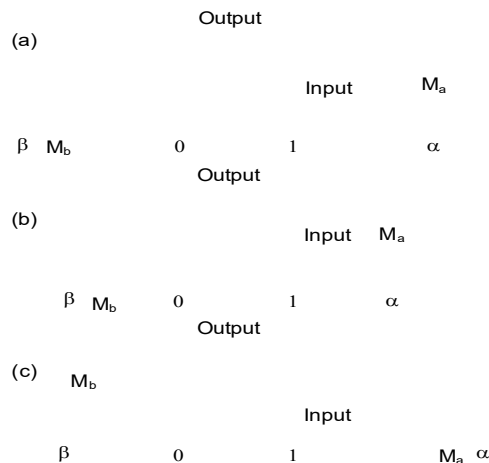


Fig.2 Ideal hybrid system: (a) flexible lever system, (b) power split at high speed ratio, (c) power split at low speed ratio

Fig. 2 는 이상적인 시스템의 구동을 보여주고 있다. Fig. 2 의 (a) 와 같이 모터의 위치가 임의의 값을 가질 수 있다면, (b) 와 같이 고 변속비를 요구하는 상황에서 모터 B 의 속도를 '0' 근처에서 작동하게 함으로써 배터리의 동력 보조가 없을 경우 동력 순환이 거의 발생하지 않아 마치 고정 변속비를 가지는 변속 시스템처럼 작동할 수 있게 된다. 이러한 경우 모터 A 는 독립적으로 하이브리드 기능을 담당할 수 있게 된다. (c) 의 경우처럼 저 변속비를 요구할 경우에도 마찬가지로 동력 순환 손실이 거의 없는 상태로 시스템을 구동할 수가 있게 된다. 만일 이러한 시스템이 가능하다면, 두 개의 모터가 모두 동력을 보조하거나 회생 제동을 담당할 수도 있는 이상적인 하이브리드 구동을 할 수 있다.

### 3.1.2 다중 모드 하이브리드의 기대 효과

Fig. 2 를 통해 가정해본 이상적인 하이브리드 시스템은 현재의 유성 기어 시스템으로는 구현이 거의 불가능하다. 따라서 현재 구성 가능한 방법은 차량의 주요 작동 상황을 가정하여 최적의 모터 위치를 찾고 이를 만족하는 몇 개의 모드를 바탕으로 시스템을 구성하는 것이다. 이러한 방식의 다중 모드 하이브리드 시스템이 이상적인 하이브리드 시스템을 향하는 길목에 놓여 있는 하나의 시스템이라 할 수 있다. 다중 모드 하이브리드 시스템은 여러 가지 장점이 있는데 첫 번째, 고정 변속비를 구현함으로써 고속 도로 같은 정속 주행시에 동력 순환 없이 엔진 모드로 주행할 수 있다. 두 번째, 모터의 동력 순환이 큰 구간에서 고정 변속비를 구현함으로써 모터의 용량을 줄일 수 있어 생산 단가를 감소시킬 수 있다. 세 번째로 특정 구간에서 동력 분기식 시스템보다 고정 변속비와 모터의 동력 보조가 있을 경우 더 큰 파워를 발생할 수 있기 때문에 차량의 동력 성능이 좋아지는 점이 있다. 반면, 다중 모드를 구현하기 위해 클러치가 추가되어야 한다는 점, 주행 제어 전략이 복잡해져 제어 알고리즘 구성이 어렵다는 점 등의 극복해야 할 단점들도 있다. 향후, 엄밀한 해석을 통해 장점을 부각하고 단점을 해소할 수 있도록 최적의 시스템을 개발할 수 있을 것이다.

### 3.2 기존 동력 전달 시스템

본 보고서에서는 고정 변속비를 가지는 다중 모드 하이브리드 시스템의 구성에 필요한 기존의 자동 변속기 구조와 함께 듀얼 모드 하이브리드 시스템을 간략히 소개한다.

#### 3.2.1 고정 변속비를 가지는 변속 시스템

고정 변속기를 가지는 변속 시스템은 수동 변속기와 자동 변속기로 나눌 수 있으나 다중 모드에 적합한 자동 변속기 시스템의 경우 라비노 기어열과 유성 기어를 조합하거나 심슨 기어열과 유성 기어를 조합하여 4단 변속 시스템을 구현하게 된다. 우선 간단히 두 개의 유성 기어를 이용하여 4단 변속 시스템을 구현하는 CR-CR 시스템의 작동을 소개한다.

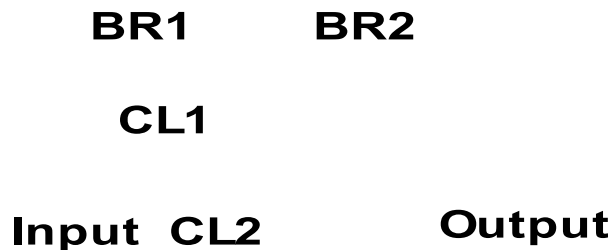


Fig.3 Schematic of a CR-CR 4 speed auto transmission

두 개의 유성 기어를 조합하면 4개의 작동점이 생성되는데 이를 레버로 표현하면 다음 Fig. 4와 같다.

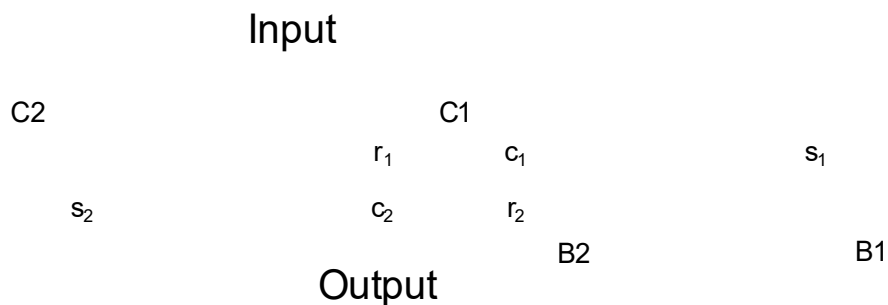


Fig.4 Lever diagram of a CR-CR 4 speed auto transmission

이러한 변속 시스템은 다음 표 1과 같은 클러치 작동 일정에 따라 1단에서 4단의 변속을 구현한다. 표 1에서 표현한 클러치의 작동에 따라 다음 Fig. 5와 같은 4단 변속을 차례로 수행하게 된다.

Table 1. Operating schedule of clutches

| Clutch & Brake | D range         |                 |                 |                 |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|                | 1 <sup>st</sup> | 2 <sup>nd</sup> | 3 <sup>rd</sup> | 4 <sup>th</sup> |
| CL1            |                 |                 | ⊙               | ⊙               |
| CL2            | ⊙               | ⊙               | ⊙               |                 |
| BR1            |                 | ⊙               |                 | ⊙               |
| BR2            | ⊙               |                 |                 |                 |

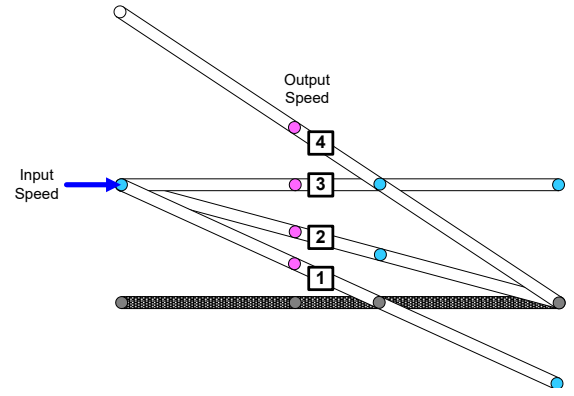


Fig.5 Operating schematic of 4 speed auto transmission

이러한 작동 성능을 이해함으로써 다중 모드 하이브리드 시스템을 위한 모터와 클러치를 추가할 수 있게 된다.

### 3.2.2 듀얼 모드 하이브리드 시스템

다중 모드 하이브리드 시스템을 구성하기 위해 필요한 또 하나의 시스템으로 듀얼 모드 하이브리드 시스템을 들 수 있다.

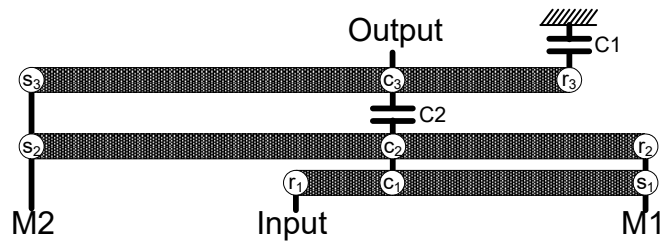


Fig.6 Dual mode hybrid system developed by GM

실제 이러한 시스템에서 클러치 1 과 클러치 2를 모두 결합하게 되면 1개의 고정 변속비가 구현이 될 수 있으며 같은 방식으로 자유도를 제한하는 클러치를 추가함으로써 고정 변속비를 구현하는 다중 모드 하이브리드 시스템으로 변경이 가능하다.

## 3.3 다중 모드 하이브리드 시스템의 구성 및 작동

### 3.3.1 구현 가능한 다중 모드 시스템

본 절에서는 고정 변속비를 구현할 수 있는 다중 모드 시스템의 구성 예를 소개하는데 목적이 있다.

#### (1) 다중 모드 시스템 1

첫 번째 제시 모델은 라비노 기어열을 사용하여 구성된 자동 변속기와 이를 변형시킨 다중 모드 시스템이다.

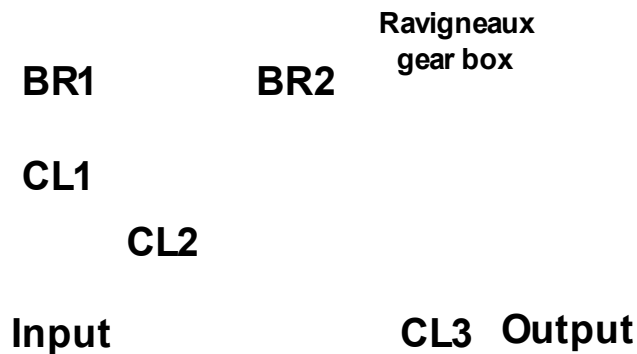


Fig.8 Auto transmission with Ravigneaux gear sets

Fig. 8 과 같이 라비노 기어열을 사용한 자동 변속기의 경우 Fig.9 의 (a) 와 같이 레버로 표현될 수 있으며 이 시스템에 (b) 와 같이 모터 2 개를 추가함으로써 복합 분기 모드와 출력 분기 모드를 구현하는 다중 모드 하이브리드 시스템의 구성이 가능하다.

이러한 시스템은 용량이 충분할 경우 브레이크 1을 모터의 정지 토크로 대체할 수도 있으므로 구성에 유리하다고 할 수 있다.

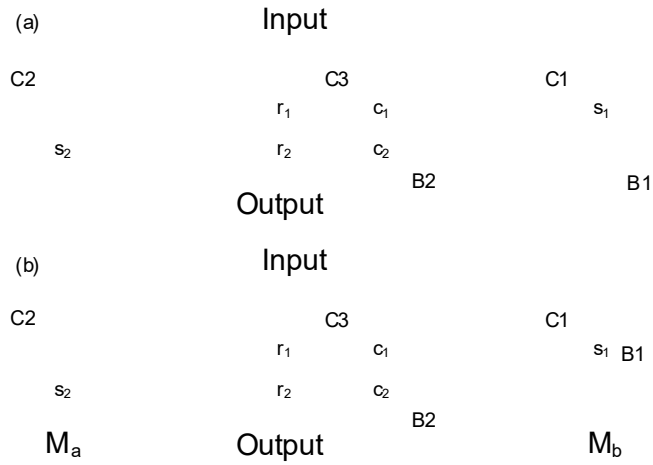


Fig.9 (a) Auto transmission with Ravigneaux gear set, (b) multi mode hybrid type 1 with fixed speed ratios

Table 2. Operating schedule of multi mode type1

|                 | C1 | C2 | C3 | B1 | B2 |
|-----------------|----|----|----|----|----|
| 1 <sup>st</sup> |    | ⊙  |    |    | ⊙  |
| 2 <sup>nd</sup> |    | ⊙  |    | ⊙  |    |
| 3 <sup>rd</sup> | ⊙  | ⊙  | ⊙  |    |    |
| 4 <sup>th</sup> |    |    | ⊙  | ⊙  |    |
| reverse         | ⊙  |    |    |    | ⊙  |
| compound        |    |    | ⊙  |    |    |
| Output          |    | ⊙  |    |    |    |

## (2) 다중 모드 시스템 2

두 번째 제시 모델은 심슨 기어열을 사용하여 구성된 자동 변속기를 변형한 다중 모드 시스템이다.

## OC

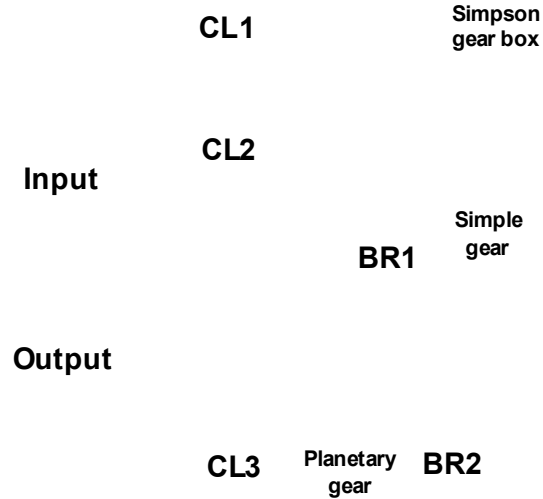


Fig.10 Auto transmission with Simpson gear sets

라비노 기어열의 경우와 마찬가지로 모터 두 개를 추가하여 해당 변속기의 레버 시스템인 Fig. 11 (a) 에서 (b) 로 변경할 수 있다.

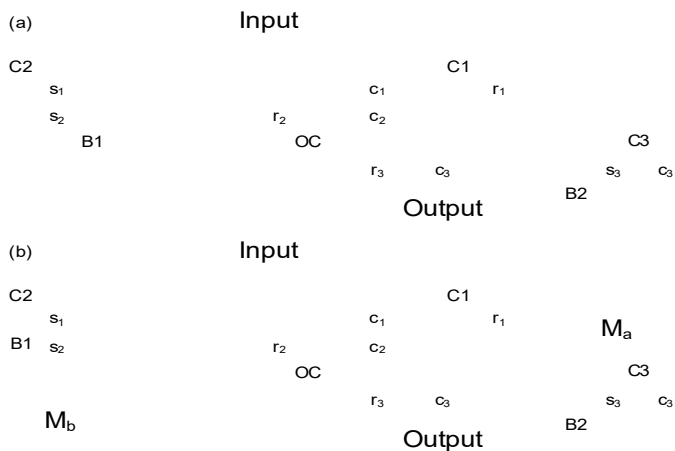


Fig.11 (a) Auto transmission with Simpson gear set, (b) multi mode hybrid type 2 with fixed speed ratios

Table 3. Operating schedule of multi mode type2

|                 | C1 | C2 | C3 | B1 | B2 |
|-----------------|----|----|----|----|----|
| 1 <sup>st</sup> | ⊙  |    |    |    | ⊙  |
| 2 <sup>nd</sup> | ⊙  |    |    | ⊙  | ⊙  |
| 3 <sup>rd</sup> | ⊙  |    | ⊙  | ⊙  |    |
| 4 <sup>th</sup> | ⊙  | ⊙  | ⊙  |    |    |
| Input           | ⊙  |    | ⊙  |    |    |
| Output          | ⊙  | ⊙  |    |    |    |

마찬가지로 Fig. 11 (b) 의 다중 모드 시스템은 다음 table 3 과 같은 모드 작동을 구현할 수 있다.

레버 해석을 통해 다중 모드 하이브리드시스템을 제안하였다. 최적화된 시스템을 개발하기 위해서는 구성

가능한 시스템의 연비 및 동력 성능을 해석할 필요가 있다. 본 보고서는 고정 변속비를 가지는 다중 모드 하이브리드 시스템 즉, 동력 분기 구조와 고정 변속기를 혼합한 시스템의 구성 예를 몇 가지 제시하였다. 향후 지속적인 연구를 통해 이러한 시스템의 실제 구현 가능성과 성능 개선에 대한 엄밀한 해석을 수행해야 할 것이다.

## 4. 개발 가능한 하이브리드 시스템의 구조 및 최대 성능 산출

### 4.1 구성 가능한 HEV의 구조 수집 및 장단점 비교

하이브리드 자동차의 동력전달 구조는 크게 직렬형, 병렬형, 혼합형으로 구분된다. 직렬형은 엔진의 작동 영역을 주행 상황과 분리해서 지정이 가능하므로 엔진 운전점의 최적화에 유리하여 배기가스 저감에 유리하다. 동력 전달 구조는 엔진이 발전기를 가동시켜 전기를 발생시키고 전기를 배터리에 저장시키는 구조이다. 구조 및 제어가 비교적 간단한 편이고 특별한 변속장치를 필요로 하지 않는 장점이 있다. 하지만 배터리에 전기를 저장하고 방전할 때 에너지 변환에 의한 손실이 크고 차량 구동 전체를 모터가 담당하므로 고 효율의 전동기가 필요, 가속 성능이 낮은 편이다. 병렬형의 경우 엔진과 모터가 동력을 분담하므로 저 성능의 전동기와 소 용량의 배터리로도 구현이 가능하다. 에너지 변환에 의한 손실이 적다. 하지만 엔진, 변속기, 모터의 통합제어를 통한 최적화 과정이 요구되고 동력 전달 구조 및 제어 알고리즘이 복잡하다는 단점이 있다. 다양한 동력전달 구조는 각기 특징과 장단점을 가지고 있으므로 각 자동차 제작업체의 개발 전략에 따라 선택하는 것이 필요하다.

### 4.2 개발 가능한 하이브리드 구조의 상세 분석

#### (1) 이중축 구조

이중축 구조는 전동기가 변속기의 입력 축에 연결되고 클러치를 통해 엔진이 연결되는 구조이다. 다른 구조에 비해 엔진 on/off 제어를 통해 Idling시에 발생하는 배기가스 및 연료 소비를 줄일 수 있는 장점이 있다. 또한 차량의 구동에 사용하는 모터로 시동이 가능하므로 시동 모터와 발전기를 제거할 수 있다. 그러나 모터 모드에서 엔진 모드, 모터 모드에서 하이브리드 모드로 변환 시 클러치 결합으로 인한 과도 충격이 유발된다. 단일축 구조에 비해 주행제어가 복잡하고 클러치 등의 부가 시스템을 추가해야 해서 제품 개발 및 생산 비용이 높다.

#### (2) 단일축 구조

단일축 구조는 전동기와 엔진이 클러치 이전에 연결되어 변속기에 동력을 전달하는 구조이다. 엔진 on/off 제어를 하지 않는 구조로 배기가스 및 연료 저감 효과는 적지만 변속기 클러치 결합으로 인한 과도 충격은 적은 편이다. 엔진과 모터가 항상 결합되어 있으므로 모터로만 구동 시 엔진 관성으로 인한 에너지 손실이 유발되지만 재생 제동 모드 시에는 엔진 관성에 의한 에너지 배터리 충전에 부가적으로 이용할 수 있는 장점이 있다.

#### (3) 동력분기형 구조

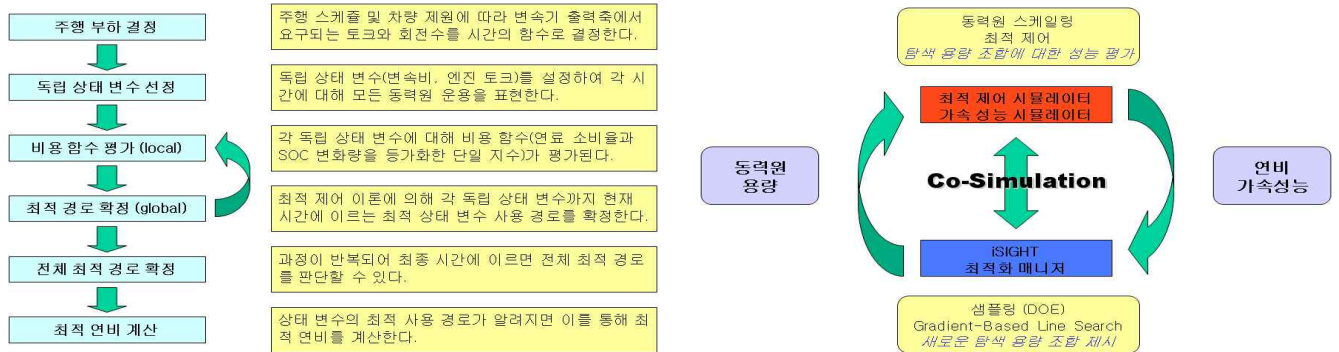
동력분기형 구조는 유성기어와 쉐기어에 부착된 발전용 모터와 캐리어에 연결되는 엔진을 두 개의 입력으로 하고, 링기어에 연결된 구동용 모터를 하나의 출력으로 하는 동력전달 구조를 취하고 있다. 엔진과 발전용 모터, 구동용 모터의 토크 관계식을 기반으로 발전용 모터의 속도를 조정하여 총방전을 구현할 수 있을 뿐 아니라 일종의 무단 변속기 역할을 수행한다. 하이브리드 자동차만의 독특한 구조로 제어가 복잡하지만 효율 면에서 가장 우수하다. 이 구조는 동력의 흐름 전체를 두 개의 모터에 의하여 조절하고 있으므로 별도의 클러치 없이 부드러운 엔진의 ON/OFF제어가 가능하다는 장점이 있는 반면 차량의 정상상태 주행 중에도 유성기어계의 변속비 유지를 위하여 전기적인 무단변속기를 구성하는 유성기어계 링기어 부분의 모터가 반력을 유지하여야 하므로 항상 동력이 소모된다는 단점이 있다.

### 4.3 최대 연비 산출 알고리즘

HEV의 동력원 용량비는 시스템의 구조에 따라 다양한 형태를 나타내게 된다. 앞서 구조별 장단점을 통해 분석했듯이 구조에 따라 요구되는 모터의 동력량이 차이를 나타내고 있다. 따라서 동력원 용량의 영향을 평가하기 위해 주행 모드에 대한 이론적인 최대 연비를 산출하는 알고리즘을 개발하는 것이 하이브리드 시스템의 성능을 평가하는데 유효한 방법이라고 할 수 있겠다.

최대 연비를 산출하는 알고리즘은 아래 그림을 통해 그 흐름도를 나타내었다. 주행 부하에 따른 독립 상태의 변수들을 결정하고 각 스텝에서 가능한 모든 비용함수를 평가하여 경로 최적화 방법을 통한 최적 경로를 확정하고

최종적으로 차량의 주행 경로 전체에 대한 모든 작동점을 얻은 다음 최적 연비를 계산하는 알고리즘을 통해 최대 연비를 산출할 수 있게 된다. 이러한 경로 최적화 방법은 다양하게 적용될 수 있으며 아래의 알고리즘을 바탕으로 최대 연비를 산출할 수 있다. 동력원 용량의 경우 최대 연비 산출 알고리즘을 바탕으로 다음 그림과 같은 방법을 통해 그 최적의 동력원 용량을 산출할 수 있다.



#### 4.4 복합 유성 기어 시스템

복합 유성 기어 시스템을 이용하여 듀얼 모드에 사용되는 복합 분기 구조의 동력 전달 시스템을 구성할 수 있다.

##### 4.4.1 복합 유성 기어의 구성

일반적으로 하나의 유성 기어에는 링기어, 선기어, 캐리어의 축이 외부의 동력과 연결된다. 각각의 축을 작동점이라 하면 세 개의 모든 작동점을 이용하여 레버를 해석 하는 것이 일반적인 방법이다. 또한 두 개 이상의 유성 기어열을 연결하여 여러 개의 작동점을 만들어낼 수 있는데 이와 같은 방법을 이용하여 설계 시 요구되는 적절한 비를 가진 작동점을 구성할 수가 있다.

##### 4.4.2 기어비를 적용한 작동점 구성

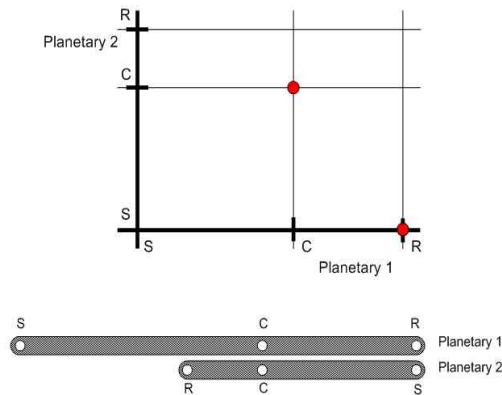


Fig. 1 복합 유성 기어

Fig. 1에서 가로축과 세로축은 각각 유성 기어열의 작동점을 표현한다. 선택된 두 개의 점은 가로축의 R(ring gear)과 세로축의 S(sun gear), 그리고 가로축의 C(carrier)와 세로축의 C(carrier)의 교차점에 표시되어 있는데 이는 각각의 유성 기어가 교차되어 연결되는 작동점을 나타내고 있다. 두 개의 유성 기어가 연결되어 새로운 하나의 작동점이 추가적으로 발생되는데 이는 다음 Fig. 2에 표현되어 있다.

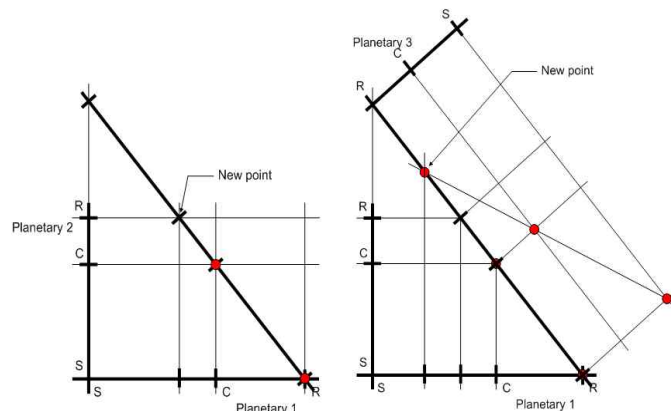


Fig. 2 유성 기어의 조합

Fig. 2은 유성 기어 두 개가 조합되어 4개의 작동점을 만든 경우와 추가적으로 하나의 유성기어가 추가되어 모두 3개의 유성기어가 5개의 작동점을 만들어내는 경우를 표현하고 있다.  $N_x$ 개와  $N_y$ 개의 작동점을 가진 레버가  $x$ 축과  $y$ 축 상에 존재할 때, 이를 연결하기 위한 두 개의 포인트를 선정하는 모든 경우의 수는 조합 수 =  $\frac{(N_x - 1)(N_y - 1)N_x N_y}{2}$  이다.

복합 유성 기어의 작동점을 구성하는 방법을 이용하여 항 후 동력 전달 시스템을 최적화 하는 작동점을 얻고 역으로 구성 가능한 복합 유성 기어 시스템을 추정할 수 있다. 일반적으로 1.5~3.0 사이에서 특정 기어 비를 가진 3개 정도의 유성 기어 시스템을 이용한 복합 유성 기어로 거의 모든 임의의 작동점 4개를 만족하는 시스템을 구성할 수 있다.

## 5. 하이브리드 동력 전달계 해석

하이브리드 동력 전달계가 안정적인 변속을 수행하기 위해서는 두 개 이상의 모터가 필요하다. 이는 정속 주행 시 배터리의 보조가 없을 경우에 변속을 가능하게 하면서 동력 전달계 내부의 평형 상태를 유지하는데 제너레이터와 모터가 동시에 필요하기 때문이다.

### 5.1 동력 전달계의 구성

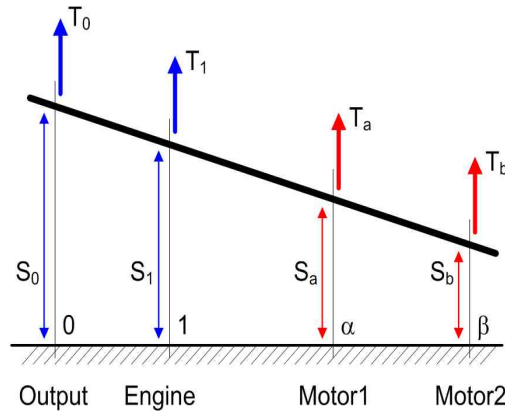


Fig. 1 일반적인 복합 유성 기어 시스템

Fig. 1에서 Output은 출력, Engine는 입력이며 각각의 위치는 0, 1,  $\alpha$ ,  $\beta$ 로 표현되어 있다. 여기서 정속 주행 상태의 평형 관계를 보면 정속 주행의 가장 큰 특징은 배터리의 보조가 존재하지 않는다는 것이다. 즉, 모터의 파워 합이 '0'이 조건에 추가됨을 의미한다.

$$T_0 + T_1 + T_a + T_b = 0, \quad T_1 + \alpha T_a + \beta T_b = 0 \quad (1), (2)$$

$$S_a = (S_1 - S_0)\alpha + S_0, \quad S_b = (S_1 - S_0)\beta + S_0 \quad (3), (4)$$

위의 식에서 에너지 평형을 고려하면

$$\eta_a T_a S_a + \eta_b T_b S_b = 0 \quad (5)$$

이 얻어지고,  $r_t = S_1/S_0$ 의 변속비 변수를 도입하여 토크 관계식을 구하면 다음과 같다.

$$T_a = \frac{\eta_b((r_t - 1)\beta + 1)}{(\eta_a - \eta_b)\alpha\beta(r_t - 1) + (\eta_a\beta - \eta_b\alpha)} \quad (6)$$

$$T_b = \frac{\eta_a((r_t - 1)\alpha + 1)}{(\eta_b - \eta_a)\alpha\beta(r_t - 1) + (\eta_b\alpha - \eta_a\beta)} \quad (7)$$

$$T_0 = (\alpha - 1)T_a + (\beta - 1)T_b \quad (8)$$

만일 각 동력원에 감속비가 존재할 때, 모터 a의 경우 감속비가 ' $R_{aA}$  = 실제모터속도/감속후속도'라 정의하고 실제 모터 토크와 속도를  $T_A, S_A$ 라 하면 다음 관계가 만족되고 이는 다른 동력원에도 동일하게 적용할 수 있다.

$$T_a = R_{aA} T_A, \quad S_a = \frac{1}{R_{aA}} S_A \quad (9)$$

감속비가 존재하는 경우로 일반화하여 해석하는 것은 모드 전환 시에 유용하게 이용될 수 있다.

## 5.2 듀얼 모드 하이브리드의 모드 변환

듀얼 모드 하이브리드는 임의의 동력 전달계 시스템 두 개가 적용되어 주행 상태에서 유리한 시스템을 선택하여 주행하는 시스템이다.

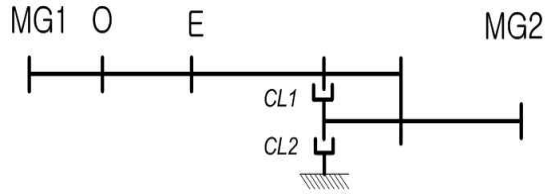


Fig. 2 듀얼 모드 유성 기어 시스템

듀얼 모드의 가장 큰 특징은 클러치를 이용하여 레버 시스템의 파라미터를 변화시킨다는 것이다. 위의 Fig. 2는 듀얼 유성 기어를 구성하는 시스템의 예이다. 이 시스템의 구조는 두 개의 클러치가 작동하여 모드 전환을 수행한다. 구체적인 모드 전환 방법은 다음 Fig. 3을 통해 알 수 있다.

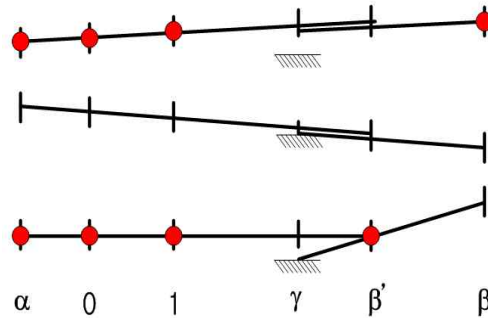


Fig. 3 (1) mode 1 (2) 모드 전환 시점 (3) mode 2

모드 1이 구현되는데 이 때 작동점은  $0, 1, \alpha, \beta$ 로 구성된다. 두 번째 레버 시스템은 클러치 1이 풀리고 클러치 2가 잡히는 순간을 표현하고 있는데 이 때  $\gamma$  작동점의 속도가 '0'이 되어 모드 전환 시의 클러치에 속도차가 발생하여 과도충격이 발생하는 것을 줄여준다. 마지막 레버 시스템은 모드 2의 상태로 주행하는 경우인데 이 때, 작동점은  $0, 1, \alpha, \beta'$ 로 구성되고 모터 2는 감속비를 갖게 된다.

## 5.3 모드 전환 상수

모드 1과 모드 2의 레버 시스템 간에는 일정한 관계가 성립하는 이를 결정하는 상수를  $\gamma$ 로 정의한다.  $\gamma$ 는 모드 전환 시점과 모드 전환이 이루어졌을 때 모터의 감속비를 결정하게 된다. 모드 전환 시점의 변속비를  $\gamma$ 를 통해서 표현하면 다음 식(10)과 같고, 모터 2의 감속비는 다음 식(11)과 같이 정의할 수 있다.

$$\tau_{change} = 1 - 1/\gamma, \quad R_{bB} = \frac{\beta - \gamma}{\beta' - \gamma} \quad (10), (11)$$

## 5.4 동력 전달 시스템 해석 결과

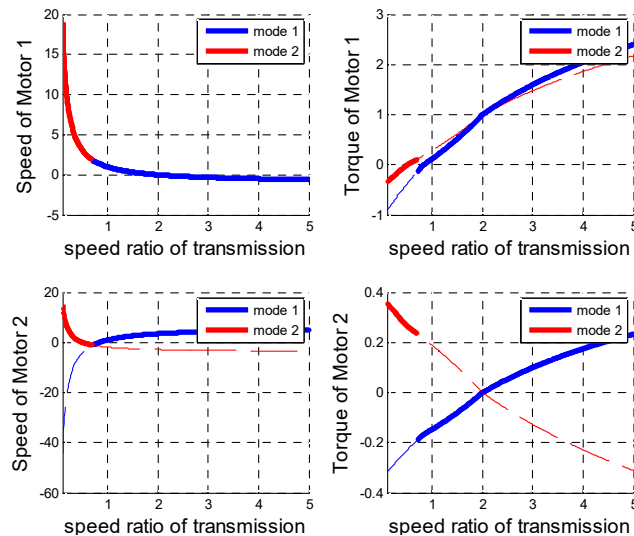


Fig. 4 시스템 해석 결과

위의 해석 결과는  $\alpha = -1, \beta = 6, \beta' = 2, \gamma = 3.39$  로 입력한 결과이다. 가로축의 변속비는  $ratio = \frac{engine\ speed}{output\ speed}$  으로 정의하였으며 변속비가 약 0.8인 지점에서 모드 전환이 발생한다. 아래 그림은 시스템의 작동 효율을 나타내고 있다.

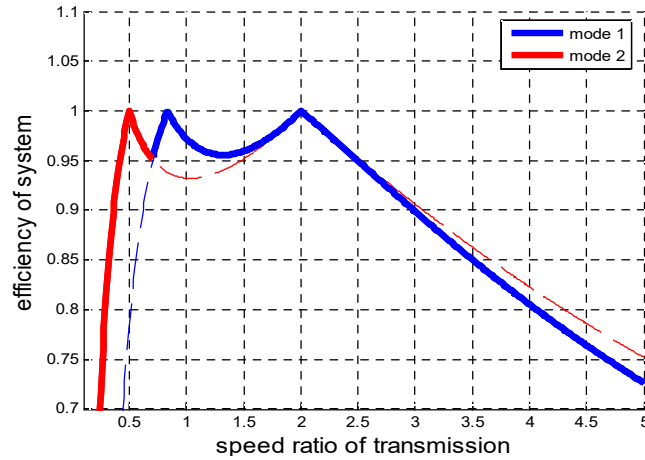


Fig. 5 시스템 작동 효율

일반적으로 효율이 1인 직결점(mechanical point)에서 모드 전환이 일어날 수 있으나 추가적인 작동점을 생성하면 위의 경우처럼 직결점이 아닌 점에서 모드 전환이 가능하고 본 보고서에서 언급한 모드 전환 상수  $\gamma$ 의 값이 그 전환 시의 변속비를 결정하게 된다.

#### 5.5 복합 유성기어를 이용한 듀얼모드 하이브리드 자동차의 가속성능 최적화

모터가 엔진의 동력을 보조하는 Power assist 하이브리드 자동차 역시 엔진과 모터의 최고 출력을 합하여 최대 가속성능을 구현할 수 있다. 그러나 복합 유성기어를 이용한 듀얼모드 하이브리드 자동차의 경우 단순히 엔진과 두 개 모터의 최고 출력을 이용할 수가 없다. 각 모터의 motoring 혹은 generating, 그리고 각 출력값은 유성기어의 동적 평형식에 의해 지배되고 그에 따라 시스템의 최대 토크, 혹은 최대 가속성능이 달라지기 때문이다. 따라서 항상 엔진의 최대 출력점이나 토크점이 최대 가속을 구현한다고 보장할 수 없고 두 모터의 기여도에 따라 다른 점이 최적점이 될 수 있다. 본 보고서에서는 이러한 듀얼모드 하이브리드 자동차의 최대 가속성능을 구현하기 위한 엔진 및 모터 제어 최적화, 그리고 시뮬레이션을 통한 가속성능 테스트를 실험하였다.

#### 5.6 최적화 이론의 적용 및 해석

가속성능의 최적화는 출력축의 각 속도마다 최대 출력 토크를 발생시키면 된다. 이는 Pontryagin principle을 통해 쉽게 증명된다.

##### (1) 목적 함수의 공식화

Fig. 1과 같이 4개의 포인트를 가지는 일반적인 듀얼모드 시스템을 정의한다. 식 (1),(2)을 정리하면 다음과 같다.

$$T_1 = -\alpha T_a - \beta T_b [Nm] \quad (12)$$

$$T_0 = (\alpha - 1)T_a + (\beta - 1)T_b [Nm] \quad (13)$$

Output이 최대의 음의 토크를 가질 때, 즉  $T_0$ 가 최소가 될 때 최대 가속 성능이 구현되고 따라서 위 식이 목적 함수가 된다. 각 토크의 구속조건은 다음과 같다.

$$T_{1min} \leq T_1 \leq T_{1max}, T_{amin} \leq T_a \leq T_{amax}, T_{bmin} \leq T_b \leq T_{bmax} [Nm] \quad (14a), (14b), (14c)$$

$$T_{1min}, T_{1max} = f(S_1), T_{amin}, T_{amax} = f(S_a), T_{bmin}, T_{bmax} = f(S_b) [Nm] \quad (15a), (15b), (15c)$$

결과적으로 Inequality constraints를 가지는 Constrained minimization problem으로 공식화 하였다. 여기서 최적화를 위한 목적함수의 변수는  $T_1, T_a, T_b$ 와  $S_1, S_a, S_b$ 이다. 그런데 변수  $S_1, S_a, S_b$ 는 목적함수에 포함된 것이 아니라 구속조건에 포함되어 있다.  $T_{max}, T_{min}$  값이 속도에 따라 달라지기 때문이다. 따라서 이 목적함수는 nonlinear라고 볼 수 있고 수치 해석적 방법으로 해를 구할 수 있다.

##### (2) 목적 함수의 선형화

변수  $S_1, S_a, S_b$ 를 상수라고 가정하면,  $T_{max}, T_{min}$  값들이 상수가 되고 목적함수와 구속조건은 다음과 같다.

$\min(\alpha - 1)T_a + (\beta - 1)T_b$  subject to

$$T_1 + \alpha T_a + \beta T_b = 0 \quad (16)$$

$$T_{1\min} \leq T_1 \leq T_{1\max}, T_{a\min} \leq T_a \leq T_{a\max}, T_{b\min} \leq T_b \leq T_{b\max} [Nm] \quad (17a), (17b), (17c)$$

이 식을 통해 임의의 시스템 속도에서 최대 토크를 발생시키는 엔진과 모터의 토크 값을 해석적으로 결정할 수 있다.

### (3) 토크 제어 최적화

위에서 정리한 선형화된 목적함수를 Kuhn-Tucker condition으로 풀기 위해서 Inequality constraints를 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$$-T_1 + T_{1\min} \leq 0, T_1 - T_{1\max} \leq 0 \quad (18a)$$

$$-T_a + T_{a\min} \leq 0, T_a - T_{a\max} \leq 0 \quad (18b)$$

$$-T_b + T_{b\min} \leq 0, T_b - T_{b\max} \leq 0 \quad (18c)$$

First-Order Necessary Condition을 적용하고 수학적 귀류법을 이용하여 풀면 반드시 두 개 이상의 경계조건이 active되는 점이 해가 됨을 알 수 있다. 그리하여 각각의 교점들을 대입하여 가정을 만족시키는 해를 찾을 수 있다. 위 문제를 그래프를 통해 풀어보면,

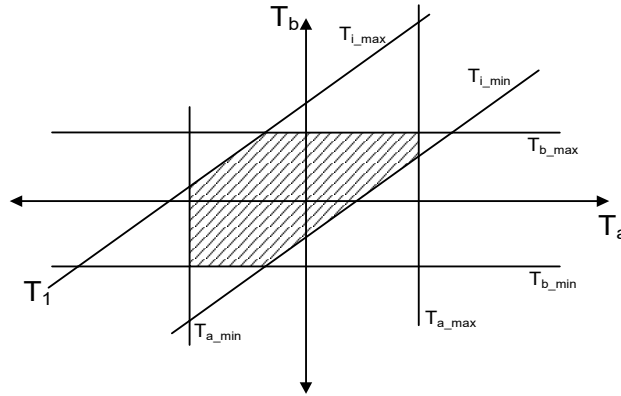


Fig. 6 Constraints of each component

빛금 친 영역이 feasible 영역이고,  $T_0 = (\alpha - 1)T_a + (\beta - 1)T_b$ 를 최대로 하는 직선과의 교점이 해가 된다.

### (4) 속도 제어 최적화

출력축 속도가 고정된 상태에서 3개의 변수  $S_1, S_a, S_b$ 를 변화시켜가며 최적의 속도점들을 찾아낼 수 있다. 그러나 유성기어의 dynamics에 의해서 한 개의 속도가 결정되면 나머지 두 개의 속도 역시 종속적으로 결정된다. 따라서 1차원 최적화 문제가 되며 모든 점을 대입하여 table로 만들어 최적점을 찾을 수 있다.

### (5) 시뮬레이션 결과

임의의 듀어 모드를 구성하기 위해 각 모드의  $\alpha, \beta$ 를 다음과 같이 설정하였다.

Table 1. Set parameters of dual mode system

|        | $\alpha$ | $\beta$ | Mode Type |
|--------|----------|---------|-----------|
| Mode 1 | -1.5     | 0       | Input     |
| Mode 2 | -1.5     | 2       | Compound  |

### (6) 속도 최적화 결과

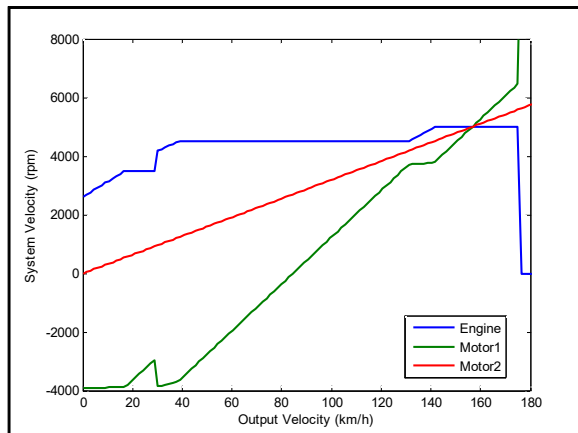


Fig. 7 Optimized velocity for mode 1

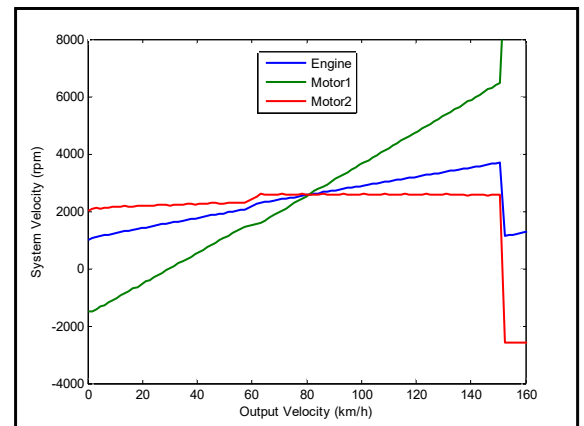


Fig. 8 Optimized velocity for mode 2

여기서 세 component의 속도가 비례 관계를 만족하는 것을 쉽게 알 수 있다. 또한 160km/h 근방에서 발산하는 것은 component의 속도 한계점을 넘어서 무의미한 해가 나온 것을 의미한다.

#### (7) 토크 최적화 결과

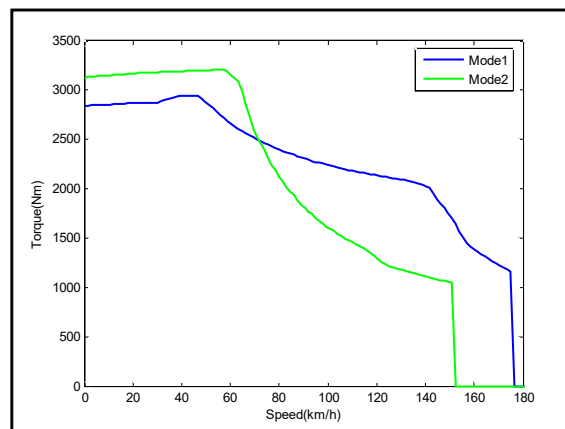


Fig. 9 Optimized torque for mode 1&2

저속 영역에서는 Mode2가, 고속 영역에서는 Mode1이 유리함을 보여준다. 토크가 0으로 떨어지는 부분은 앞 절에서 언급한 한계점 때문에 시뮬레이션이 중단되었음을 나타낸다.

#### (8) 가속 성능 테스트 결과

듀얼모드 하이브리드 자동차는 모드에 따라 성능이 달라질 수 있으므로 3가지 경우로 나누어 시뮬레이션을 수행하였다.

case1 : 모드1에서 운전 후 클러치 속도 0 인 점에서 모드2로 변환

case2 : 모드2에서 운전 후 클러치 속도 0 인 점에서 모드1로 변환

case3 : 최대 토크 라인을 따라 운전

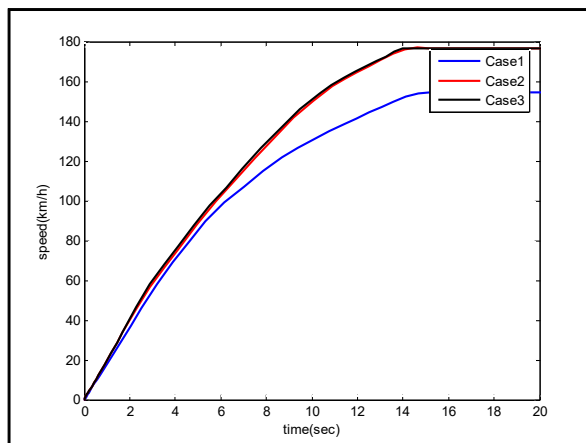


Fig. 10 Driving strategies for acceleration

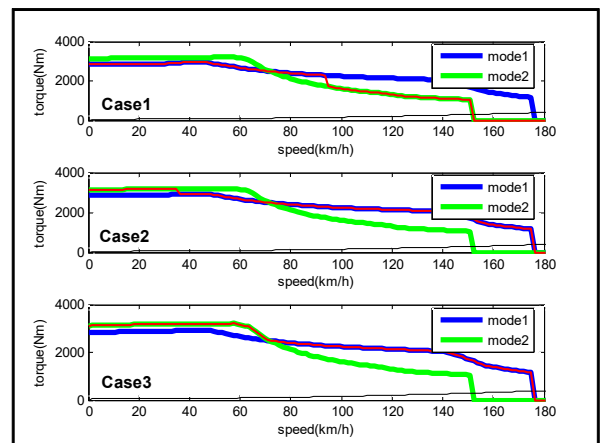


Fig. 11 Real vehicle simulation

이와 같이 운전 모드 전략을 case2와 같이 잘 세우면 최고의 가속성능을 보여줄 뿐만 아니라 모드전환 충격도 제거하는 이점도 얻을 수 있다.

#### (9) 결론

가속성능 최적화를 위해서 수학적 최적화 이론을 적용한 결과 Kuhn-Tucker condition과 단순한 알고리즘으로 쉽게 해가 도출되었다. 이러한 이론적 해석을 통해 가속성능을 극대화 하는 전략을 세울 수 있고 혹은 특정한 제어 전략 조건에서 가속성능의 손실 비중도 계산할 수 있다. 또한 속도와 토크 외의 다른 변수들이 추가되었을 때 목적함수와 구속조건을 변형하여 최적화 과정을 진행하는 것도 가능하다.

## 6. 하이브리드 연비 해석을 위한 최적화 기법

### 6.1 연비 최적화의 해석적 접근

하이브리드 시스템 해석의 최종적인 목적은 동력원의 크기 및 그 작동 특성을 얻어 최적의 시스템을 구성하고 이를 효과적으로 제어하는데 있다.

### 6.1.1 하이브리드 시스템의 해석 조건

연비 해석을 할 때, Quasi static을 가정하고 주행 경로에 따라 차량의 속도와 요구 토크가 주어진다. 하이브리드 시스템의 경우 배터리의 SOC를 상태 변수로 다루고 SOC의 최종값과 시초값이 동일해야 한다는 제한 조건을 통해 경로 최적화를 실시한다.

### 6.1.2 하이브리드 시스템의 해석

하이브리드 시스템은 기어비와 같은 기하적인 구속 조건과 함께 동력분배비라는 새로운 구속 조건을 주어야 시스템의 모든 변수의 값을 산출할 수 있다. 유성기어비가 R로 주어진 THS의 경우 변속기의 출력 속도와 토크가 각각  $T_0, S_0$ 로 주어진다면  $S_{eng}, T_{eng}$ 를 제어 변수로 설정하여 Static 가정 하에 모든 동력원의 속도, 토크가 결정된다.

$$\begin{bmatrix} S_{gen} \\ S_{mot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R & R+1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_{eng} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} T_{\geq n} \\ T_{mot} \end{bmatrix} = \frac{-1}{(1+R)} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1+R & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_0 \\ T_{eng} \end{bmatrix} \quad (2)$$

위의 식을 통해 모든 동력원의 작동점을 얻게 되므로 각 동력원의 효율 및 엔진의 연료 소비량을 얻을 수 있다. 제어 변수로 엔진의 속도와 토크를 설정하면 목적 함수인 연비는 두 제어 변수에 의해 연비 맵 상에서 수치상으로 결정된다.

$$Fuel\ Consumption = L(S_{eng}, T_{eng}) \quad (3)$$

배터리의 SOC와 시스템 관계식은 다음 식으로 표현된다.

$$P_{bat} = \eta_{mot} S_{mot} T_{mot} + \eta_{gen} S_{gen} T_{gen} \quad (4)$$

$$P_{bat} = V(SOC)I - R(SOC)I^2 \quad (5)$$

$$\Delta SOC = I \cdot \Delta t \quad (6)$$

$$\dot{SOC} = f(SOC, S_{eng}, T_{eng}) \quad (7)$$

위의 식 (1),(2)과 같은 제어 변수와 독립 변수의 관계식, 그리고 식 (7)과 같은 상태 변수의 지배 방정식을 바탕으로 제한 조건을 만족하면서 연비를 최소화하는 최적 제어 경로를 얻어 연비 성능을 해석할 수 있다.

### 6.1.3 연비 최적화의 해석적인 이해

식(3)과 식(7)의 제어 변수를  $u$ , 상태 변수를  $x$ 라 하면 다음과 같이 정리된다.

$$\min \int_{t_0}^{t_f} L(u(t)) \quad (8)$$

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)), x(t_0) = x(t_f) = x_0 \quad (9),(10)$$

위와 같이 정의된 경로 최적화 문제를 풀기 위해 다음과 같이 Hamiltonian을 정의하고, costate, state 방정식 및 필요조건 방정식을 얻으면 다음과 같다.

$$H = L(u(t)) + p(t)f(x(t), u(t)) \quad (11)$$

$$\dot{p}(t) = -p(t) \frac{\partial f}{\partial x} \quad (12)$$

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)) \quad (13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u}(x, u) = 0 = \frac{\partial L}{\partial u}(x, u) + p(t) \frac{\partial f}{\partial u}(x, u) \quad (14)$$

일련의 방정식을 해결하면 최적 경로를 얻을 수 있다. 다양한 풀이 방법 중 본 보고서에서는 직접 최적 경로를 탐색하는 DP (Dynamic Programming)를 소개할 것이다.

## 6.2 DP를 이용한 경로 최적화

### 6.2.1 DP(Dynamic Programming)

다양한 경로 최적화 기법이 존재하지만 비선형적이고 제한 조건이 존재하는 시스템에 대해서는 DP를 이용한 해석 기법이 매우 유용하다.

### 6.2.2 DP의 작동원리

Fig. 1은 각 1,2,3 단계에서 3개씩의 State를 갖는 시스템이 있을 때, A(0)에서 B(4)로 진행할 수 있는 모든

방법 중 최적의 경로가 선택된 결과를 나타내고 있다. 만약 단계 2의 각 state 에서 최종 단계인 4로 가는 방법이 Fig. 2의 (a) 와 같이 결정되었다고 가정하자. 이러한 최적의 경로는 0단계에서 2단계로 연결되는 최적 경로와 무관하다.



Fig. 1 Optimal trajectory with several states

만약 단계 1의 첫 번째 state 에서 최종 목적지 B(4)까지 진행하는 최적 경로를 찾기 위해서는 Fig 2 의 (a) 와 같이 단계 1의 첫 번째 상태 변수(state) 에서 단계 2의 모든 상태 변수로 진행하는 경로를 확인해 보고 이 중 가장 최적으로 판단되는 경로를 선택한다. 단계 2의 각 상태 변수에서 최종 단계까지는 이미 최적의 경로와 비용이 결정되었으므로 명확하게 최적 경로를 찾을 수 있다. 이를 단계 1의 모든 상태 변수 에서 수행하면 결국 Fig 2 의 (b)에서처럼 단계 1에서의 최적 경로가 완성된다. 이러한 DP 의 경로 선택은 모든 경로를 비교 때 발생하는 소모적인 연산을 줄일 수 있으며 constraint 을 쉽게 적용할 수 있기 때문에 하이브리드 시스템의 최적 연비 해석에 유용하다.

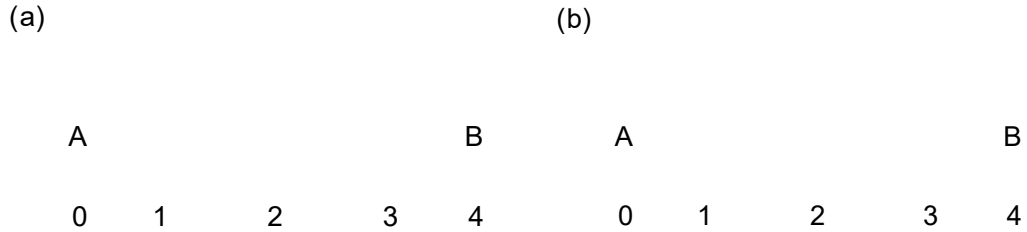


Fig. 2. Process of making decisions for optimality

### 6.2.3 DP 해석 기법

총 N단계로 이루어지고, k단계에서  $x(k)$ 로 표현되는 상태 변수와  $u(k)$ 로 표현되는 제어 변수를 가졌을 경우 최적화 문제는 다음과 같이 정의된다.

$$\min_{u(k)} \sum_{k=1}^N L(x(k), u(k)) \quad (15)$$

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) \quad (16)$$

$J_{k,N}^*(x(k))$ 를 k단계에서 최종 단계까지의  $x(k)$ 에 따른 최적 경로라고 하면 각 단계의 관계식은 다음과 같다.

$$J_{k,N}^*(x(k)) = \min_{u(k)} L(x(k), u(k)) + J_{k+1,N}^*(x(k+1)) \quad (17)$$

식 (17)은 DP의 알고리즘을 수식으로 표현한 것이다. 이와 같은 경로 최적화 문제는 *Backward* 방식으로 해석된다. 즉,  $J_{k+1,N}^*(x(k+1))$ 의 값을 알고 있을 때,  $J_{k,N}^*(x(k))$ 를 구할 수 있게 되는 것이다.

## 6.3 DP를 이용한 프로그램의 구성

### 6.3.1 경로 선택 알고리즘

Fig. 4 는 DP 의 경로 선택 과정을 나타내고 있다. x축은 시간의 단계를 y축은 상태 변수인 SOC를, 테이블에 표시되어 있는 숫자는 각 상태에서 최종 단계까지의 최적 연료 소비량을 나타낸다. 시작 SOC의 값을 0.6 이라 할 때, Backward 방식을 택할 경우 마지막 시간인 nm에서부터 시작하는데 n-1단계에서 n단계까지 진행하는데 필요한 모든 제어 경로를 탐색하여 각 상태변수에 최적의 연비와 경로를 산출한다. 최종 상태 변수가 0.6인 경우를 선택하게 하기 위해서 0.6 이 외의 값들은 매우 큰 값을 가지게 한다. 순차적으로 단계를 진행하여 모든 단계의 각 SOC 값에서 다음 단계로 가는 최적의 경로가 모두 결정되면 최초의 SOC 값인 0.6 에서 그 동안 선택된 최종 경로를 확정하여 최적 제어 경로가 완성된다.

| SOC  |      | Backward Calculation |      |   |     |     |
|------|------|----------------------|------|---|-----|-----|
|      | ⋮    | ⋮                    | ⋮    | ⋮ | ⋮   |     |
| 0.62 | 35.5 | 35.3                 | 34.3 | ⋯ | 0.3 | 100 |
| 0.61 | 36.2 | 35.9                 | 34.6 | ⋯ | 0.5 | 100 |
| 0.60 | 36.6 | 36.1                 | 34.7 | ⋯ | 0.6 | 0   |
| 0.59 | 36.8 | 36.3                 | 34.9 | ⋯ | 0.8 | 100 |
| 0.58 | 37.2 | 36.5                 | 35.2 | ⋯ | 0.9 | 100 |
| 0.57 | 38.1 | 36.8                 | 35.3 | ⋯ | 101 | 100 |
|      | ⋮    | ⋮                    | ⋮    | ⋮ | ⋮   |     |
| 0    | time | 1                    | 2    | ⋯ | N-1 | N   |

Fig. 4. Process for choosing an optimal trajectory

### 6.3.2 연비 테이블의 구성

Fig. 5 의 연료 소모 테이블의 x 축은  $\Delta SOC$ 의 변화 정도를 y 축은  $SOC$ 를 나타내며 단계  $k$ 에서  $k+1$ 로 진행할 때 필요한 최적 누적 연료 소모량을 나타내고 있다. 단계  $k$ 에서  $SOC$ 가 0.68 일 때  $k+1$ 로 진행하는 모든 경우를 화살표로 나타내었고  $k+1$ 의 각  $SOC$ 의 최적 누적 연료 소모 값에서 연료 소모 테이블의 해당 연료 소모량을 더하여  $k$ 단계의  $SOC$ , 0.68 상태로 도달했을 때의 누적 연료 소모량을 비교하여 가장 연료가 적게 소모되는 경로가 해당 상태 변수의 최적 누적 연료 소모량으로 결정된다. 연료 소모 테이블은 연료 소모와  $\Delta SOC$ 사이의 관계에 의해 구해지는데 이를 구하기 위해서 다음과 같은 관계 곡선을 매 순간 얻어야 한다.

|       |       |                               |                          |     |      |      |         |   |
|-------|-------|-------------------------------|--------------------------|-----|------|------|---------|---|
|       | ⋮     | Motor Mode                    | Hybrid Mode(Engine Mode) |     |      |      |         | ⋮ |
| 0.71  | 34.31 | 0                             | 1.00                     | 1.2 | 1.40 | 1.60 | 33.17   |   |
| 0.70  | 34.56 | 0                             | 1.01                     | 1.2 | 1.39 | 1.60 | 33.39   |   |
| 0.69  | 34.78 | 0                             | 1.01                     | 1.2 | 1.39 | 1.58 | 33.58   |   |
| 0.68  | 34.96 | 0                             | 1.02                     | 1.2 | 1.38 | 1.58 | 33.79   |   |
| 0.67  | 35.13 | 0                             | 1.03                     | 1.2 | 1.37 | 1.57 | 33.97   |   |
| 0.66  | 35.33 | 0                             | 1.04                     | 1.2 | 1.36 | 1.56 | ⋮       |   |
|       |       |                               |                          |     |      |      | 34.99   |   |
| SOC   |       | $\Delta SOC$                  | -1                       | 0   | +1   | +2   |         |   |
| FC(k) |       | $\Delta FC$ from (k) to (k+1) |                          |     |      |      | FC(k+1) |   |

Fig. 5. Data table of fuel consumption

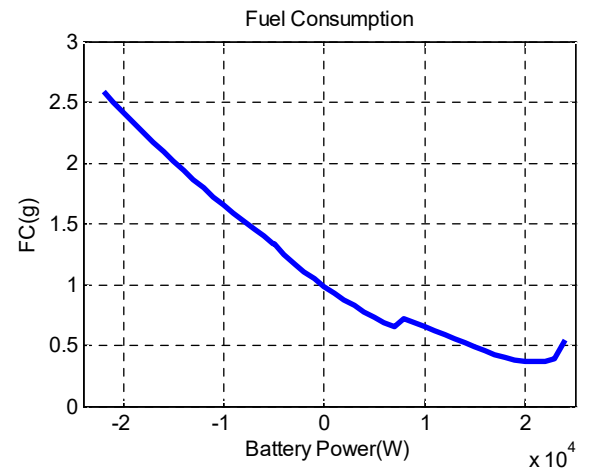


Fig. 6. Relation between FC and electric power

$\Delta SOC$ 는 경우 배터리의 사용 동력에 대체로 비례하는데 그 관계식 구하기 위해서 식 (4)~(6)와 같은 배터리 모델을 이용하면 최종적으로 Fig. 6 으로부터 Fig. 5 의 연료 소모 테이블을 얻게 된다. 다음 Fig. 7 은 Two-mode 하이브리드 시스템의 연비 해석 결과를 나타낸 것이다.

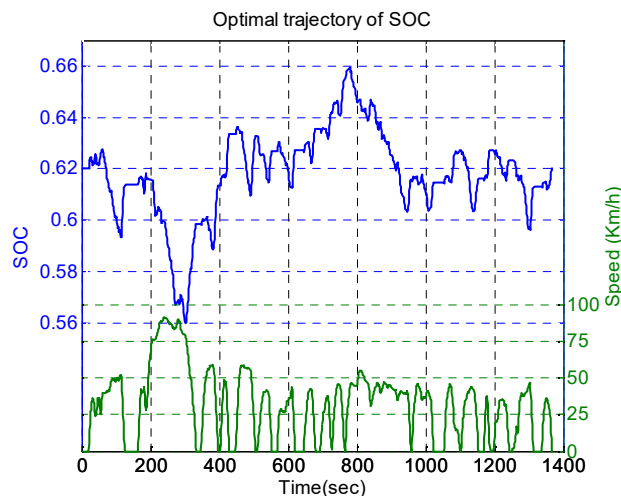


Fig. 7. Optimal trajectory of SOC for two-mode HEVs

Fig. 5의 연료 테이블의 크기는  $SOC$ 를 얼마나 미세하게 나누는가에 따라 달라지는데 본 해석에서는 상태 변수  $SOC$ 를 0.5 에서 0.7 사이로 제한하여 이를 2000개로 나누었고 각 100개의 엔진 토크와 엔진 속도를 제어 변수로 설정하였다.

본 보고서는 처음에서 밝혔듯이 창의적인 내용을 다루고 있지 않는다. DP 를 이용한 많은 해석 결과가 이미 다수 제시되어 있는 시점에서 기존의 DP 의 해석 방법을 좀 더 자세히 설명하였고 근본적으로 하이브리드 연비 최적화가 해석적으로 어떻게 이해될 수 있는가를 간단히 논의하였다.

## 7. Pontryagin's Minimum Principle(PMP)를 이용한 하이브리드 전기차의 주행 제어 최적화

우수한 에너지 효율을 얻기 위해서는 시스템 그 자체의 성능뿐만 아니라 구성된 시스템을 최적의 성능을 발휘하도록 운영하는 것 또한 중요한 일이라고 할 수 있다. 본 연구는 기존의 DP로 대표되었던 하이브리드 주행 제어 전략의 최적화를 Pontryagin's minimum principle(PMP)로 대체하여 얻을 수 있는 장점에 대해 기술하고 있다.

### 7.1 Confined-Optimal Operating Line

#### 7.1.1 해석 대상 하이브리드 시스템

본 연구에서 제시된 기법을 통해 해석할 차량은 하나의 유성 기어에 엔진과 두 개의 모터가 직접 되어 차량에 동력을 공급하는 동력 분기형 하이브리드 시스템이다.

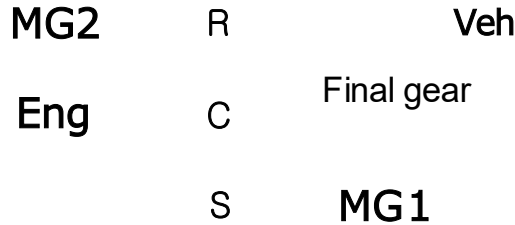


Fig. 1. A simple schematic of a power split hybrid system which has a one power split device.

엔진 속도와 토크를  $S_e, T_e$ , 모터 제너레이터 1,2의 속도 토크를  $S_{mg1}, T_{mg1}, S_{mg2}, T_{mg2}$ , 변속기의 출력 속도와 토크를  $S_o, T_o$ 라고 할 때, 유성 기어비  $R$ , 최종 감속비  $\zeta$ 를 도입. 레버 해석법에 의해 시스템 관계식을 얻으면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} S_{mg1} \\ S_{mg2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R & 1+R \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta S_o \\ S_e \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} T_{mg1} \\ T_{mg2} \end{bmatrix} = \frac{1}{-(1+R)} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1+R & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\zeta} T_o \\ T_e \end{bmatrix} \quad (2)$$

위 식을 바탕으로 정적 상태에서, 차량의 요구 속도와 토크가 주어지고 엔진의 속도와 토크가 결정되면 나머지 동력원 MG1 과 MG2 의 속도와 토크가 얻어지게 된다.

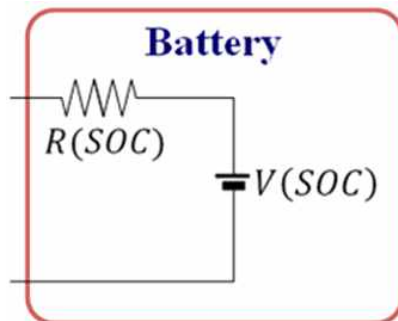


Fig. 2. A battery model including an internal resistance and an open circuit voltage

MG1과 MG2의 작동점이 결정되면 배터리 파워  $P_{bat}$ 를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$P_{bat} = \eta_{c1}^k T_{mg1} S_{mg1} + \eta_{c2}^k T_{mg2} S_{mg2} \quad (3)$$

효율  $\eta_{c1}, \eta_{c2}$ 는 아래 식과 같은 관계를 통해  $P_{bat}$ 를 구하는데 이용된다.

$$k = \begin{cases} 1 & ;recuperating \\ -1 & ;motoring \end{cases} \quad (4)$$

얻어진  $P_{bat}$ 로부터 배터리의 개회로 전압, 내부저항, 배터리의 총 전하량을 이용하여 배터리 모델을 적용한 SOC의 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$SOC = \frac{1}{Q_{bat}} \frac{V_{bat} - \sqrt{V_{bat}^2 - 4R_{bat}P_{bat}}}{2R_{bat}} \quad (5)$$

본 연구에서 사용된 모든 차량 데이터는 Powertrain System Analysis Toolkit (PSAT)에 있는 Prius04을 참고했다.

### 7.1.2 엔진 작동점의 국소 최적화

본 연구에서는 요구 출력 조건이 주어졌을 경우 엔진의 최적 작동점을 배터리 파워에 따라 얻어 이를 Confined-Optimal Operating Line(COOL)이라고 한다.

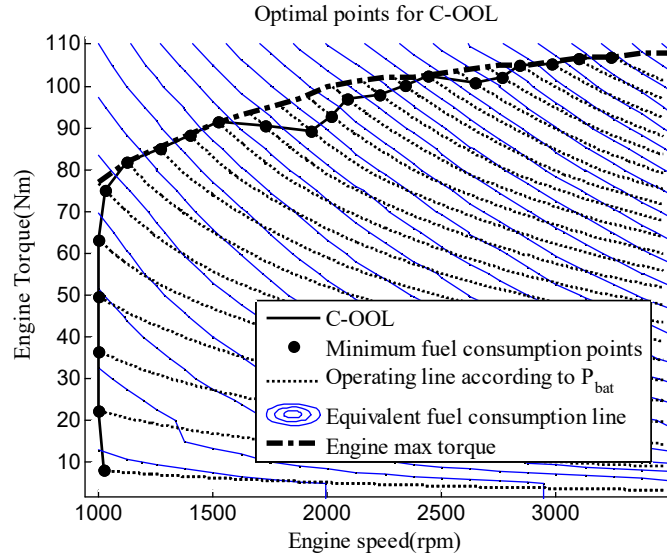


Fig. 3. An example of C-OOL. The output conditions of the example are the output torque is 100 Nm and the output speed is 100rad/s

예시된 C-OOL 의 차량이 요구하는 출력은 정해져 있을 때, 엔진 출력이 높아질 경우 상대적으로 배터리 파워  $P_{bat}$ 는 줄어들고, 이에 따라 특정  $P_{bat}$ 에서, 운전 가능한 엔진 작동점 중 가장 적은 연료를 소모하는 점이 C-OOL 상의 국소 최적 엔진 작동점으로 결정된다. 이러한 기법을 통해 우리는  $P_{bat}$ 에 따른 엔진의 연료 소모율  $m_{fc}$ 를 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.

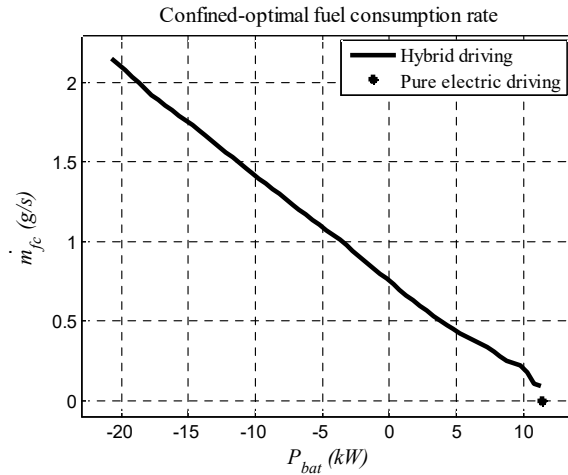


Fig. 4. C-OOL which is a family of the best engine operating points for a specific battery power.

결과적으로 본 연구에서 최소화하려는 엔진의 연료 소모량의 순간 변화율은 배터리 파워  $P_{bat}$ 에 따른 함수로 나타낼 수 있으며, 이 함수는 이 후, PMP 기반의 제어를 구성하는데 핵심적인 Hamiltonian 을 구성하는데 이용된다.

## 7.2 Optimal control

하이브리드 시스템의 경우 주행 조건이 모두 주어진다고 가정하면 우리는 하이브리드 최적 제어 문제를 확정적 제어 문제로 해결할 수 있다. 확정적 제어 문제의 최적화에는 크게 두 가지의 제어 해법이 존재하는데 하나는 Bellman 의 최적 제어 원리 (Bellman's optimal principle) 에 기초한 Dynamic programming 을 통해 문제를 해결하는 방법이고, 다른 한 가지 방법은 변분법 (Calculus of Variation) 에서 파생된 오일러 라그랑지 (Euler-Lagrange equation) 해를 이용한 방법이다.

### 7.2.1 최적화 문제의 정의

일반적으로 최적화 문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \min J &= \int_{t_0}^{t_f} g(x, u, t) dt \\ \text{subject to : } x &= f(x, u, t) \end{aligned} \quad (6)$$

$x$ 는 배터리의 SOC(상태변수),  $u$ 는 배터리의 출력파워(제어변수),  $f$ 는 SOC의 지배방정식,  $g$ 는 연료 소모율을 나타내는 목적함수이다. 결과적으로 함수  $g$ 를 적분한 연료 총 소모량을 최소화하는 문제로 정의할 수 있다.

### 7.2.2 Dynamic Programming(DP)

다음 수식은 optimal field를 구성하는 Hamilton-Jacobi-Bellman 공식을 나타낸다.

$$0 = J_t^*(x(t), t) + \min_{u(t)} [g(x(t), u(t), t) + J_x^{*T}(x(t), t) f(x(t), u(t), t)] \quad (7)$$

수식에 의해 구성된 optimal field는 일반적으로 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.

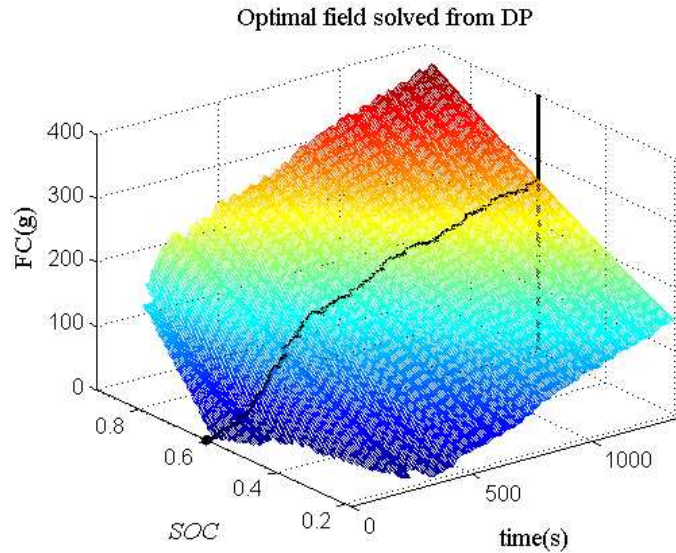


Fig. 5. An optimal field of a power split hybrid system at FTP72, which is solved from DP in a forward looking type 이와 같은 optimal field 는 사용할 수 있는 모든 SOC를 검토한 결과이기 때문에 얻어진 최적 제어 경로는 언제나 글로벌 최적해가 된다. 일반적으로 DP를 이용하여 하이브리드 시스템의 주행 제어 경로를 최적화 하는데에는 많은 시간이 소모되고, 따라서 DP를 이용하여 시스템의 파라미터 등을 최적화 하거나 이를 실시간 주행 제어 전략으로 채택하는 것도 역시 상당한 시간을 요구하게 된다.

### 7.2.3 Pontryagin's Minimum Principle(PMP)

Pontryagin's minimum principle (PMP) 는 Euler-Lagrange equation의 일반화 된 형태로 주어진 최적 제어 문제를 만족하는 최적 해가 만족시켜야 하는 필요조건을 제시한다. 최적 제어 문제의 Hamiltonian 이 costate인 변수  $p$ 를 도입하여 다음 식들과 같이 정의 될 때, 최적 제어에 의한 상태 변수와 제어 변수의 해는 다음의 필요조건을 만족해야 한다.

$$H(x, u, p, t) = g(x, u, t) + p \circ f(x, u, t) \quad (8)$$

$$x^* = \frac{\partial H}{\partial p}, p^* = - \frac{\partial H}{\partial x} \quad (9), (10)$$

$$H(x^*, u^*, p^*, t) \leq H(x^*, u, p^*, t) \quad (11)$$

필요조건을 만족하는 해를 얻기 위해서는 비선형 미분 방정식의 경계치 문제를 풀어야 한다. 이는 상대적으로 비선형 편미분 방정식을 해결해야 하는 DP에 비해 상대적으로 소요되는 시간이 적게 걸리게 된다. 한편, PMP가 제시하는 필요조건을 만족하는 해의 경우 변분법이 내포하는 기본적인 한계를 가지고 있는데, 이는 필요조

건을 만족하는 해가 글로벌 최적 해가 아닌, 로컬 최적 해가 될 수밖에 없다는 단점을 가지고 있다는 점이다.

#### 7.2.4 하이브리드 최적 제어 문제의 특징

하이브리드 시스템의 경우 상태 변수인  $SOC$ 가 연료 소모율 함수인  $g$ 에 영향을 미치지 않고, 일반적인  $SOC$ 의 사용 범위에서 배터리의 개회로 전압과 내부 저항이  $SOC$ 가 변화하여도 거의 일정한 상태가 유지되기 때문에, 상태 지배 방정식인  $f$ 의 경우  $SOC$ 의 영향을 거의 받지 않는다. 이러한 논의를 확장하기 위하여 우리는  $f$ 가 오로지  $P_{bat}$ 에 관한 함수라고 정의할 수 있다. 이 경우 PMP의 costate 는 식에 의해 변수가 아닌 상수로 얻어지게 된다.

두 개의 최적 제어 경로가 존재한다고 가정하자. 각 경로는 PMP가 제공하는 필요조건인 식을 만족하고 이는 다음으로 표현할 수 있다.

$$g(P_{bat,1}^*, t) + p_1^* \cdot f(P_{bat,1}^*) \leq g(P_{bat,2}^*, t) + p_1^* \cdot f(P_{bat,2}^*) \quad (12)$$

$$g(P_{bat,2}^*, t) + p_2^* \cdot f(P_{bat,2}^*) \leq g(P_{bat,1}^*, t) + p_2^* \cdot f(P_{bat,1}^*) \quad (13)$$

이를 정리하면 다음 식과 같다.

$$(p_1^* - p_2^*)(SOC_1^* - SOC_2^*) \leq 0 \quad (14)$$

위의 식이 의미하는 바는 PMP의 필요조건을 만족하는 두 가지 경로가 있을 때, 하이브리드 시스템의 경우 상태 변수의 변화량의 차는 costate의 크기 차와 언제나 반대 부호를 가지게 된다는 것이다. 우리는 하이브리드 시스템의 경우 배터리의 전압과 저항이 일정하다는 특정한 가정 아래, costate 가 상수로 구해진다는 결론을 얻었고, 이는 다시 말하자면 하이브리드 시스템의 최적 필요조건을 만족하는 두 가지 경로가 초기 값과 최종 값이 같을 수는 없다는 것을 의미한다. 직관적으로는 costate 가 클수록  $SOC$ 는 더 낮은 방향으로 진행한다는 것을 의미한다. 이는 위의 식들을 고찰한 결과와도 같은데, costate는 연료 소모율과 배터리  $SOC$ 변화량의 등가 파라미터를 의미하고 이 값이 클수록  $SOC$ 변화량의 상대적인 가치가 감소하여 이를 최소화하려는 전략 아래서는  $SOC$ 가 감소하게 된다고 설명할 수 있다.

#### 7.3 PMP기반의 해석 시뮬레이션

설명된 PMP 기법을 바탕으로 하이브리드시스템의 연비 해석을 수행하였다. 설명한 것과 같이 해석 대상 시스템은 04년 프리우스로 결정하였으며 모든 데이터는 PSAT의 값을 적용하였다.

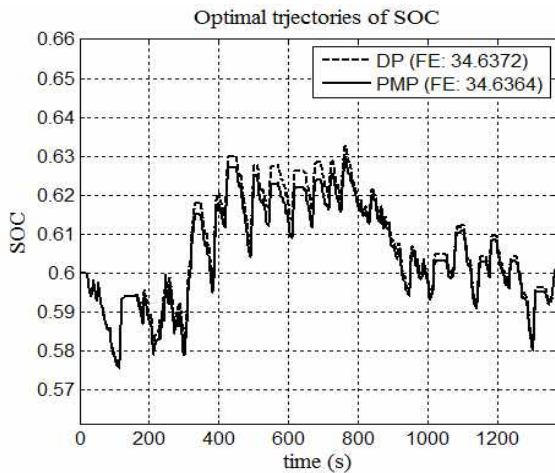


Fig. 6. Optimal results solved from PMP at FTP 72

Table 1. Optimal results solved from PMP

| Cycle Name  | OP(km/l) | PMP(km/l) |
|-------------|----------|-----------|
| newyork_bus | 24.1240  | 24.119    |
| manhattan   | 29.6651  | 29.6604   |
| udds_truck  | 32.3003  | 32.3328   |
| us06        | 21.2169  | 21.0845   |
| japan_1015  | 37.7861  | 37.7726   |
| nedc        | 32.7784  | 32.7861   |
| ece_eudc    | 30.6576  | 30.6667   |

위의 결과는 PMP 기반의 하이브리드 주행 최적화의 결과가 글로벌 최적이라고 여겨지는 DP의 결과에 매우 근사함을 의미하며, 이러한 결과는 앞서 가정한 배터리 모델의 가정 역시 유효하여 이와 같은 결과가 도출되었음을 의미한다.

본 보고서를 통해 이론적으로 PMP는 DP에 비해 글로벌 최적을 보장하지 못하나 하이브리드 시스템의 특징을 고찰하여 타당한 가정을 도입함으로써 이론적으로 글로벌 최적일 수 있음을 증명하였다. 향후 관련 연구의 진행으로 차량의 실시간 적용이 가능한 주행 제어 전략을 구성할 수 있을 것으로 기대할 수 있다.

## 8. 하이브리드 주행 제어 최적화를 위한 Backward Simulator의 개발

하이브리드 전기차의 주행 성능을 엄밀하게 평가할 수 있는 시뮬레이터를 개발하는 것은, 이제 상용화 단계에 있는 하이브리드 시스템의 초기 설계 단계에서 다양한 구조와 동력원의 용량 조합을 효과적으로 평가하는데 큰 도움이 된다.

### 8.1 Optimal control theory

Backward simulator의 경우 운전자 모델에서 출력되는 신호를 기반으로 주행 제어 전략이 구성되지 않는다. 대신, 차량의 요구 출력을 충족하는 임의의 동력 조합을 시뮬레이터의 주행 전략부에서 모두 검토하고 이를 시뮬레이션에 반영할 수 있다. 대표적인 주행 최적화 알고리즘으로 Bellman's optimality에 근거한 Dynamic Programming(DP)과 경로 최적화 기법에 근거한 Pontryagin's minimum principle을 들 수 있다.

#### 8.1.1 하이브리드 연비 최적화

하이브리드 시스템의 최적화 문제는 다음 그림을 통해 설명할 수 있다.

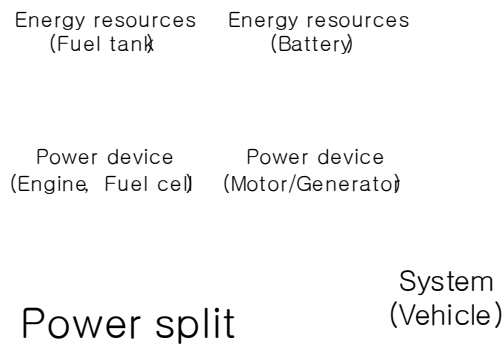


Fig. 1 Power stream among power resources

일반적으로 연료 탱크와 배터리가 에너지 저장원이 된다. 에너지 저장원 사이에는 이 에너지를 동력으로 전환하는 엔진, 모터, 연료 전지 등의 동력원들이 자리 잡게 되는데 결과적으로 이 동력원들 사이에서 동력의 흐름을 제어할 때, 고려되어야 하는 에너지원의 특성들을 해석에 반영해야 한다.

### 8.2 Backward Simulator의 구성

#### 8.2.1 시뮬레이터의 구성 개념

본 연구를 통해 개발된 시뮬레이터 OC\_SIM (Optimal Control Simulator) 는 범용화의 개념보다는 확장성과 사용자의 편의성에 중점을 두고 있다.

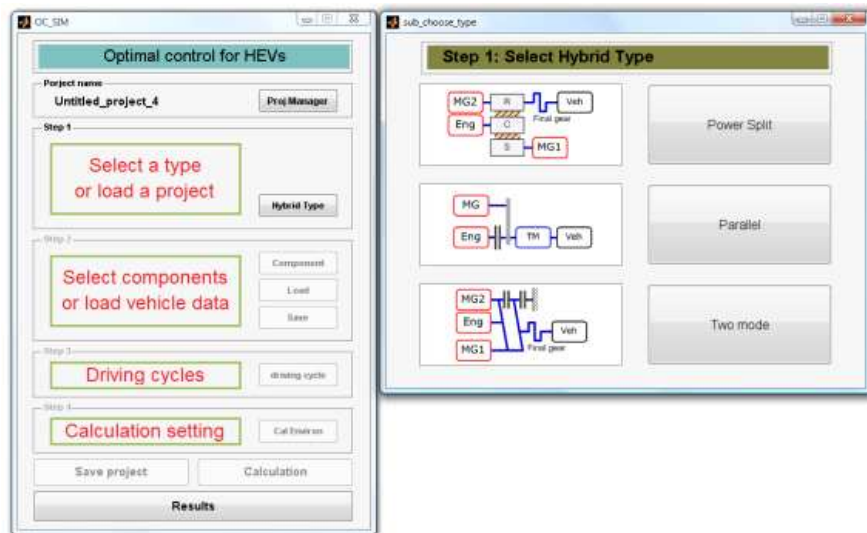


Fig. 2 Built-in hybrid structures in the OC\_SIM

위는 개발된 OC\_SIM 의 메인 화면이다. 크게 4 개의 스텝으로 구성되어 있고, 각 스텝에서 필요한 데이터를 모두 선택해야 다음 스텝으로 진행할 수 있다.

#### 8.2.2 시뮬레이터 OC\_SIM

OC\_SIM 의 메인 화면의 Project manager 을 실행하면 다음 그림과 같은 프로그램 화면이 연출된다. 이 화면에서 기존에 작성되었던 프로젝트를 로드하거나 혹은 복 수의 프로젝트를 실행하는 기능을 선택할 수 있

다. 만약 새로운 프로젝트를 선택하게 되면 step1 에서 하이브리드 구조를 선택하게 되고 이 경우 그림에 있는 것처럼 해석하고자 하는 구조를 선택하면 된다.

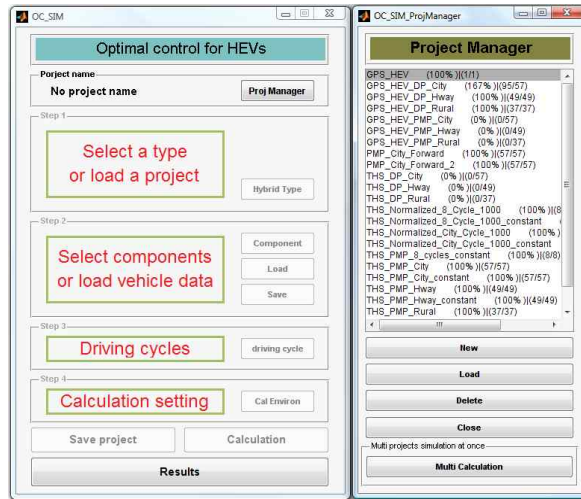


Fig. 3 Main figure and project manager of OC\_SIM

OC\_SIM 의 첫 번째 단계에서 해석 구조가 선택되면 그림과 같이 동력원의 구성을 선택하는 화면으로 진행하게 된다. 동력원의 주요 특성 맵을 보면서 필요한 엔진, 모터, 변속기, 배터리 등을 원하는 것으로 선택하여 구성이 가능하다.

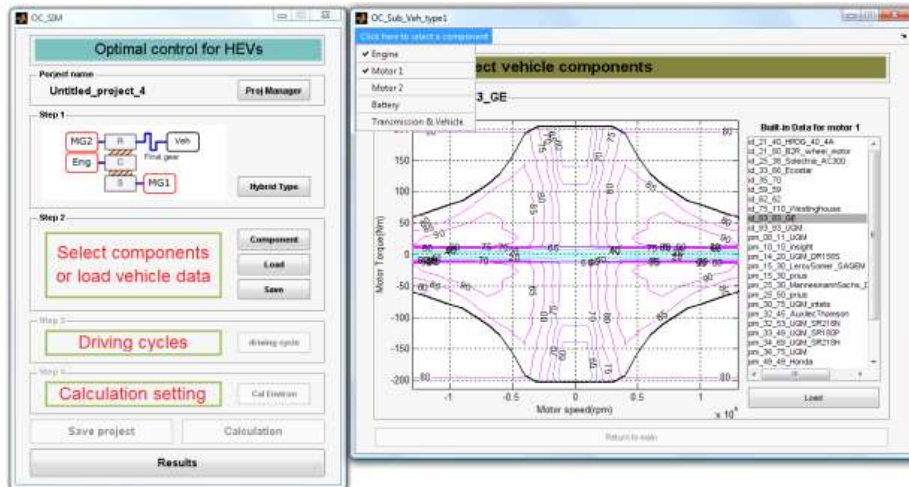


Fig. 4 Select an appropriate component

아래 그림은 시스템의 구조 선정 이 후, 모든 동력원의 데이터를 선택하고 해당 차량이 해석될 주행 경로를 선택하는 화면이다.

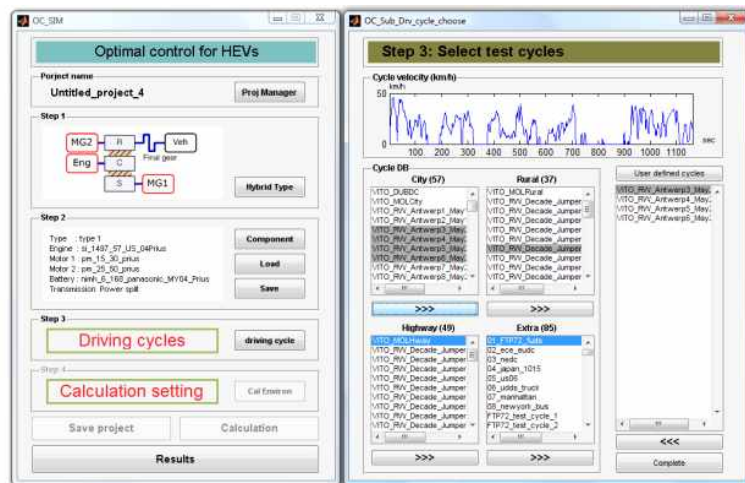


Fig. 5 A select panel for driving schedules

해석 대상 차량 시스템과 동력원의 데이터, 주행 싸이클 등이 모두 입력되면 마지막으로 해당 프로젝트를 수행할 해석 기법을 선택하도록 되어 있다. 이 때, DP 와 PMP 중 한 가지를 선택하여 해석을 수행하는데 일반

적으로 PMP 의 해석 기법이 DP 기법보다 해석 수행 시간이 짧게 걸린다. PMP 의 해석을 위해서는 costate 의 초기 값을 입력하도록 되어 있는데 이 때, 시뮬레이터는 해당 시스템의 엔진과 배터리의 에너지 효율을 고려하여 자동적으로 초기 값을 세팅한다.

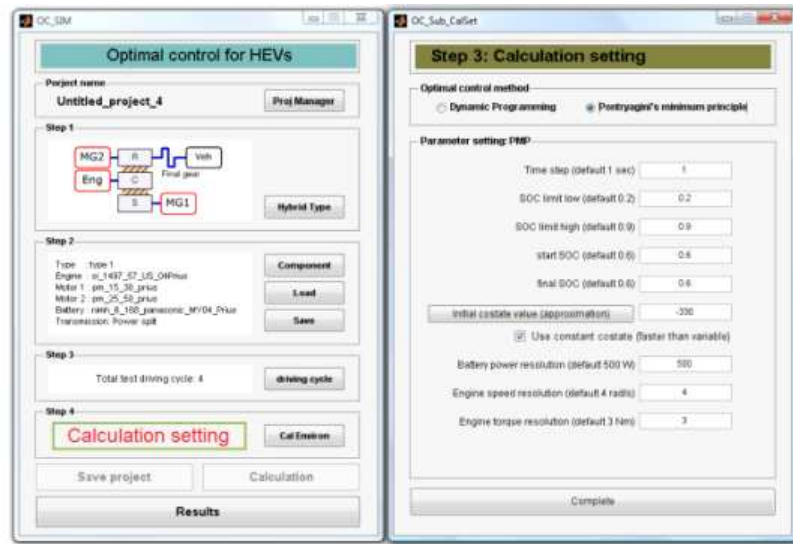


Fig. 6 A select panel one of two analysis methods, DP and PMP

해석을 모두 수행하고 나면 그림과 같은 해석 결과 창을 통해 해석 결과를 확인할 수 있다. 해석 결과 윈도우는 시뮬레이터가 제공하는 모든 해석 신호들을 포함하고 있으며 이 윈도우를 이용하여 아래와 같이 간단한 그래프들을 생성하거나 연비, 해석 시간, 각종 해석 결과를 포함하고 있는 결과 레포트를 확인하는 것이 가능하다.



Fig. 7 Results panel of the OC\_SIM

본 연구는 하이브리드 연비 해석을 위해 보다 편리한 하이브리드 시뮬레이터 개발에 관한 소개가 그 목적이 라고 할 수 있다. 한 편, 개발되는 대부분의 시뮬레이터는 그 목적이 성능 해석에 있음에도 전 방향으로 구성 이 되어 실제 시스템으로부터 얻고자 하는 시스템의 최대 성능을 최적화된 제어기가 없이는 구현할 수가 없 다. 이런 이유에서 최적 제어 알고리즘이 내포된 후 방향 시뮬레이터의 개발은 하이브리드 전기차의 초기 개 발 과정에서, 시스템이 구현할 수 있는 최대 성능을 알고자 하는 이들에게 요긴하게 사용될 것으로 기대된다. 또한 최적의 주행 제어 결과에서 차량의 제어 전략에 대한 직관을 얻는데도 도움이 될 것으로 생각한다. 본 보고서에서 소개하는 후 방향 시뮬레이터는 두 가지 알고리즘, Dynamic programming 과 Pontryagin's minimum principle, 기법을 적용하였으며 이를 통해 다양한 하이브리드 조합에서 그 최적 연비를 평가할 수 있으며 가장 널리 쓰이는 Matlab 기반의 GUI 로 구성되어 사용자가 비교적 편리하게 쓸 수 있을 것으로 생각된다. 또한, 지속적인 시뮬레이터의 성능 개선을 통해 더 다양한 하이브리드 시스템의 조합과 더 정교한 해석 수행 능력이 추가될 수 있을 것으로 기대한다.

## 9. Reference

- Young-il Park, Hyeon-mog Jang, Kinam Kim, Namwook Kim, Analysis on the Cushion Characteristics of a Rolling Stock Adapted the Dynamic Model for Buffer Couplers, in Proc, KSAE 2011 Spring Conference, pp. 2432-2434.
- Howon Seo, Namwook Kim, Daeheung Lee, Wonsik Lim, Suk Won Cha, Development of semi-real time clutch analysis model based on fixed time step solver, in Proc, KSAE 2009 Annual Conference, pp 1513-1516.
- Chunhua Zheng, Namwook Kim, Yoeng-il Park, Wonsik Kim, Suk Won Cha, A Simulation Program for HEV Performance Tests, in Proc. KSAE 2009 Annual Conference, pp 2860-2865.
- Sangmin Byun, Namwook Kim, Wonsik Lim, Suk Won Cha, HEV Optimal Control Using Future Driving Information, in Proc. KSAE 2009 Annual Conference, pp. 2866-2869.
- Changeun Oh, Namwook Kim, Sangmin Byun, Young-il Park, Suk Won Cha, Research on the Method for Evaluating Fuel Economies of Hybrid Electric Vehicles Based on Equivalent Fuel Consumption, in Proc. KSAE 2009 Annual Conference, in Proc. KSAE 2009 Annual Conference, pp. 2870-2872.
- Howon Seo, Daeheung Lee, Namwook Kim, Wonsik Lim, Suk Won Cha, "Modeling and Simulation of Hybrid hydraulic system with AMESim," in Proc., 2009 KSAE Spring Conf. 2009, Jeju, South Korea, 2009, pp. 1515-1520.
- Sangmin Byun, Namwook Kim, Yeong-il Park, Suk Won Cha, "Optimal Cruise Control for PHEVs by Using PMP Method," in Proc., 2009 KSAE Spring Conf. 2009, Jeju, South Korea, 2009, pp. 1434-1439.
- Namwook Kim, Yeong-il Park, Howon Seo, Daeheung Lee, Suk Won Cha, "A Backward Simulator for Calculating Optimal Control Trajectories," in Proc., 2009 KSAE Spring Conf. 2009, Jeju, South Korea, 2009, pp. 1498-1503.
- Namwook Kim, Wonsik Lim, Chang Eun Oh, Sangmin Byun, Suk Won Cha, "Optimal Control of Hybrid Electric Vehicles Based on Pontryagin's Minimum Principle," in Proc., 2009 KSAE Spring Conf. 2009, Jeju, South Korea, 2009, pp. 1422-1427.
- Chunhua Zheng, Namwook Kim, Daeheung Lee, Wonsik Lim, Yoeng-il Park, Sukwon Cha, "A Simulator for a Performance Test of HEVs," in Proc, 2008 Fall Conf, KSNRE, South Korea, 2008, pp. 353-356.
- Namwook Kim, Hyeon-mog Jang, Kinam Kim, Yeong-il Park, "Equivalent Model of Coupling System Based on Experimental Results," in Proc, 2008 Spring Conf, KSAE, Seoul, South Korea, 2008, pp. 1061-1065.
- Namwook Kim, Dae Heung Lee, Siu Yang, Yoeng-il Park, Suk Won Cha, "Optimization for Analyzing Fuel Consumption of HEVs," in Proc, 2008 Spring Conf, KSAE, Seoul, South Korea, 2008, pp. 2042-2047.
- Namwook Kim, Kinam Kim, Hyeon-mog Jang, Yeong-il Park, "Experimental Analysis of Coupling System," in Proc, 2007 Fall Conf, KSAE, Deoksan, South Korea, 2007, pp. 2227-2232.
- Namwook Kim, Horim Yang, Sungtae Cho, Wonsik Lim, Suk Won Cha, "Multi-Mode Hybrid System Having Fixed Speed Ratios," in Proc, 2007 Fall Conf, KSAE, Deoksan, South Korea, 2007, pp. 2081-2086
- Namwook Kim, Siu Yang, Kinam Kim, Yeong-il Park, "Impact Simulation of Coupling Buffers for Trains," in Proc, 2007 Spring Conf, KSAE, Changwon, South Korea, 2007, pp. 2008-2014.
- Namwook Kim, Siu Yang, Horim Yang, Sungtae Cho, Wonsik Lim, Sukwon Cha, "Composing of Dual Mode Hybrid Systems," in Proc, 2007 Spring Conf, KSAE, Changwon, South Korea, 2007, pp. 2887-2892.
- Siwoo Yang, Namwook Kim, Yoengil Park, Wonsik Lim, Sukwon Cha, Horim Yang, "Simulation of Power Split HEV System Realizing Optimized fuel consumption," in Proc, 2007 Spring Conf, KSAE, Changwon, South Korea, 2007, pp. 2417-2422.
- Namwook Kim, Horim Yang, Suntae Cho, Yoeng-il Park, Suk won Cha, "Control of the Hybrid System Composed of Compound Planetary Gear Systems," in Proc, 2006 fall Conf, KSAE, Daegu, South Korea, 2006, pp. 1611-1616.
- Horim Yang, Namwook Kim, Sungtae Cho, Wonsik Lim, Sukwon Cha, "Analysis of the Influence of an Architecture on Vehicle Performances," in Proc, 2006 fall Conf, KSNRE, Jeju, South Korea, 2006, pp. 109-112.

- Si-u Yang, Namwook Kim, Ho-rim Yang, Yoeng-il Park, Suk-won Cha, "Accelerating Ability Optimization for Dual Mode Hybrid Vehicle Using Complex Planetary Gears," in Proc, 2006 fall Conf, KSNRE, Jeju, South Korea, 2006, pp. 97-100.
- Horim Yang, Sungtae Cho, Namwook Kim, Kukhyun Ahn, Jangmoo Lee, "Dual Mode Hybrid Powertrain," in Proc, 2006 Spring Conf, KSNRE, South Korea, 2006, pp. 543-546.
- Namwook Kim, Horim Yang, Sungtae Cho, Yeongil Park, Jangmoo Lee, "Analysis of Dual Mode Hybrid by Using Mode Change Parameter," in Proc, 2006 Spring Conf, KSNRE, South Korea, 2006, pp. 539-542
- Youngmin Yoon, Namwook Kim, Seungbum Ha, Wonsik Lim, Youngil Park, Jeongyoon Kim, Jangmoo Lee, "Dual rotor hybrid system using planetary gear," in Proc, 2005 fall Conf, KSAE, Pyeongtaek, South Korea, 2005, pp. 1419-1428.
- Namwook Kim, Youngmin Yoon, Seungbum Ha, Wonsik Lim, Youngil Park, Jangmoo Lee, "Development of a New Hybrid Power System," in Proc, 2005 fall Conf, KSNRE, Seoul, South Korea, 2005, pp. 533-537.
- Namwook Kim, Kukhyun Ahn, Sungtae Cho, Wonsik Lim, Jangmoo Lee, "The Realization of Optimal Control Operation of a Hybrid Electric Vehicle Using Neural Network and Cruise HEV Simulator," in Proc, 2005 Spring Conf, KSNRE, Jeju, South Korea, 2005, pp. 349-352.
- Namwook Kim, Jinhyung Kong, Jungyun Kim, Wonsik Lim, Yeongil Park, Jangmoo Lee, "Analysis of Contact Patch in Semi-Spherical CVT," in Proc., 2004 Spring Conf., KSAE, Jeongseon, South Korea, 2004, pp. 611-616.