

전기 임피던스 토모그래피(ET)를 이용 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발 최종보고서

2022.04.20

주관연구기관: 경기대학교

공동연구기관: 세종대학교

위탁연구기관: (재)한국건설생활
환경시험연구원

국 토 교 통 부
국토과학기술진흥원

최종보고서(일반과제용)										보안등급	
										일반[✓], 보안[]	
중정기관양행명	국토교통부				사업명	사업명		국토교통기술촉진연구사업			
전문기관명	국토교통과학기술진흥원					내역사업명		국토교통기술혁신연구 (기반연구 유형)			
공고번호	공고-제05호				연구개발과제번호		20CTAP-C157281-01				
국가과학기술 표준분류	EI1101		50%		EB0202		30%		EG0403		20%
연구주제	(대분류) 융합기술을 통한 건설 지능화 실현				(중분류) 건설 자동화			(소분류) 시설물 무인 진단 시스템			
연구개발과제명	국문		전기 임피던스 토모그래피를 이용 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발								
	영문		Development of Macro-CT for Concrete Elements using Electrical Impedance Tomography (EIT)								
주관연구기관	기관명		경기대학교 산학협력단				사업자등록번호		135-82-10872		
	주소		(우)경기 수원시 영통구 광교산로 154-42				법인등록번호		135871-0005863		
주관연구책임자	성명		윤세윤				직위		조교수		
	연락처	직장전화		031-249-9711				휴대전화		010-7339-3625	
		전자우편		yoonseeyoon@kyonggi.ac.kr				국가연구자번호		1135 2381	
연구개발기간	전체		2020. 04. 01 - 2021. 12. 31(21개월)								
	1년차		2020. 04. 01 - 2020. 12. 31 (9개월)								
	2년차		2021. 01. 01 - 2021. 12. 31(12개월)								
연구개발비 (단위 : 천원)	정부지원 연구개발비	기관부담 연구개발비		그 외 기관 등의 지원금				합계			연구개발비 외 지원금
	현금	현금	현물	현금	현물	현금	현물	현금	현물	합계	
총계	160,000	-	-	-	-	-	-	160,000	-	160,000	-
1년차	210,000	-	-	-	-	-	-	210,000	-	210,000	-
2년차	370,000	-	-	-	-	-	-	370,000	-	370,000	-
공동연구기관 등	기관명		책임자	직위	휴대전화		전자우편		비고		
									역할	기관유형	
공동연구기관	세종대학교		김동주	교수	02)3408-3820		djkim75@sejong.ac.kr		공동	대학	
위탁연구기관	한국건설생활환경시험연구원		정연웅	책임급 (연구원)	02)2102-2756		yeonungjeong@kcl.re.kr		위탁	기타	
연구기관 외 기관											
연구개발담당자 실무담당자	성명		전동호		직위		박사후연구원				
	연락처	직장전화		010-2238-6623		휴대전화		010-2238-6623			
		전자우편		jeondongho@snu.ac.kr		국가연구자번호		1130 3585			

이 최종보고서에 기재된 내용이 사실임을 확인하며, 만약 사실이 아닌 경우 관련 법령 및 규정에 따라 제재 처분 등의 불이익도 감수하겠습니다.

2022 년 3 월 3 일

연구책임자 :

윤 세 윤 (직인)

주관연구개발기관의 장 :

경기대학교 산학협력단 윤여강 (직인)

공동연구개발기관의 장 :

세종대학교 산학협력단 송진우 (직인)

위탁연구개발기관의 장 :

한국건설생활환경시험연구원 조영태 (직인)

국토교통과학기술진흥원장 귀하

본 서식은 「국가연구개발혁신법」 시행('21.01.01) 이전에 최종 협약하여 '21.01.01 이후에 최종평가를 시행하는 일반과제용 입니다.

< 요약 문 >

사업명		국토교통기술촉진연구사업		연구개발과제번호		20CTAP-C157281-01		
내역사업명		국토교통기술혁신연구						
국가과학기술표준분류		EI1101	50%	EB0202		30%	EG0403	20%
연구주제		(대분류) 융합기술을 통한 건설 지능화 실현		(중분류) 건설 자동화		(소분류) 시설물 무인 진단 시스템		
연구개발과제명		전기 임피던스 토모그래피를 이용 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발						
전체 연구개발기간		2020. 04. 01 - 2021. 12. 31 (1년 9개월)						
총 연구개발비		총 370,000 천원 (정부지원연구개발비 : 370,000 천원, 기관부담연구개발비 : 천원, 지방자치단체 : 천원, 그 외 지원금 : 천원)						
연구개발단계		기초[☒] 응용[☐] 개발[☐] 기타(위 3가지에 해당되지 않는 경우)[☐]		기술성숙도		착수시점 기준(1) 종료시점 목표(4)		
연구개발과제 유형		지정공모 [☐] 자유공모 [☒]						
연구개발과제 특성		기반연구						
연구개발 목표 및 내용	최종 목표		전기 임피던스 토모그래피(EIT)를 이용 콘크리트 부재를 위한 매크로-CT 기술 개발					
	전체 내용		✓. 콘크리트에 적용하기 위한 EIT Forward 모델 및 역해석 알고리즘 개발 (목표정확도: 90% 이상) ○ 의료용에서 사용하고 있는 원형단면의 Forward 모델은 콘크리트 부재에서 사용하고 있는 직사각형 단면에 적용할 수 없기 때문에 직사각형 단면을 위한 2차원 Forward 모델을 개발함. ○ 콘크리트 재료에서 일어날 수 있는 표면저항을 전자기장 편미분 형태인 지배방정식인 라플라스 방정식에서 적절한 경계조건으로 규명함. ○ Forward 모델이 전기전도율의 정보를 가지고 퍼텐셜 분포를 도출하는 것의 역방향 문제 (Inverse Problem)에 해당함. 따라서 역방향 문제를 도출하는 기존의 Gauss-Newton 방법 또는 Monte Carlo 방법을 이용하여 콘크리트 재료에 적합한 방법을 연구함. ✓. 콘크리트 부재의 EIT 측정 기초기술 개발 및 안정화 (측정 표준편차: 10% 이내) ○ 안정적 전위 측정값 확보를 위해 노이즈 발생을 최소화 방안을 도출하기 위하여 전기 임피던스 측정에 적합한 1) 전극의 종류 (테이프, 와이어머쉬, 필름 등) 그리고 2) 전극의 연결 방법 (부착식 또는 매립식)을 도출함. ○ 직사각형 단면 콘크리트의 전기 임피던스 측정 결과를 기반으로 전위 값 평가를 수행한 후, 이 때 도출된 EIT 결과와 실제 시험체의 조건과 비교하여 오차 범위 최소화 및 전위값 안정화를 실시함. ✓. 콘크리트 부재의 EIT 모델 및 역해석 정확성 및 EIT 실험 전위값 안정성 평가 ○ 콘크리트 부재의 2차원 EIT 실험의 타당성을 검토하기 위해 채널 개수 및 배열에 따른 각 유산동 전극의 전위차 범위를 평가함으로 실험의 적합성을 검토할 예정임 ○ Forward 모델의 적합성 검토 및 역해석 알고리즘은 궁극적으로 EIT 이미지를 생성하는 중요한 단계로 실험실에서 정밀하게 조절된 시편의 정보를 바탕으로 EIT 이미지와의 비교를 통한 역해석 알고리즘의 정확성을 분석함.					
	1년차	목표	✓. 라플라스 방정식의 유한차분법 Forward 모델 개발 ✓. 콘크리트 부재의 표면저항에 대한 수학적 경계조건 규명 ✓. 직사각형 단면을 대상으로 하는 라플라스 편미분 방정식의 수학적 해석법을 도출					

			✓. 안정적 전위 측정값의 유도를 위한 전기 임피던스 측정 방안 도출 ✓. 직사각형 단면 콘크리트의 1차원 전기 임피던스 측정 ✓. 콘크리트 부재 1차원 EIT 실험 전위값 안정성 평가 ✓. 1차원 Forward 모델 및 수학적 해석법 평가
		내용	• 라플라스 편미분 방정식(맥스웰 방정식)을 유한차분법의 방식으로 이산공간(Discrete domain)을 만들어 맷랩 상에서 구현함. 이산공간을 세분화 할수록 정해석에 근접하였으며 이산공간을 원길이의 1000분의 1을 사용하였을 때 정해석과의 차이는 4.92%를 도출함. • 경화된 시멘트 페이스트 샘플을 제작하여 전압 측정 표면에서 전류를 측정함. 측정표면에서 전류는 측정장비 측정가능 범위 아래로 0에 가까웠으며 시멘트 재료는 Shunt model 경계조건을 사용하여도 되는 것으로 판단됨. • 라플라스 편미분 방정식을 푸리에 변환과 Shunt model 경계조건(노이만 경계조건)을 이용하여 수학적 정해를 도출함. 도출된 해는 직사각형 도메인을 대상으로 하며 무한급수 형태의 해로 도출됨. • 측정된 전압의 검증을 위한 전기저항 평가함. EIT 측정 기초기술 개발을 위해 사용하고자 하는 두 종류의 장비 (Keysight power source; 그리고 sciospec EIT)의 측정된 전압의 검증을 위하여 이미 검증된 digital multimeter (Fluke 8846A)를 사용하여 전기저항을 측정하고, Keysight power source와 sciospec EIT로 측정된 전압을 통해 계산된 전기저항과 비교 평가함. • 올바른 EIT 신호의 취득을 위해서는 항상 일정한 전압 출력을 요구하고 전압 출력에 대해 동일위치에서 3번씩 전압을 측정하고, 측정된 전압의 표준편차를 확인하였음. EIT 측정 기술 개발을 위하여 모든 측정 위치에서의 전기적 요소 변화를 파악하고, 이로 인해 발생할 수 있는 오차 범위를 최소화시켜야 하며, 이에, 직사각형 단면 콘크리트의 전류 입력 방향에 따른 전압을 1차원으로 측정하고 전류 입력방향이 측정 전압에 미치는 영향을 평가함. • 시편의 인입 전류 위치 및 전압측정 위치 조정에 따른 안정성 평가 절차 마련하고, 1차원 Forward 모델 및 수학적 해석법에 대한 의견서 작성함.
2년차	목표		✓. 콘크리트 부재를 위한 직사각형 단면의 2차원 Forward 모델 개발 ✓. Monte Carlo 또는 Gauss-Newton 방법 등을 적용하여 콘크리트 부재에 적합한 역해석 알고리즘 개발 ✓. 직사각형 단면 콘크리트의 2차원 전기 임피던스 측정 ✓. 2차원 EIT 측정에서 전위값 안정화 및 발생하는 문제점 해결 ✓. 콘크리트 부재 2차원 EIT 실험 전위값 안정성 평가 ✓. 2차원 Forward 모델 및 역 해석 알고리즘 적합성 평가
	내용		• 현재 전기 임피던스 영상법은 재료 안의 전기전도율을 역해석하여 토모그래피로 도출하고 있으며 본 연구에서도 제안하고 있는 역해석 방법을 적용하기 위해 먼저 퍼텐셜의 Laplace 방정식의 수치해석(유한차분법 또는 유한요소법)을 적용한 시뮬레이션을 구현함. • 의료용에서 사용하고 있는 원형단면의 2차원 Forward 모델은 콘크리트 부재에서 사용하고 있는 직사각형 단면에 적용할 수 없음. 따라서 직사각형 단면을 위한 2차원 Forward 모델을 개발할 필요가 있으며 개발된 2차원 모델을 1차 연도에 개발한 라플라스 편미분 방정식의 수학적 해석법과 정확도를 비교함. • 콘크리트 재료의 전기저항 분포는 도메인 안에서 다른 재료들의 분포를 보여주는 토모그래피로 변환될 수 있음. 이러한 전기저항 분포를 얻기 위해서는 전기전도율 분포를 얻어야 하는데 이는 2차원 Forward 모델이 전기전도율의 정보를 가지고 퍼텐셜 분포를 도출하는 것의 역방향 문제 (Inverse Problem)에 해당함. 따라서 역방향 문제를 도출하는 기존의 Gauss-Newton 방법 또는 Monte Carlo 방법을 이용하여 콘크리트 재료에 적합한 방법을 선택

			함. 1차년도에 수행한 직사각형 단면 콘크리트의 1차원 전기 임피던스 측정 결과를 기반으로 하여 측정 오류 및 정확성을 향상시킨 후, 2차원 전기 임피던스 측정을 수행함. - 직사각형 단면 콘크리트의 2차원 전기 임피던스 측정 결과를 기반으로 전위값 평가를 수행한 후, 이 때 도출된 EIT 결과와 실제 시험체의 조건과 비교하여 오차 범위 최소화 및 전위값 안정화에 대한 검토함. - 추가적으로, 2차원 전기 임피던스 측정을 통한 전위값 도출 및 이를 통한 EIT 측정을 수행하면서 분석에 영향을 미치는 변수들을 확인하여, 그 영향성을 최소화 또는 해결할 수 있는 방안을 모색함. 다채널 다차원 EIT 신호는 각 채널들간의 자기장 상호 간섭으로 인한 노이즈 신호 세기가 증가할 수 있으며, 다차원 EIT 분석을 위해 다채널에서 측정된 전위차의 안정적인 유지가 필수적임. - 콘크리트 부재의 2차원 EIT 실험의 타당성을 검토하기 위해 채널 개수 및 배열에 따른 각 유산동 전극의 전위차 범위를 평가함으로 실험의 적합성을 검토함. 2차원 Forward 모델은 1차원 Forward 모델식에 2차 항이 추가되어 지배방정식이 비선형화 되므로 비선형성 모델의 방향장 분석을 통한 Forward 모델의 적합성을 검토함. - EIT 신호의 역 해석 알고리즘은 궁극적으로 EIT 이미지를 생성하는 중요한 단계로 실험실에서 정밀하게 조절된 시편의 정보를 바탕으로 EIT 이미지와의 비교를 통한 역 해석 알고리즘의 정확성을 분석함.											
연구개발성과			○ Macro-CT 이미지 구축을 위한 콘크리트용 멀티채널 임피던스 측정 모듈 개발 ○ 전기 퍼텐셜 해석을 위한 Laplace 방정식 기반 Forward Model 개발 ○ 콘크리트 부재용 2차원 Forward 모델 개발 및 역해석 알고리즘 개발 ○ 콘크리트 부재의 Macro-CT 이미지 구현을 위한 Gauss-Newton · Markov Chain Monte Carlo 다단계 해석 모델 개발											
연구개발성과 활용방안 및 기대효과			○ 현장적용이 가능한 구조용 부재 Macro-CT 탐지기술의 도입을 통한 노후인프라 구조물의 노후도 측정을 통한 안전진단에 활용함. ○ 임피던스 측정에 기반한 Macro-CT 기술의 도입은 공장에서 생산되는 PC 및 PSC 부재의 결함을 제작시 탐지하여 구조용 부재의 품질관리에 활용될 수 있음. ○ Machine learning 기법의 도입을 통해 공장생산형 PC 및 PSC 부재의 결함 패턴을 분석하고 이를 제작 공정과 연관지어 PC 및 PSC 부재의 생산 공정의 최적화에 활용될 수 있음. ○ 현재까지 전기 임피던스를 이용한 tomography 적용기술은 주로 의료 및 바이오 분야 등에서 활발히 적용되고 있어, 연구개발을 통해 전기 임피던스를 활용한 tomography 기술의 토목/건축 분야 응용을 위한 원천기술의 확보가 가능함. ○ 본 연구개발의 결과로 도출되는 Macro-CT 이미지는 콘크리트 구조부재의 내부 상태를 이미지로 획득이 가능하며, 비 전문가들도 해당 결과를 통해 구조물의 내부 상태를 개략적으로 파악하는 것이 가능하여 노후 인프라 구조물에 대한 사회적 우려를 해소하는 것이 가능함.											
연구개발성과의 비공개여부 및 사유			해당없음											
연구개발성과의 등록·기탁 건수			논문	특허	보고서 원문	연구 시설·장비	기술 요약 정보	소프트웨어	표준	생명자원		화합물	신품종	
										생명 정보	생물 자원		정보	실물
			3.5	1	1			4						
연구시설·장비 종합정보시스템 등록 현황			구입기관	연구시설·장비명	규격 (모델명)	수량	구입 연월일	구입가격 (천원)	구입처 (전화)		비고 (설치장소)		ZEUS 등록번호	

	-	-	-	-	-	-	-	-	-
국문핵심어 (5개 이내)	콘크리트	토모그래피	전기적 임피던스	역해석	라플라스 방정식				
영문핵심어 (5개 이내)	Concrete	Tomography	Electrical Impedance	Inverse Problem	Laplace Equation				

〈 목 차 〉

1. 연구개발과제의 개요	1
1-1. 연구개발과제의 최종 목표	1
1-2. 연구개발과제의 연차별 목표	3
2. 연구개발과제의 수행 과정 및 수행내용	7
2-1. 콘크리트 부재에 적용 가능한 Forward 모델 및 역해석 알고리즘 개발	7
2-2. 콘크리트 부재에 적용 가능한 전기 임피던스 토모그래피 (EIT) 측정 기술 개발	26
2-3. 콘크리트 부재 적용 전기 임피던스 토모그래피 (EIT) 모델 및 측정 평가	46
2-4. 연구개발 추진전략·방법	56
2-5. 연구개발 추진체계	58
2-6. 추진일정	59
3. 연구개발과제의 수행 결과 및 목표 달성 정도	60
3-1. 정성적 연구개발성과	60
3-2. 정량적 연구개발성과	64
3-3. 계획하지 않은 성과 및 관련 분야 기여사항	66
3-4. 목표 달성 수준	68
4. 연구개발성과 및 관련 분야에 대한 기여 정도	69
4-1. 국내·외 연구 현황	69
4-2. 기술적 난이도 및 도전성	71
4-3. 국내·외 시장 전망	71
4-4. 국내·외 선행 특허 분석	71
4-5. 본 연구개발결과의 기여 정도	73
5. 연구개발성과의 관리 및 활용 계획	75
6. 참고 문헌	78
별첨자료(성과 증빙자료 등)	79
1. 1차원 및 2차원 Forward 모델 개발	79
2. 역해석 알고리즘 개발	148
3. 신경망학습기반 철근 탐지 기술 개발	162
4. 소프트웨어 저작권 등록증	173
5. SCI(E) 논문	173

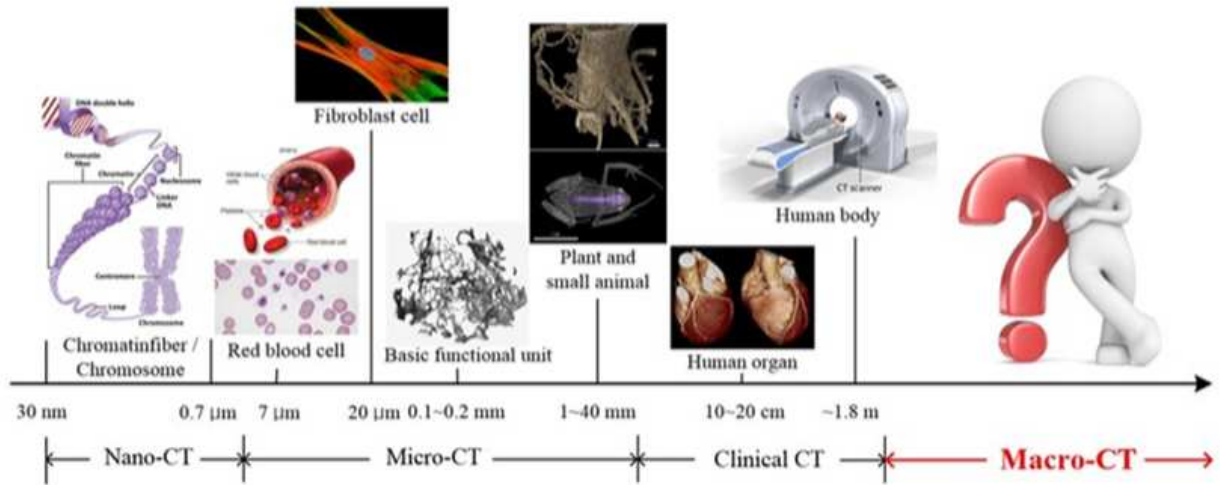


그림 2. 스케일에 따른 다양한 CT 및 매크로-CT의 부재.

- 아래의 표와 같은 자세한 목표를 본 연구계획서에서 제시하고 있으며 아래의 그림에서는 X-ray 투과율로 측정할 수 없는 매크로 스케일의 노후 구조물에 적용할 수 있는 전자기장을 사용하는 개발 목표를 도식화하고 있음.



그림 3. 기존 다양한 스케일의 CT의 구현원리 및 매크로-CT에 필요한 개략적 연구목표.

1-2. 연구개발과제의 연차별 목표

표 1. 연차별 연구 개발 목표.

구분	연구개발목표	핵심 연구개발성과 (연구개발성과물)	현재 국내·외 기술수준	연구개발 목표치	목표치 설정 근거	가중치 (%)
1년차 (2020)	콘크리트 부재용 EIT 모델 및 역해석 알고리 즘 개발	1차원 Forward 모델 정확도	국내 EIT 연구는 의료용 소프트웨어 및 모델로 개발되어 콘크리트용 EIT 해석 모델 및 측정 연구는 수행된 바 없음.	90% 이상	Laplace 방정식 해법을 적용 90% 이상의 고정확도 모델을 개발할 수 있을것으로 판단.	40%
	콘크리트 부재용 EIT 전위 측정 개발	1차원 측정 편차 (안정도)		10% 이내	EIT 해석은 측정데이터 편차에 민감한 Ill-posed problem으로 편차가 매우 작은 전위 측정값이 필요함.	30%
	모델 정확도 및 측정 안정도 평가	정확도 및 안정도 평가		-		30%
2년차 (2021)	콘크리트 부재용 EIT 모델 및 역해석 알고리 즘 개발	2차원 Forward 모델 정확도	국내외 EIT 측정은 원통형 구조에 대해서 이루어졌고, 직사각형 콘크리트 부재에 적합한 측정 방법 개발이 필요.	90% 이상	유한차분법 및 신경망 학습 적용 정확도 90% 이상 모델 개발 목표	15%
		역해석을 통한 이미지 구 현 정확도		90% 이상		55%
	콘크리트 부재용 EIT 전위 측정 개발	2차원 측정 편차 (안정도)		10% 이내	2차원 측정에서도 일관성있는 전위 측정 데이터가 필요하고 안정도 평가가 수행되어야 함.	15%
	모델 정확도 및 측정 안정도 평가	정확도 및 안정도 평가		-		15%

(가) 1차 연도

① 개발 목표

- 주관연구기관(경기대학교): 라플라스 방정식의 해석법을 도출 및 1차원 Forward 모델 개발
- 공동연구기관(세종대학교): 콘크리트 부재의 EIT 측정 기초기술 개발
- 위탁연구기관(한국건설생활환경시험연구원): 1차원 EIT 신호 해석 절차의 적정성 평가

② 개발 내용 및 범위

○ 주관연구기관(경기대학교)

- 1차원 라플라스 방정식의 Forward 모델 개발

- 전기장 퍼텐셜의 지배방정식인 Laplace 방정식을 수치해석적으로 풀기 위한 Forward 모델을 개발하며 기존에서 쓰이고 있는 유한요소법이 아닌 유한차분법을 이용하여 컴퓨팅 시간을 효과적으로 단축시킬 수 있을 것으로 예상함. 유한차분법이 역행렬하는 과정을 제거할 수 있어 역행렬과정을 꼭 필요로 하는 유한요소법에 비해 컴퓨팅 시간을 단축할 수 있을 것으로 예상함.

- 콘크리트 부재의 표면저항에 대한 수학적 경계조건 규명

- 열전달, 이온이동 등 편미분 방정식을 지배방정식으로 하는 물리적 현상에서 일반적으로 표면저항이 일어나며 콘크리트 재료에서는 일반적 물리현상에서 표면저항이 컸던 것을 감안하면 전자기장 편미분 형태인 지배방정식인 라플라스 방정식에서도 같은 현상이 일어날 것으로 예상되며 이를 수학적으로 포 함시키기 위한 경계조건을 규명할 필요가 있음.

- 직사각형 단면을 대상으로 하는 라플라스 편미분 방정식의 수학적 해석법 도출

- 콘크리트 부재는 의료용 EIT에서 사용하고 있는 원형이 아닌 직사각형 단면이 일반적이기 때문에 기존 EIT에서 사용하고 있는 원형 단면을 대상으로 하는 라플라스 편미분 방정식이 아닌 직사각형 단면을 대 상으로 하는 라플라스 편미분 방정식의 수학적 해석법을 도출할 필요가 있음.

○ 공동연구기관(세종대학교)

- 안정적 전위 측정값의 유도를 위한 전기 임피던스 측정 방안 도출
 - 콘크리트 부재의 전기 임피던스 (또는 전기저항)은 다양한 요인에 의하여 노이즈가 발생되어 측정됨.
 - 이러한 노이즈는 전기 임피던스 토모그래피 (Electrical Impedance Tomography, EIT)를 위한 안정적 전위 측정값에 영향을 미치므로, 노이즈를 최소화할 수 있는 전기 임피던스 측정 방안을 도출해야 함.
 - 안정적 전위 측정값 확보를 위해 노이즈 발생을 최소화 방안을 도출하기 위하여 전기 임피던스 측정에 적합한 1) 전극의 종류 (테이프, 와이어머쉬, 필름 등) 그리고 2) 전극의 연결 방법 (부착식 또는 매립식)을 도출하고자 함.
 - 일반적으로 전기저항과 임피던스 측정을 위해 사용되는 멀티미터 (Multimeter) 또는 임피던스 아날라이저 (Impedance Analyzer)가 아닌 EIT 측정용 장비를 사용하여 임피던스를 측정하고 그 전위값에 대한 평가가 이루어져야 함.
- 직사각형 단면 콘크리트의 1차원 전기 임피던스 측정
 - 기존 콘크리트 재료의 EIT 기술 접목과 관련된 국내·외 연구들은 가장 기본적인 단면인 원형 단면에 대하여 연구를 수행한 바 있으나, 실제 구조물은 대부분 직사각형 단면이므로 제안된 기술을 실제 적용하기 위해서는 직사각형 단면에 대한 연구가 필수적으로 이루어져야 함.
 - 직사각형 단면에 대한 EIT 기술은 아직까지 이루어진 바 없으므로 아래의 그림과 같이 직사각형 단면의 콘크리트 시험체에 대한 1차원 전기 임피던스 측정이 우선적으로 수행되어야 함.

○ 위탁연구기관(한국건설생활환경시험연구원)

- 콘크리트 부재 1차원 EIT 실험 전위값 안정성 평가
 - 콘크리트 부재의 EIT 신호는 채널에 매립된 유산동 전극과 콘크리트와의 전기 화학적 반응을 전위차로 측정하는 방식으로 이루어지며, 올바른 EIT 신호의 취득을 위해 항상 일정한 전위차를 유지하는 것이 매우 중요함.
 - 유산동 전극의 간격에 따라 측정되는 EIT 신호의 품질 변동이 발생할 수 있으며, 일반적인 고체 재료를 평가하기 위해서는 수회의 측정에서 유산동 전극의 전위차가 $\pm 20\text{mV}$ 이내 범위를 유지하는 것이 권장됨. EIT 기술의 콘크리트 부재 적용성을 평가하기 위해 평가 방법(입력신호 세기 및 전극 간격 등)에 따른 전극에서 측정되는 전위차 변동성을 평가하여 EIT 신호의 적합성 평가가 요구됨.
- 1차원 Forward 모델 및 수학적 해석법 평가
 - 전기장 포텐셜 지배방정식인 Laplace 방정식의 해를 수치적으로 구해내기 위한 방법을 Forward 모델이라 하며, 기존의 방법들은 유한요소법을 통한 수치적 해석법들이 사용되고 있음.
 - 역행렬을 구하는 과정을 제거할 수 있는 유한차분법의 도입을 통해 컴퓨팅 시간을 단축할 수 있을 것으로 기대되며, 유한차분법 도입에 따른 컴퓨팅 시간 단축 및 수치해석법의 정밀성에 대한 평가가 Laplace 방정식의 정해와의 비교를 통해 수행될 예정임.

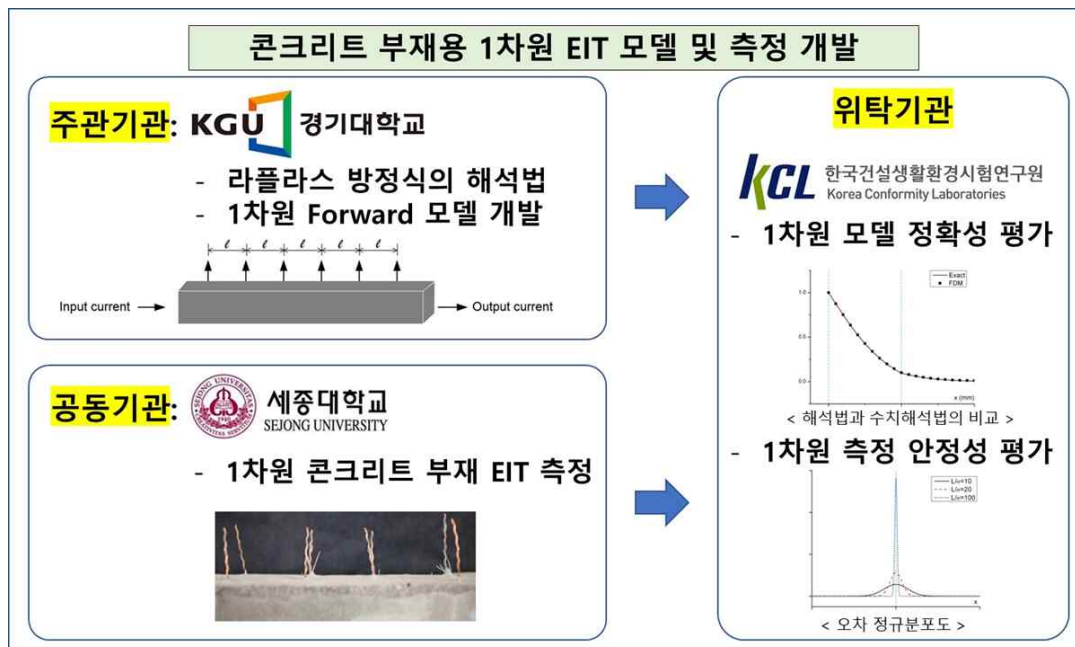


그림 4. 1차 연도 연구 목표 및 내용.

(나) 2차 연도

① 개발 목표

- 주관연구기관(경기대학교): 콘크리트 부재용 2차원 Forward 모델 개발 및 역해석 알고리즘 개발
- 공동연구기관(세종대학교): 콘크리트 부재의 EIT 측정 기초기술 안정화
- 위탁연구기관(한국건설생활환경시험연구원): 2차원 EIT 신호 해석 절차의 적정성 평가

② 개발 내용 및 범위

○ 주관연구기관(경기대학교)

- 콘크리트 부재를 위한 직사각형 단면의 2차원 Forward 모델 개발
 - 현재 전기임피던스영상법(Electrical Impedance Tomography, EIT)은 재료 안의 전기전도율을 역해석하여 토모그래피로 도출하고 있으며 본 연구에서도 제안하고 있는 역해석 방법을 적용하기 위해 먼저 퍼텐셜의 Laplace 방정식의 수치해석(유한차분법 또는 유한요소법)을 적용한 시뮬레이션을 구현함.
 - 의료용에서 사용하고 있는 원형단면의 2차원 Forward 모델은 콘크리트 부재에서 사용하고 있는 직사각형 단면에 적용할 수 없음. 따라서 직사각형 단면을 위한 2차원 Forward 모델을 개발할 필요가 있으며 개발된 2차원 모델을 1차 연도에 개발한 라플라스 편미분 방정식의 수학적 해석법과 정확도를 비교할 필요가 있음.
- Monte Carlo 또는 Gauss-Newton 방법 등을 적용하여 콘크리트 부재에 적합한 역해석 알고리즘 개발
 - 콘크리트 재료의 전기저항 분포는 도메인 안에서 다른 재료들의 분포를 보여주는 토모그래피로 변환될 수 있음. 이러한 전기저항 분포를 얻기 위해서는 전기전도율 분포를 얻어야 하는데 이는 2차원 Forward 모델이 전기전도율의 정보를 가지고 퍼텐셜 분포를 도출하는 것의 역방향 문제 (Inverse Problem)에 해당함. 따라서 역방향 문제를 도출하는 기존의 Gauss-Newton 방법 또는 Monte Carlo 방법을 이용하여 콘크리트 재료에 적합한 방법을 선택함.
 - 해상도를 증가시킬 수 있다면 Markov Chain Monte Carlo 방법 및 Gauss-Newton 방법을 혼합하는 알고리즘도 수립하여 시도함.

○ 공동연구기관(세종대학교)

- 직사각형 단면 콘크리트의 2차원 전기 임피던스 측정
 - 실제 콘크리트 구조물에 EIT 기술을 적용시키기 위해서는 단계적인 전기 임피던스 측정을 통한 전위값을 평가해야 함.
 - 1차년도에 수행한 직사각형 단면 콘크리트의 1차원 전기 임피던스 측정 결과를 기반으로 하여 측정 오류 및 정확성을 향상시킨 후, 2차원 전기 임피던스 측정을 수행하고자 함.
- 2차원 EIT 측정에서 전위값 안정화 및 EIT 측정 시 발생하는 문제점 해결
 - 직사각형 단면 콘크리트의 2차원 전기 임피던스 측정 결과를 기반으로 전위값 평가를 수행한 후, 이때 도출된 EIT 결과와 실제 시험체의 조건과 비교하여 오차 범위 최소화 및 전위값 안정화에 대한 검토가 필요함. 추가적으로, 2차원 전기 임피던스 측정을 통한 전위값 도출 및 이를 통한 EIT 측정을 수행하면서 분석에 영향을 미치는 변수들을 확인하여, 그 영향성을 최소화 또는 해결할 수 있는 방안을 모색해야 함.

○ 위탁연구기관(한국건설생활환경시험연구원)

- 콘크리트 부재 2차원 EIT 실험 전위값 안정성 평가
 - 다채널 다차원 EIT 신호는 각 채널들간의 자기장 상호 간섭으로 인한 노이즈 신호 세기가 증가할 수 있으며, 다차원 EIT 분석을 위해 다채널에서 측정된 전위차의 안정적인 유지가 필수적으로 요구됨.
 - 콘크리트 부재의 2차원 EIT 실험의 타당성을 검토하기 위해 채널 개수 및 배열에 따른 각 유산동 전극의 전위차 범위를 평가함으로 실험의 적합성을 검토할 예정임.
- 2차원 Forward 모델 및 역 해석 알고리즘 적합성 평가
 - 2차원 Forward 모델은 1차원 Forward 모델식에 2차 항이 추가되어 지배방정식이 비선형화 되므로 비선형성 모델의 방향장 분석을 통한 Forward 모델의 적합성 검토 예정임.
 - EIT 신호의 역 해석 알고리즘은 궁극적으로 EIT 이미지를 생성하는 중요한 단계로 실험실에서 정밀하게 조절된 시편의 정보를 바탕으로 EIT 이미지와의 비교를 통한 역 해석 알고리즘의 정확성을 분석함.



그림 5. 2차 연도 연구 목표 및 내용.

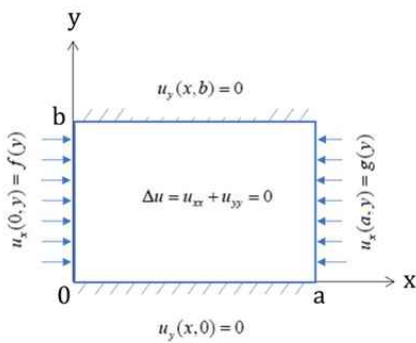
2. 연구개발과제의 수행 과정 및 수행 내용

2-1. 콘크리트 부재에 적용 가능한 Forward 모델 및 역해석 알고리즘 개발

○ 연구결과 주요내용 요약

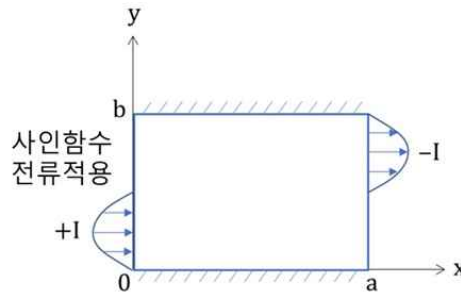
직사각형 단면 라플라스 방정식의 수학적 정해 도출

직사각형 단면 도메인과 경계조건



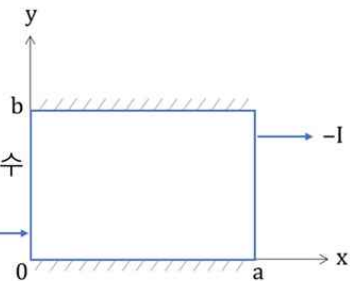
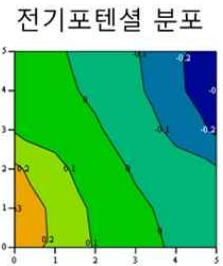
수학적 정해

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 x + b_0$$

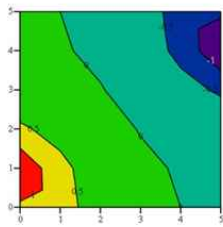


사인함수
전류적용
+I

수학적 정해

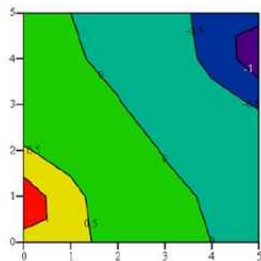


수학적 정해

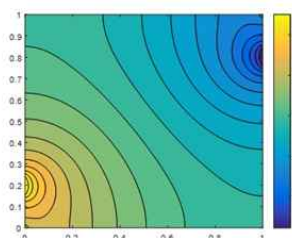


유한차분법을 이용한 Forward 모델 개발

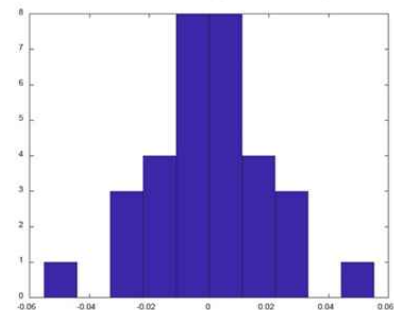
수학적 정해



유한차분법
수치해석



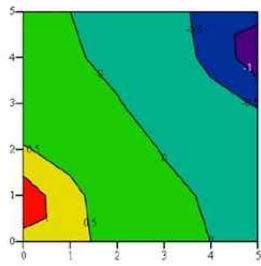
에러 분포 (정규분포)



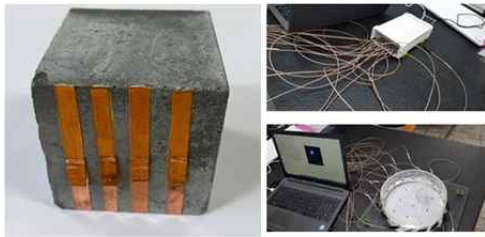
정확도: 95.08% 목표치: 90%

수학적 정해와 EIT 전문장비 실험 비교

수학적 정해

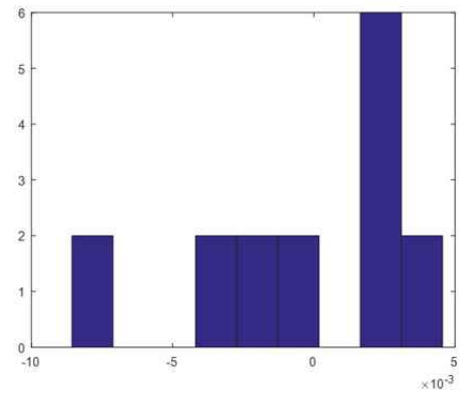


실험



독일 EIT 전문장비 도입
2020년 9월 3일

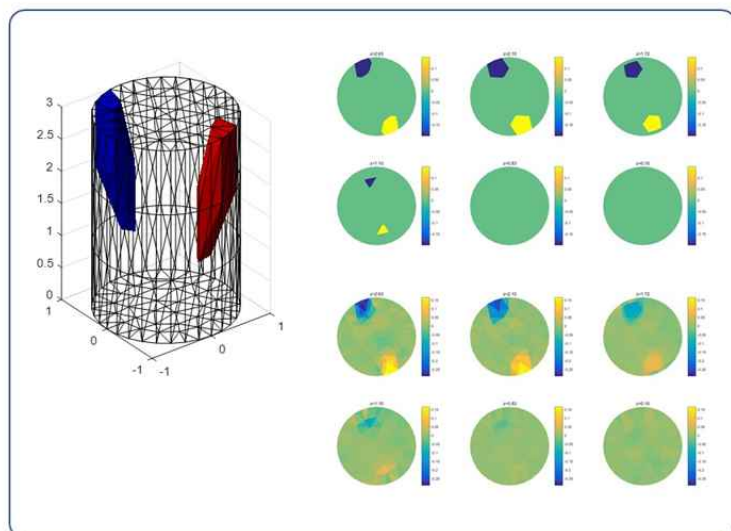
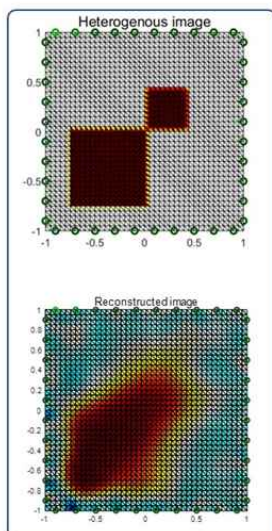
에러 분포



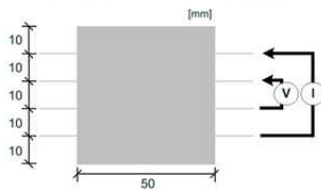
수학적 정해와 실험 오차: 7.87%

추가적 연구개발 진행 상황

Open 알고리즘 재구성 성공
(eidors)



실험체 제작



구성성분 : 시멘트 중량대비 제강슬래그 (평균 직경 = 390 μm)
50% 첨가 시험체 (FSSA)

Matrix	Cement	Silica fume	Silica powder	Silica sand	Steel slag	Water	Super-plasticizer
FSSA	1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	0.2	0.044

시험체 크기 및 형상 : 50*50*50 mm / 50*50*10 mm

전기 저항 및 전압 측정

저항 측정	Fluke digital multimeter (8846A)
전압측정	Keysight power source (B2962A)
	sciospec EIT



Fluke digital multimeter 8846A



Keysight power source (B2962A)



sciospec EIT

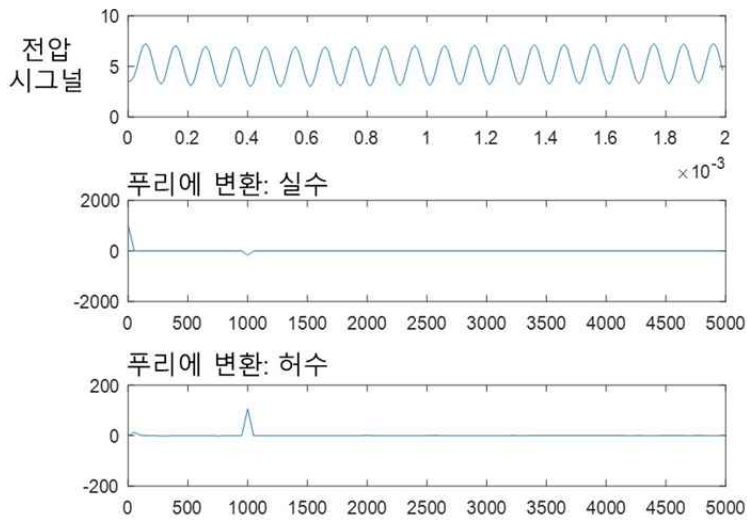
측정 결과

- (A) Keysight power source와 (B) sciospec EIT 장비를 사용하여 측정한 전압은 각각 4.36과 0.1774 V로 전기저항 계산식을 사용하여 계산된 전기저항은 436과 17.74 k Ω 임
- (A) Keysight power source와 (B) sciospec EIT 장비를 사용하여 측정된 재료 자체 전압의 정확도는 Keysight power source 장비가 더 높다고 볼 수 있으나 EIT 수학적 해와 비교시 정확도는 sciospec EIT 장비가 더 높음.

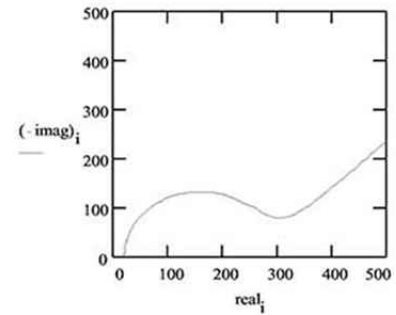
전압 측정시 발생 문제점들



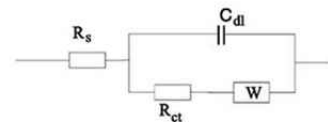
Keysight power source



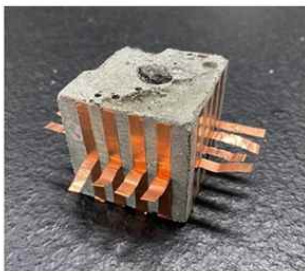
전류 주파수에 따른 변화



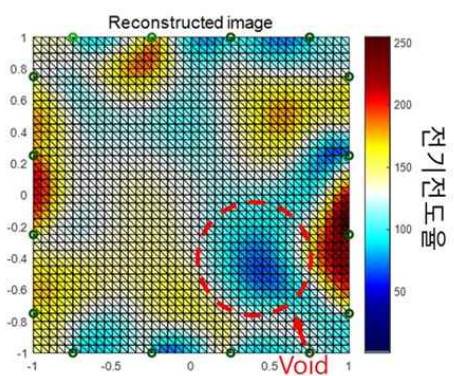
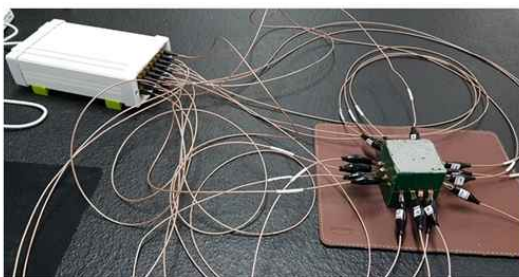
Nyquist Diagram for Mixed Control Circuit



1년차 연구결과 최종 시멘트 기반 재료 EIT 단층촬영

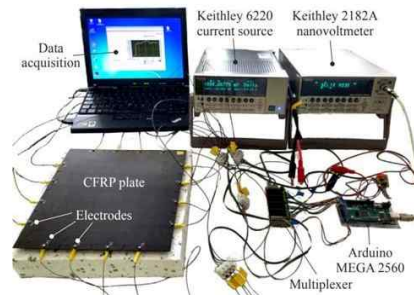


재구성 시멘트 페이스트 단층촬영 이미지



1차 연도 문제점 개선방안

- 기존장비 (EIT 전문장비)와 Keysight power source와의 측정 오차와 전류방향에 따른 측정오차는 analog signal을 이용한 전압의 측정방법으로 인한 DC voltage offset 발생 때문이라고 볼 수 있음
- DC voltage offset을 방지하기 위해서는 D/A converter를 사용하여야 한다고 보고된 바 있음 [Kovacic and Santic (2001)]
- Nonn et al. (2018)은 carbon fiber-reinforced polymer composite (CFRP) 손상 감지를 위한 전기 임피던스 토모그래피 개발을 위한 전류 입력 및 전압 측정 장비에 D/A converter로써 Arduino MEGA 2560를 적용하여 DC voltage offset을 제어하였음
- 2차 연도에는 스마트 콘크리트의 전압 측정에 D/A converter를 적용하고, 관련 전문가인 세종대학교 안윤규 교수와 중앙대학교 박종웅 교수의 자문을 통해 측정 오차를 최소화하고자 함



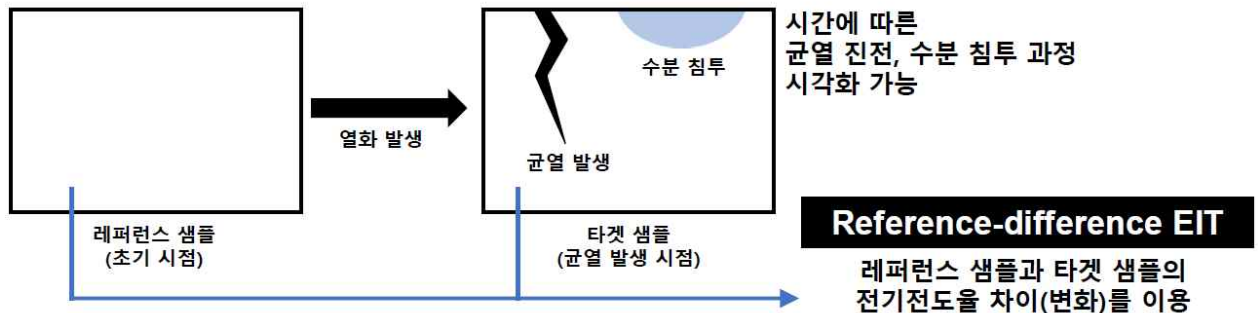
<CFRP의 EIT를 위한 전류입력과 전압측정 전경 [Nonn et al. (2018)]>

Reference-difference EIT 와 Frequency-difference EIT 비교

1) Reference-difference EIT <기존 방식>

보통 EIT는 reference data(= 초기 데이터)와의 전기전도율 차이를 비교하여 상대적인 전기전도율 분포를 추정해냄. 따라서, 변화가 일어나기 전과 일어난 후의 두개의 전압 측정 데이터가 필요함.

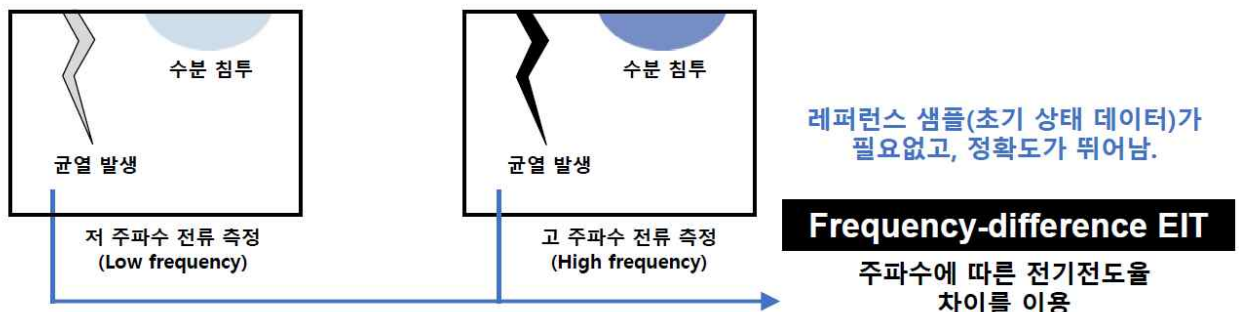
시멘트 재료에서는, 시간에 따른 wetting 혹은 cracking 등을 관찰하기 위해 reference-difference EIT를 적용하였음. (ex. 동일 샘플에서 Crack이 발생하기 전 data와 crack이 발생한 후 data)



Reference-difference EIT 와 Frequency-difference EIT 비교

2) Frequency-difference EIT <본 연구 개발 기술>

본 논문에서는 철근을 탐지하기 위해 frequency-difference EIT를 사용하였음. 왜냐하면, 철근이 매립된 콘크리트 샘플은 이미 철근이 매립된 후라 동일 샘플의 reference data(철근이 없는 샘플)를 구할 수 없음. 타설직후부터 철근이 존재하므로.. 이 방식은, 초기 상태의 reference data가 필요없으며, 두 개의 다른 주파수를 가진 전류를 흘림으로써 두 데이터를 비교함.



콘크리트 배합

샘플 제작에 사용된 배합

Portland cement	Silica fume	Silica powder	Silica sand	FSSAs	Water	SP
1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	0.2	0.044

Note. FSSAs (Fine steel slag aggregates), SP = Polycarboxylate-based superplasticizer

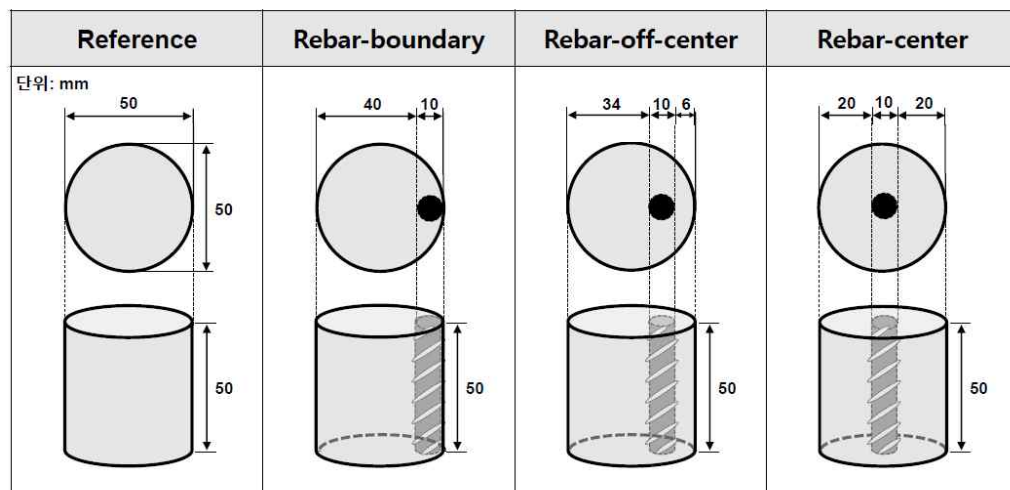
제작한 시멘트 몰탈의 전기전도성을 향상시키기 위해 FSSAs를 첨가하였음.

FSSAs 의 화학 조성 (XRF)

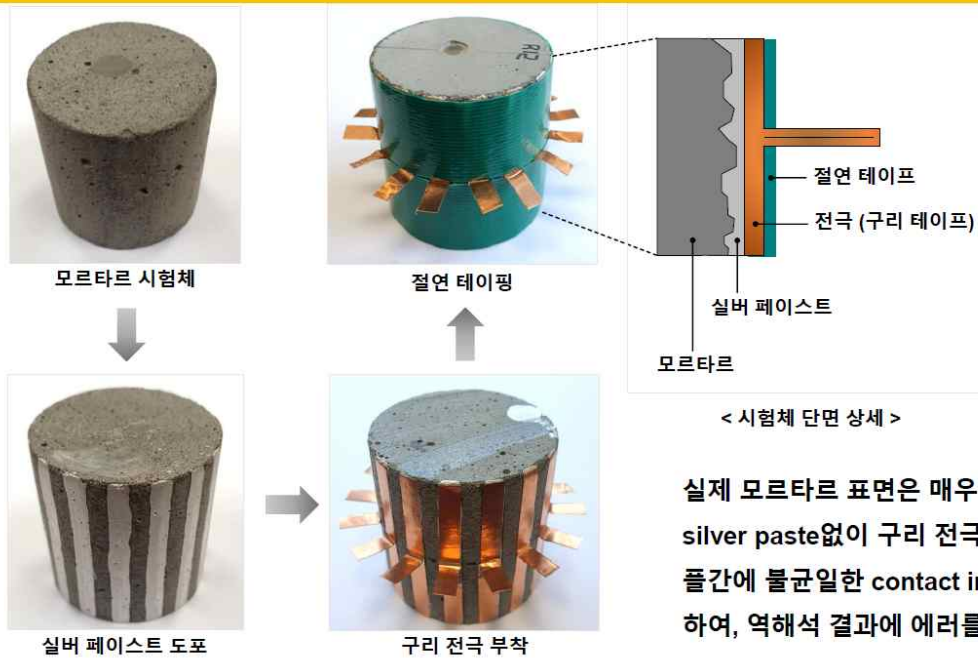
Fe ₂ O ₃	ZnO	CuO	CaO	SiO ₂	MnO	PbO	BaO	Sb ₂ O ₃	Al ₂ O ₃	Others
74.32	10.62	3.43	3.10	2.18	2.10	1.32	0.73	0.45	0.29	1.45

철근 위치별 샘플 제작

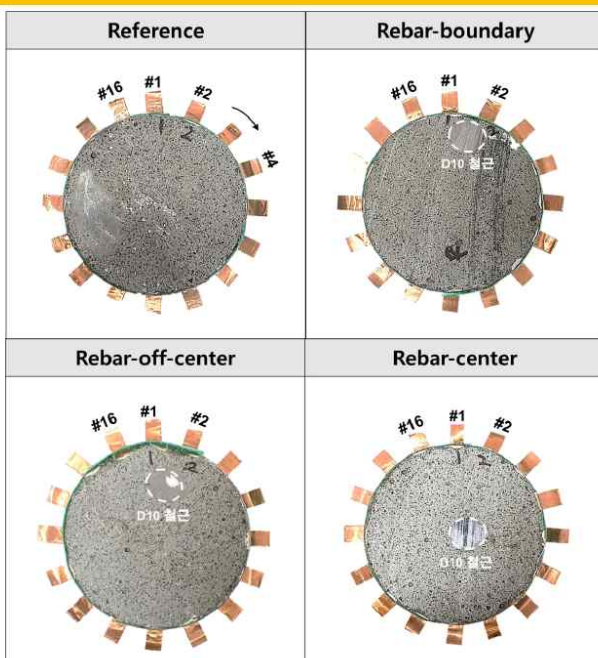
지름 10mm의 이형 철근(deformed rebar)를 지름 50mm, 높이 50 mm의 원통형 몰드에 고정하여, mortar 배합을 타설하였음.



구리 전극 부착 과정



구리 전극 부착된 샘플

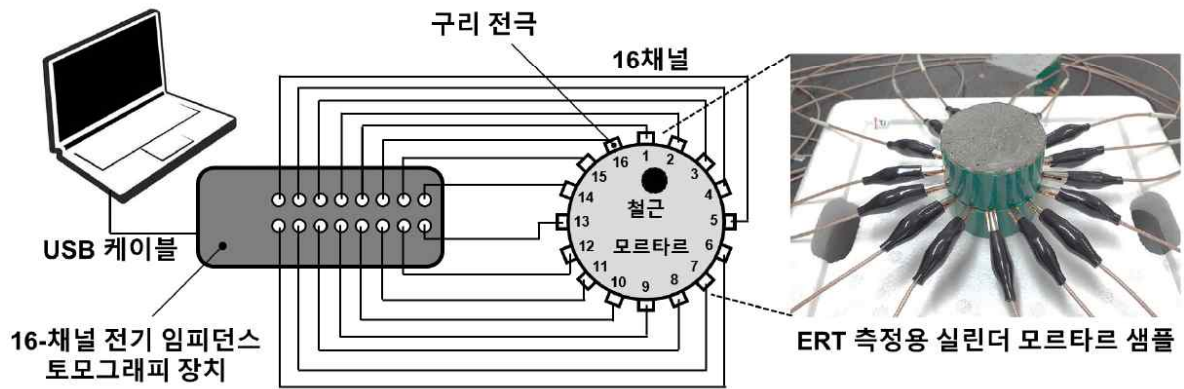


16개의 구리 전극이
동일한 간격으로 표면에 부착되었음.

EIT 측정 장비 설명

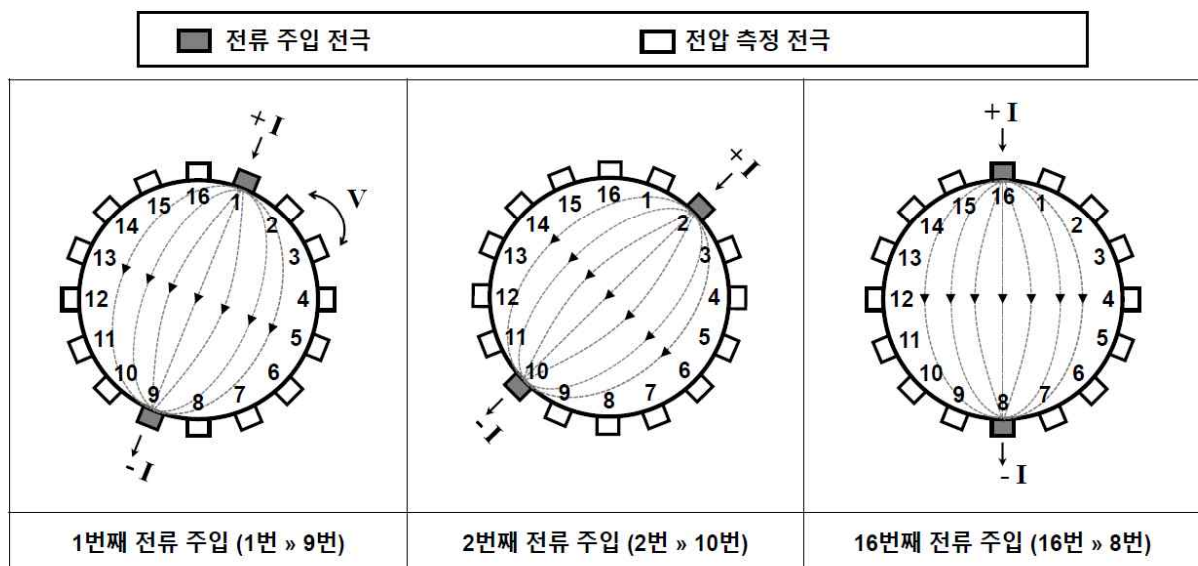
EIT 측정

장비 : 16채널 Sciospec EIT16, Sciospec Scientific Instruments GmbH, Germany



전류 주입 패턴

1.0mA의 전류를 opposite 패턴으로 주입하였고, 전압 측정은 인접한(adjacent) 전극 쌍에서 계산하였음.

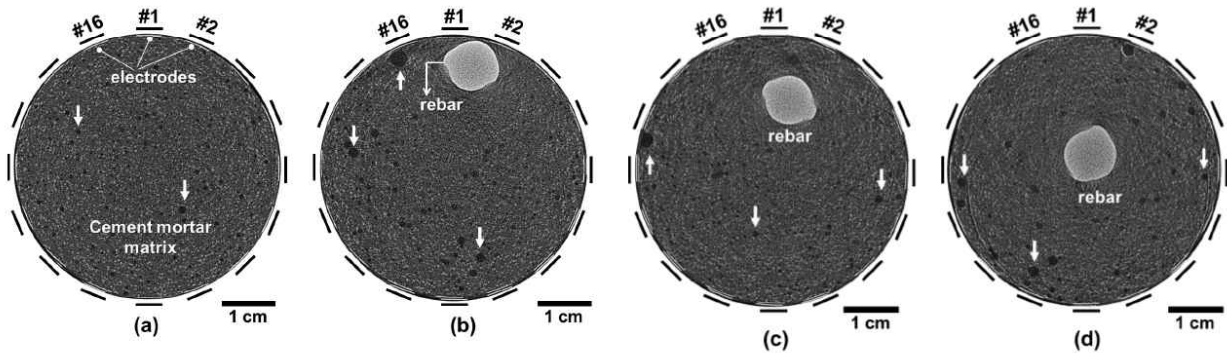


Micro-CT 측정 결과

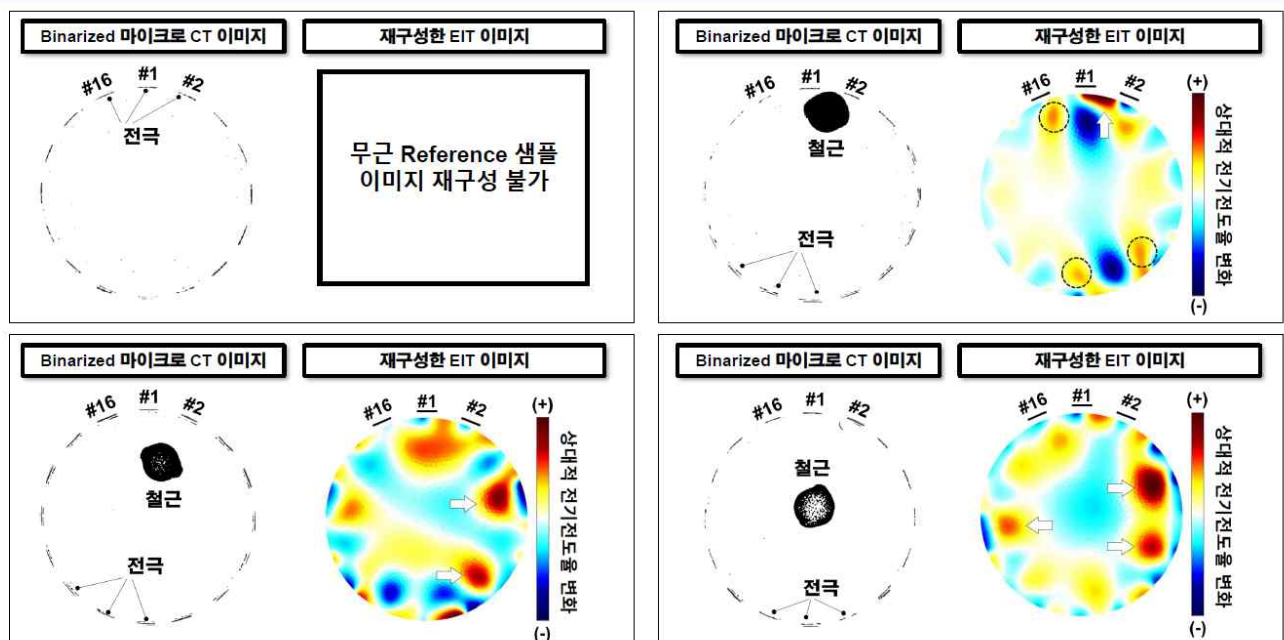
Micro-CT 측정 결과, cement mortar 부분은 짙은 회색으로 보이는 반면, rebar는 매우 밝은 회색으로 보여짐.

Micro-CT 이미지에서는 물질의 밀도에 따라 명암이 달라지는데, steel의 밀도가 매우 크기 때문.

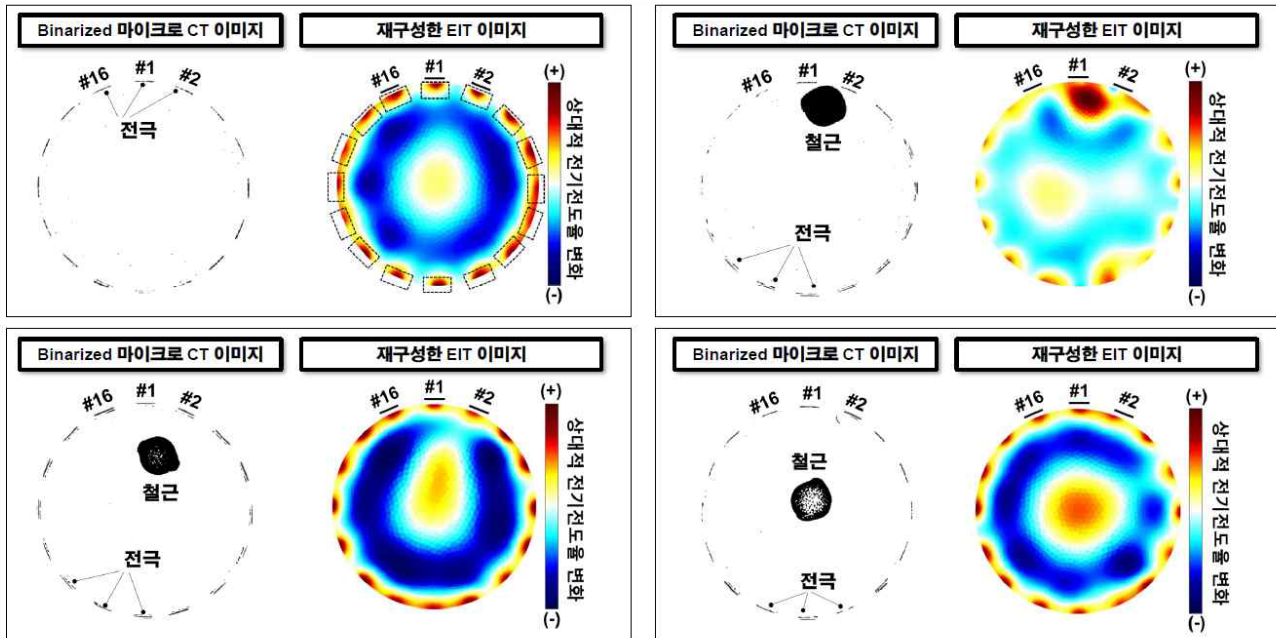
가장자리에서 얇은 흰색 띠로 copper 전극이, 검은색 air void가, 하얀색의 작은 점으로 FSSAs 입자들이 관찰되었음.



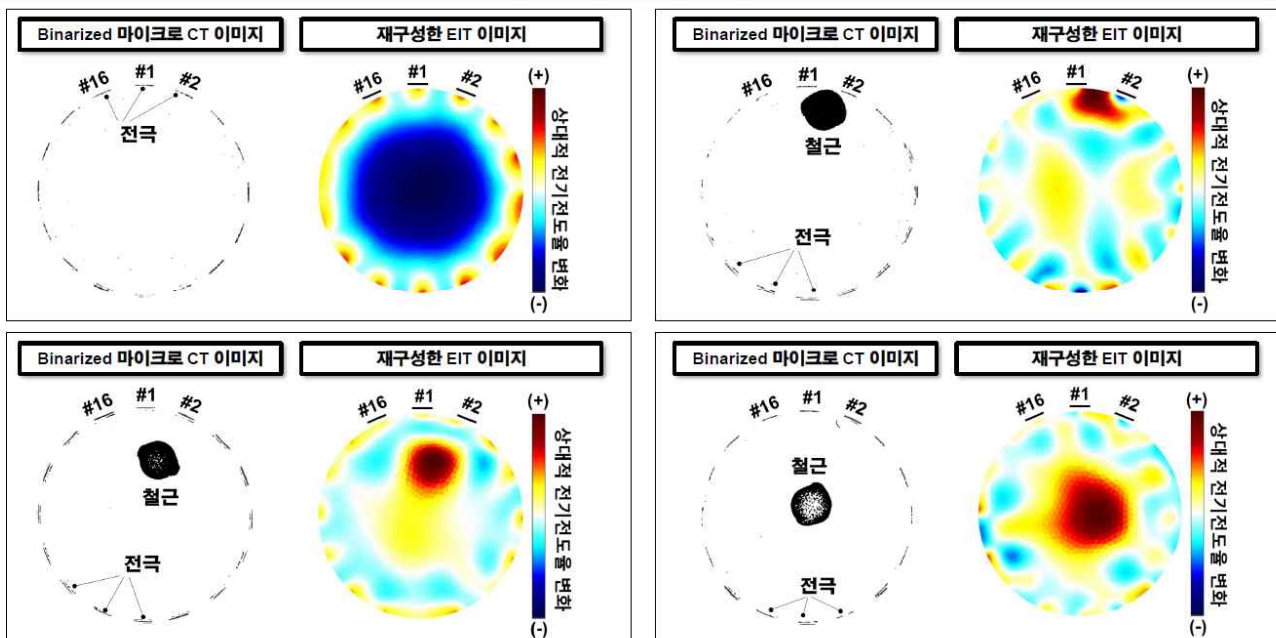
Reference-difference EIT 이미지 결과



Frequency-difference EIT 이미지 결과 (5 kHz – 10 kHz)



Frequency-difference EIT 이미지 결과 (1 kHz – 50 kHz)



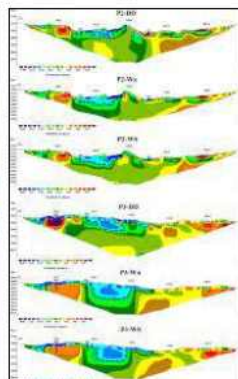
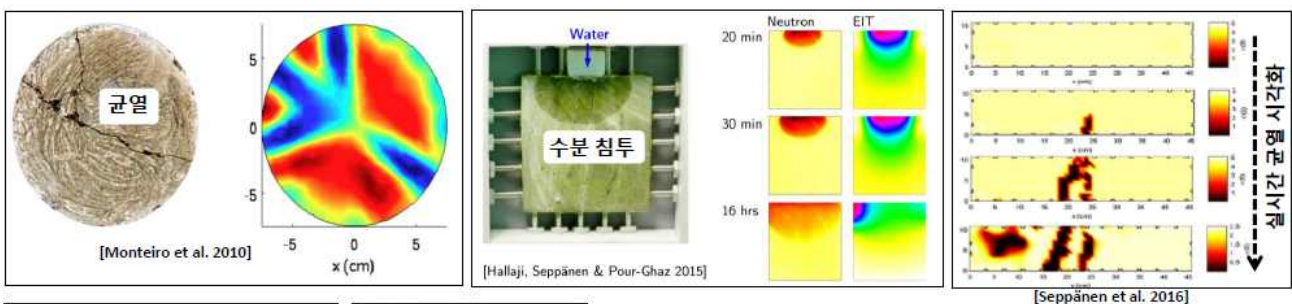
Conclusions

- 시멘트 mortar의 다양한 위치에 매립된 철근을 16채널 EIT 시스템으로 Frequency-difference 방식을 통해 탐지하였음.
- Reference-difference 방식은 시멘트 재료 내부 철근 탐지에 적용하기 적절하지 않음. 매우 많은 noise와 함께 이미지 재구성이 제대로 구현되지 않음. 이 방식을 이용하기 위해서는, Reference 샘플과 Target 샘플이 본질적으로 동일한 샘플이어야 함. 다른 경우, inconsistent contact impedance 발생으로 측정 오차가 발생함. 하지만, 철근이 매립된 샘플은 애초에 타설부터 철근이 존재하므로, reference 샘플을 구할수 없음.
- Frequency-difference EIT는 시멘트 재료에 매립된 철근을 잘 탐지하였음. 동일한 샘플에서 측정이 이루어지므로, 측정 오차가 최소화되어, 정확한 forward model 시뮬레이션이 가능하고, 좋은 EIT 이미지 구현이 가능함. 특히, 사용하는 전류의 주파수 범위 선정이 EIT 이미지 결과에 영향을 끼침. 주파수 간격이 넓을수록, 더 정확한 철근 위치를 탐지하였음.

기존보다 우수한 Frequency-difference ERT 개발

ERT (Electrical Resistance Tomography)

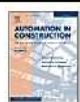
- 물체 내부 전기전도율 분포를 시각화시키는 비파괴검사(NDT) 기술
- 대형 구조물에 적용 가능



기존 ERT보다 우수한 Frequency-difference ERT



Automation in Construction
Volume 132, December 2021, 103974



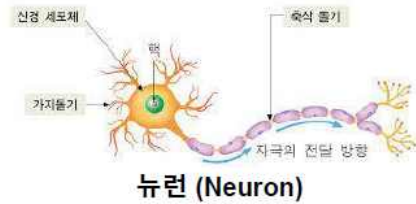
Detecting embedded rebar in cement mortar by frequency-difference electrical resistance tomography

Dongho Jeon ^a, Min Kyoung Kim ^b, Hyoungwoo Woo ^a, Yeounjung Jeong ^c, Jae Eun Oh ^d, Dong Joo Kim ^{b,*, 2}, Seyoon Yoon ^{a, 2}

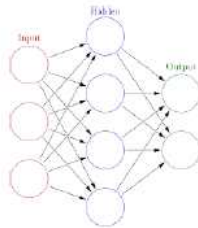
ERT 기술에 신경망 학습 적용

인공지능 기술의 등장

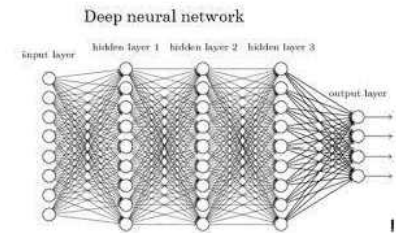
- (1) ANN (인공신경망: Artificial neural network): 신경세포(뉴런)에 영감을 받은 기계학습 모델의 일종
- (2) DNN (심층신경망: Deep neural network): 은닉층을 늘려 학습 성능을 향상 (Deep learning)
- (3) CNN (합성곱 신경망: Convolutional neural network): 이미지 데이터의 패턴 인식 및 분류



뉴런 (Neuron)

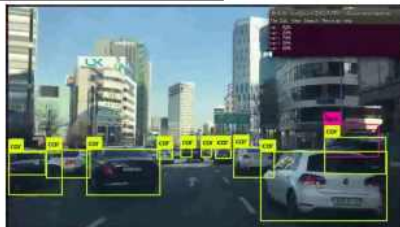


인공신경망 (ANN)



심층신경망 (DNN)

CNN 활용 예



자율주행 사물 인식



(a)



(b)



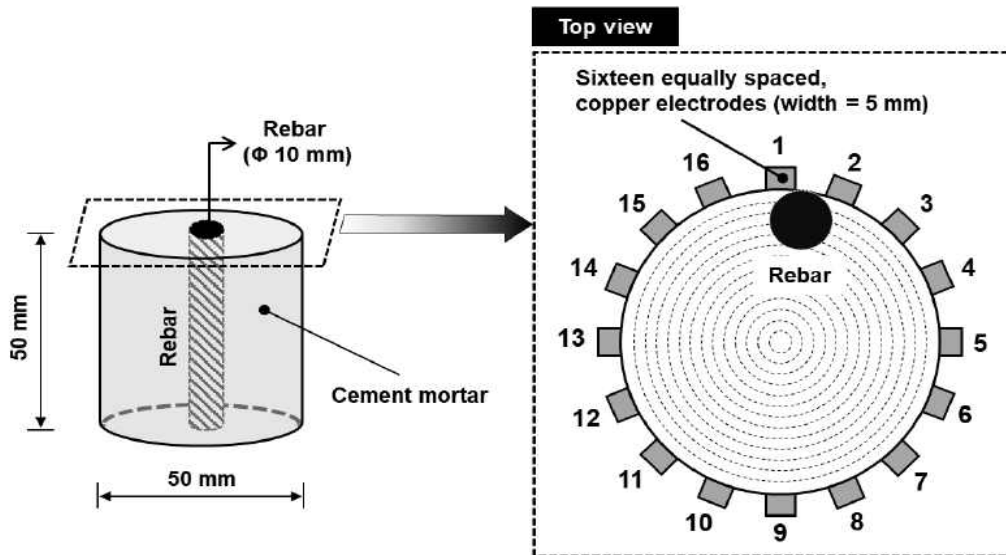
Miller et al. (2019)

콘크리트 균열 탐지

공시체 제작

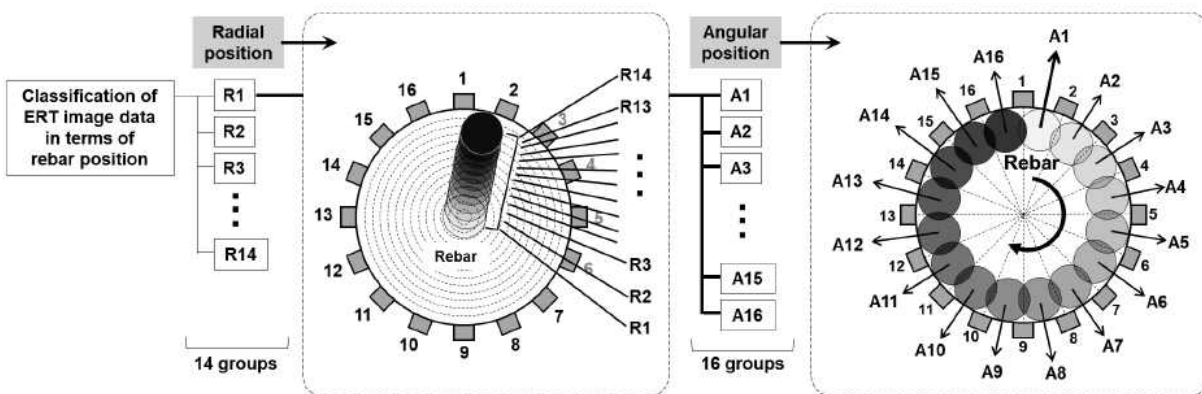
시멘트 모르타르 배합표 및 공시체 제작

Portland cement	Silica fume	Silica powder	Silica sand	FSSAs	Water	SP
1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	0.2	0.044

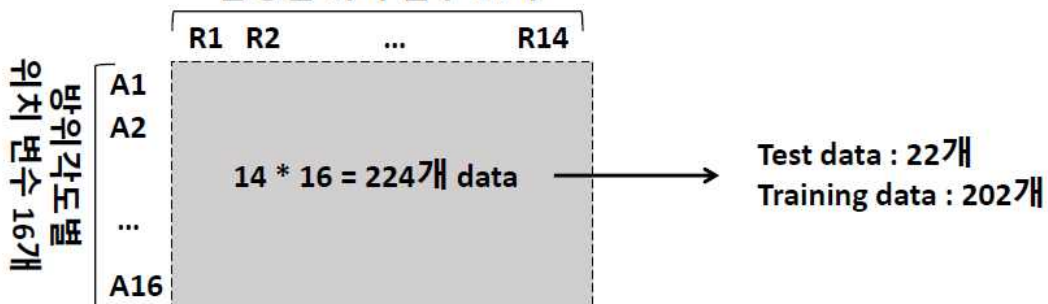


반경별 및 방위각도별 샘플 제작

반경별 & 방위각도별 철근 위치 구분

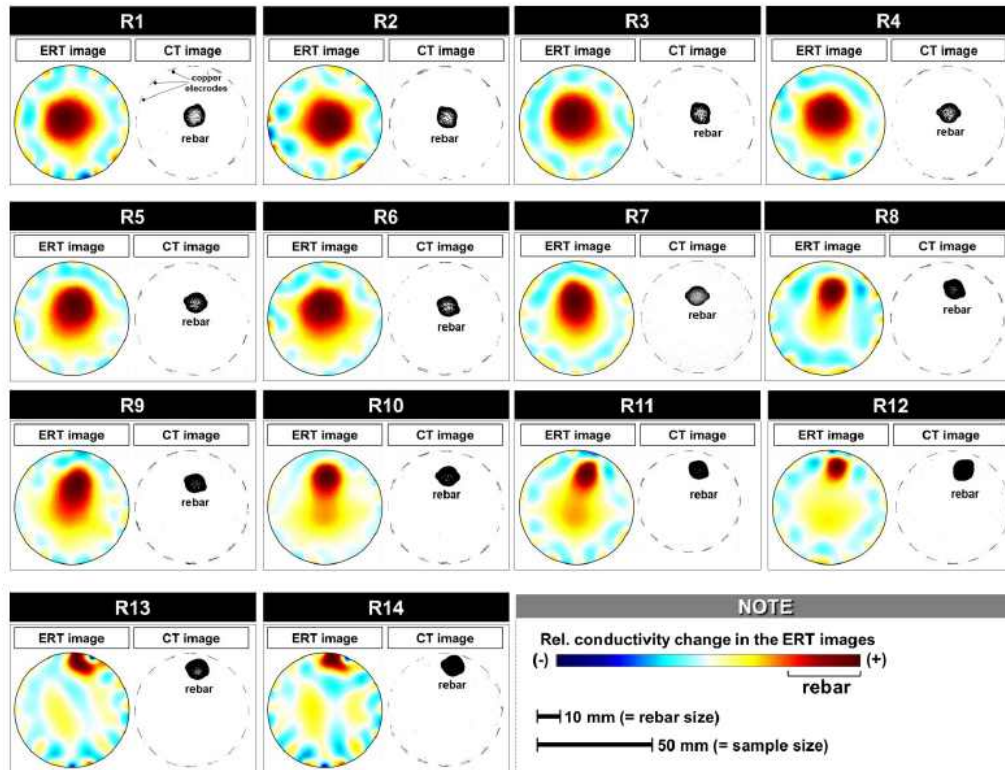


반경별 위치 변수 14개



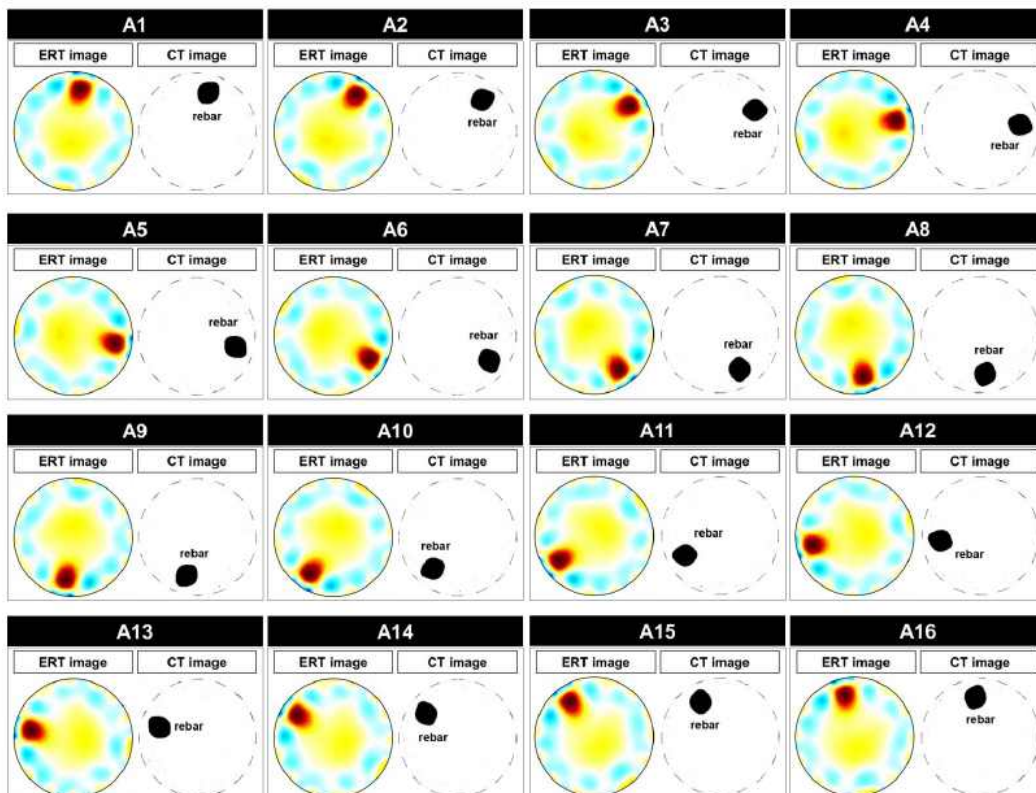
반경별 철근 위치에 따른 ERT 이미지

반경별 철근 위치에 따른 ERT 이미지 획득



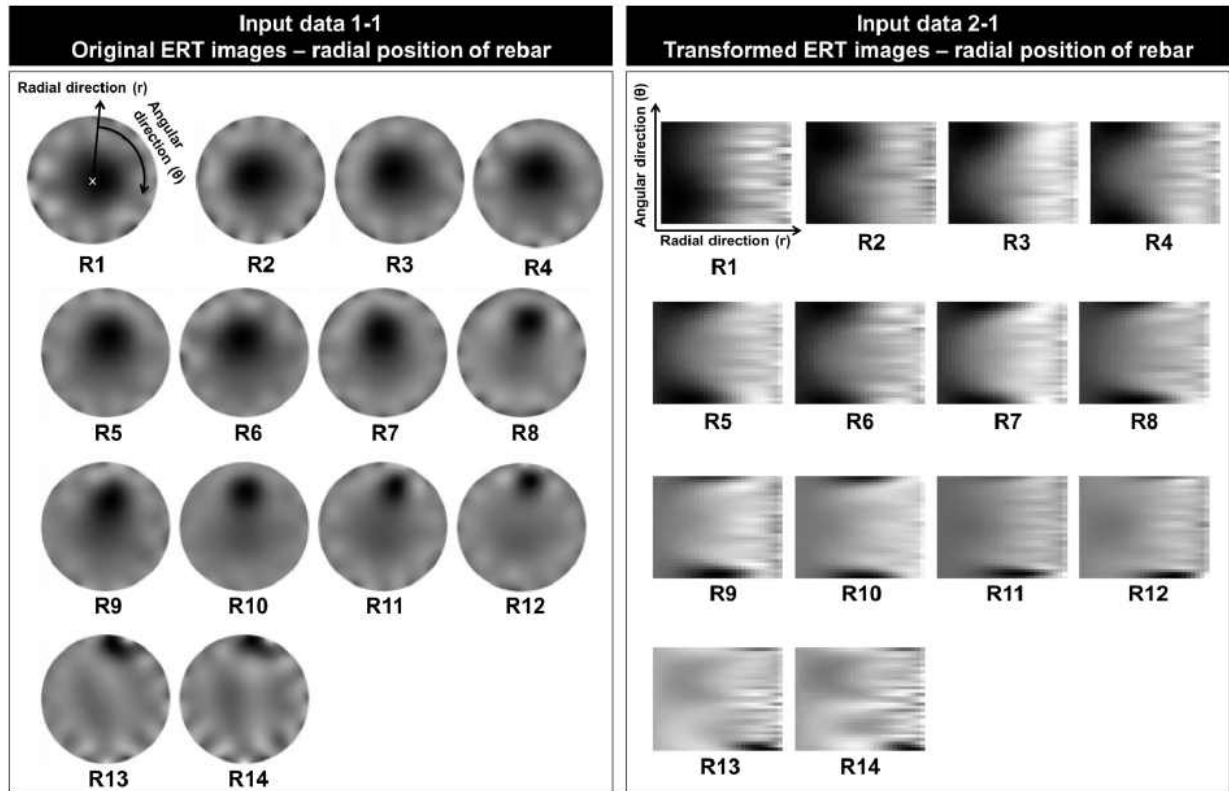
방위각도별 철근 위치에 따른 ERT 이미지

방위각도별 철근 위치에 따른 ERT 이미지 획득



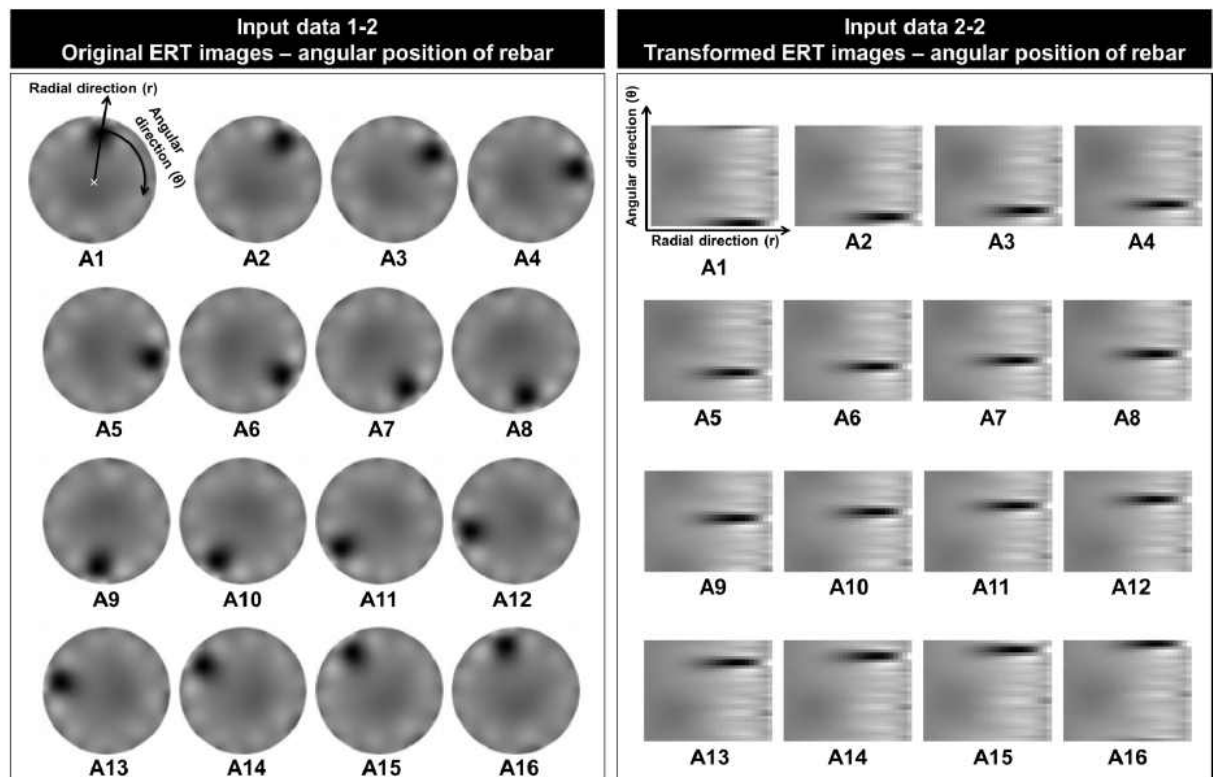
신경망 학습을 위한 인풋데이터

인풋데이터 1 : 기존 원형 ERT 이미지 vs. 극좌표 변환된 ERT 이미지



신경망 학습을 위한 인풋데이터

인풋데이터 2 : 기존 원형 ERT 이미지 vs. 극좌표 변환된 ERT 이미지

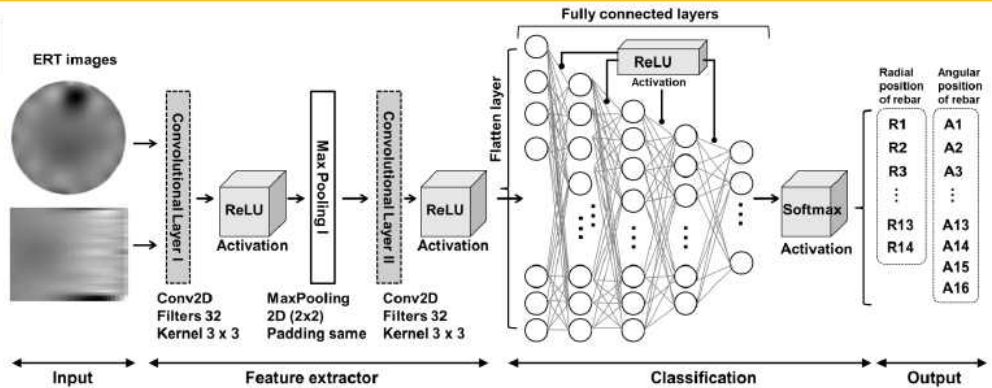


신경망 학습 모델 (CNN)

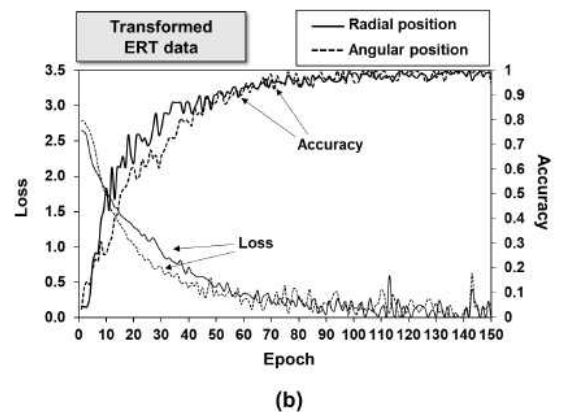
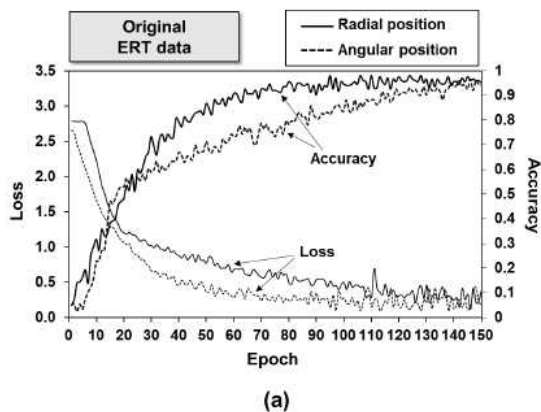
사용된 CNN 구조

(1) Raw 원형 ERT 이미지

(2) 극좌표 변환된 ERT 이미지



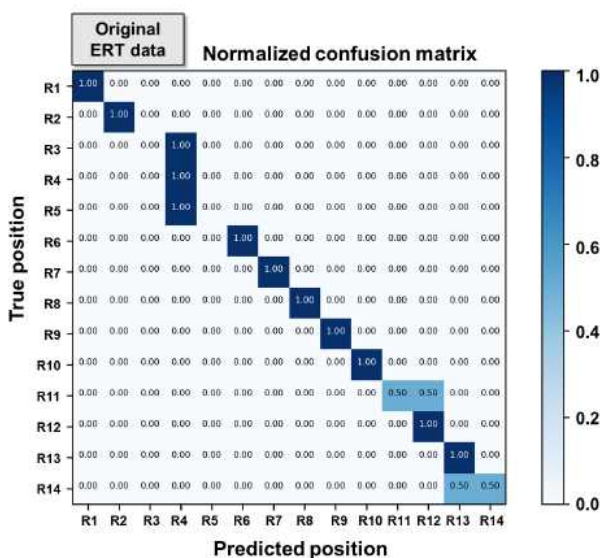
훈련 loss 및 accuracy 변화



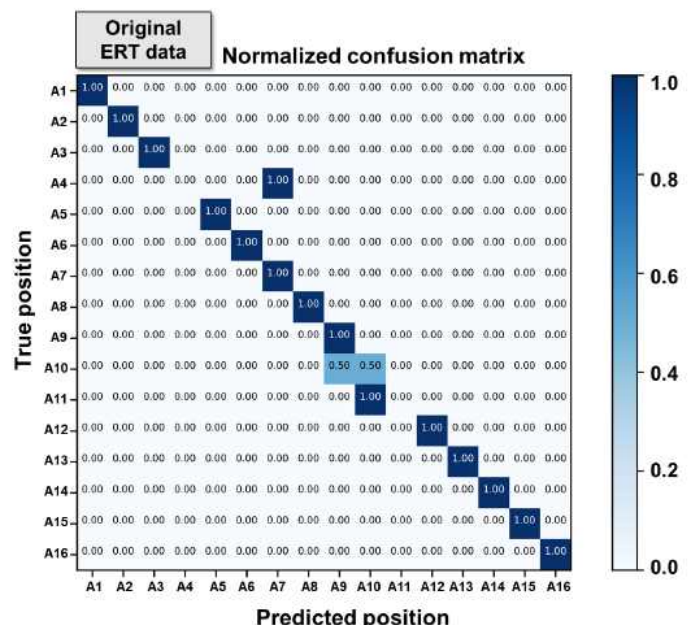
신경망 학습 예측 결과

예측 결과: confusion matrix (기존 원형 ERT 이미지)

Accuracy: 82.6%



반경별 위치

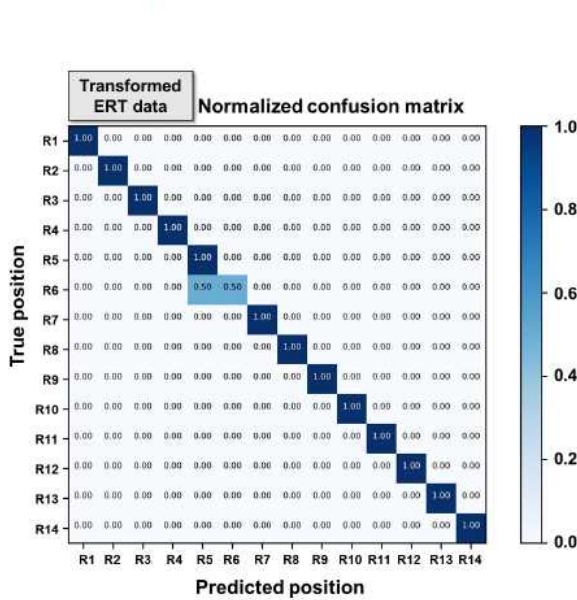


방위각도별 위치

신경망 학습 예측 결과

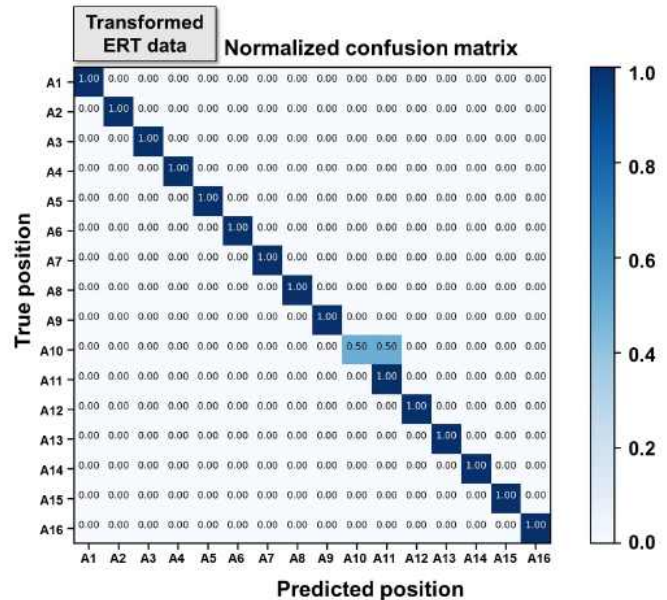
예측 결과: confusion matrix (극좌표 변환된 ERT 이미지)

Accuracy: 95.6%



(c)

반경별 위치



(d)

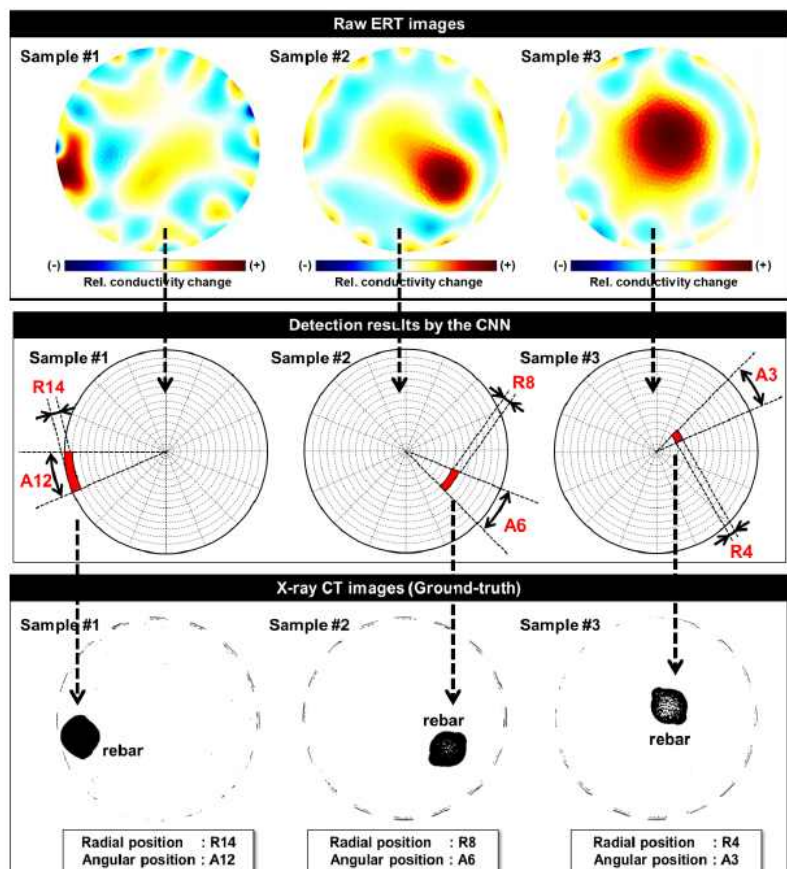
방위각도별 위치

X-ray CT를 이용한 검증

Raw ERT 이미지 획득

ai를 이용한 탐지

X-ray CT 검증



1. 본 연구는 주파수 차를 이용한 전기저항 토모그래피 (Frequency-difference ERT)와 합성곱 신경망학습(CNN)을 이용하여 고정확도의 철근 위치 탐지 시스템을 개발하였음.
2. 인풋데이터로 (1) 원형의 ERT 이미지와 (2) 극좌표 변환된 사각 ERT 이미지를 사용하였음.
3. 각각의 경우, 탐지 정확도가 82.6%(cartesian coordinate)와 95.6%(polar coordinate)로 나타났음.
4. 원형 단면의 이미지에서 반경별, 방위각도별 위치를 인식하는 것은 극좌표계로 변환된 이미지를 사용하는 것이 높은 정확도를 나타내었음.

2-2. 콘크리트 부재에 적용 가능한 전기 임피던스 토모그래피 (EIT) 측정 기술 개발

○ 안정적 전위 측정값의 유도를 위한 전압 측정방안 도출

- 측정된 전압의 검증을 위한 전기저항 평가

콘크리트 구조물용 EIT 측정 기초기술 개발을 위해 사용하고자 하는 두 종류의 장비 (Keysight power source; 그리고 sciospec EIT)로부터 측정된 전압의 검증은 필수적으로 이루어져야 함. 두 종류의 장비 검증을 위하여 전기저항 측정 장비인 digital multimeter (Fluke multimeter 8846A)를 사용하여 시멘트 복합재료의 전기저항을 측정하고, Keysight power source와 sciospec EIT로 측정된 전압을 통해 계산된 전기저항과 비교 평가하였음.

• 매트릭스의 구성성분 및 시험체

- 실험에 사용된 매트릭스는 표 2에 나타난 바와 같이 초고강도 콘크리트 (ultra-high-performance concrete, UHPC)에 평균 직경 390 μm 의 전도성 재료인 제강슬래그 (fine steel slag aggregates, FSSAs)를 50% 첨가한 매트릭스 (UA)임.

표 2. 매트릭스 구성성분.

Notation	Cement	Silica fume	Silica powder	Silica sand	Fine steel slag aggregates	Water	Super-plasticizer
UA	1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	0.2	0.044

- 시험체는 50×50×50 mm³의 큐빅 시험체로 제작되었으며, 전압 측정을 위해 시험체 표면에 silver paste를 도포한 후 그 위에 copper tape를 전극으로써 부착하였음. 그림 6과 같이 전극의 간격은 10 mm로 시험체의 양면에 각각 4개씩 부착하였음.

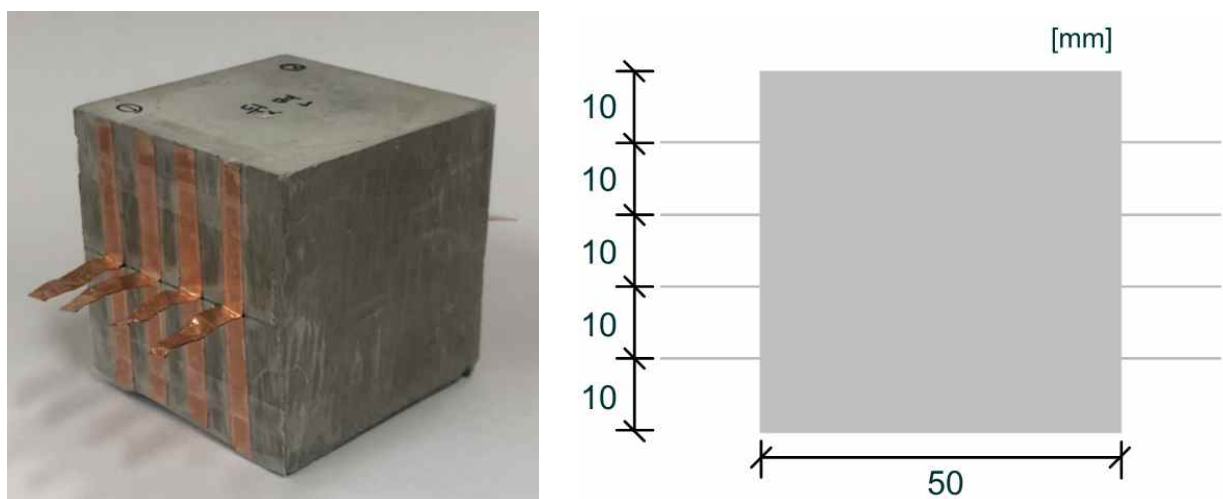


그림 6. 측정된 전압 검증을 위한 전기저항 평가에 사용된 시험체.

• 전기저항 및 전압 측정 방법

- 전기저항 측정에는 Fluke 사의 digital multimeter (8846A)를 사용하였으며, 전압 측정에는 Keysight 사의 Power source (B2962A)와 sciospec 사의 EIT를 사용하였음 (그림 7 참조).



(a) Fluke digital multimeter 8846A



(b) Keysight power source (B2962A)



(c) sciospec EIT

그림 7. 전기저항 및 전압 측정 장비.

- 입력전류는 10 μ A로 전기저항 측정과 전압 측정에서 동일한 전류 값을 인가하였으며, 전압 측정 시 주파수는 100 Hz로 power source와 EIT 모두 동일하게 제어하였음.
- 전기저항과 전압은 Wenner four probe method 기반으로 측정되었으며, 전류 입력 방향과 전압 측정 방향을 그림 8에 나타내었음.

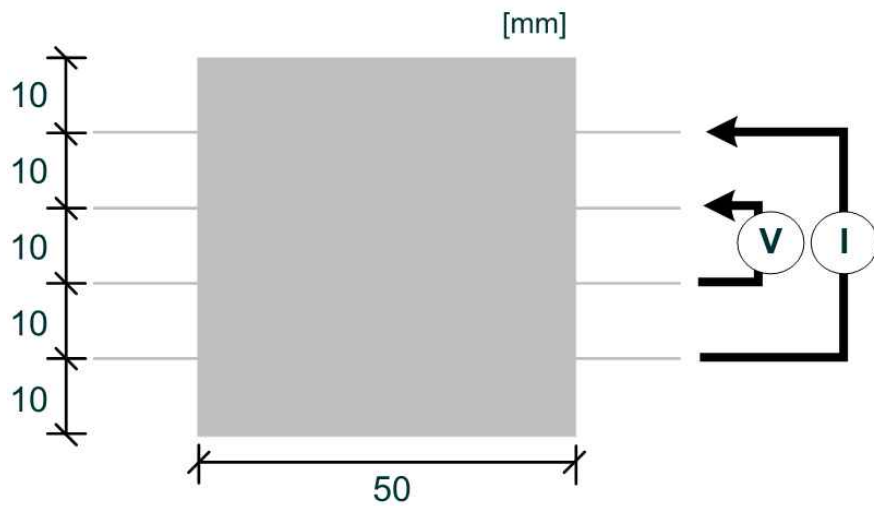


그림 8. 전기저항과 전압 측정을 위한 전류 입력 방향과 전압 측정 방향.

- Power source와 EIT를 통해 측정된 전압은 아래와 같은 전기저항 계산식을 통해 전기저항으로 계산되었으며, 계산된 전기저항은 digital multimeter로 측정된 전기저항과 비교하였음.

$$R = \frac{V}{I} = \frac{V}{10 \times 10^{-6}}$$

식 1

• 실험결과

- 측정된 전기저항과 계산된 전기저항을 표 3에 요약하여 나타내었음.

표 3. UA의 측정된 전기저항과 계산된 전기저항.

	(A) Power source	(B) EIT
Input current (μA)	10	
Measured voltage (V)	4.36	0.1774
Calculated resistance ($k\Omega$)	436	17.74
Measured resistance ($k\Omega$)	439	

- Digital multimeter (Fluke, 8846A)를 사용하여 측정한 UA의 전기저항은 439 $k\Omega$ 임.
- (A) power source (Keysight, B2962A)와 (b) EIT (sciospec)로부터 측정된 전압은 각각 4.36V와 0.1774 V로 입력전류 10×10^{-6} A를 식 1에 대입하여 전기저항을 계산하면 전기저항은 각각 436 $k\Omega$ 과 17.74 $k\Omega$ 으로 계산됨.
- 따라서, (A) power source (Keysight, B2962A)와 (b) EIT (sciospec)를 사용하여 측정된 UA의 재료 자체 전압의 정확도는 power source가 더 높다고 볼 수 있음.

- Power source (Keysight, B2962A)의 측정 전압 일관성 평가 (1차원)

올바른 EIT 신호의 취득을 위해서는 항상 일정한 전압이 출력되어야 함. 따라서, 1차원에서 동일한 전압 출력 위치에서의 전압을 3번씩 측정하고, 측정된 전압의 표준편차를 확인하여 측정된 전압의 일관성을 평가하였음.

• 매트릭스의 구성성분 및 시험체

- 실험에 사용된 매트릭스는 표 4에 나타낸 바와 같이 물-시멘트비 0.3의 페이스트 (P)와 초고강도 콘크리트 (ultra-high-performance concrete, UHPC)에 평균 직경 390 μm 의 전도성 재료인 제강슬래그 (fine steel slag aggregates, FSSAs)를 50% 첨가한 매트릭스 (UA)임.

표 4. 1차원 전류 입력 기반 측정 전압 일관성 평가를 위해 사용된 매트릭스 구성성분.

Notation	Cement	Silica fume	Silica powder	Silica sand	Fine steel slag aggregates	Water	Super-plasticizer
P	1.0	-	-	-	-	0.3	0.024
UA	1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	0.2	0.044

- 시험체는 $50 \times 50 \times 50 \text{ mm}^3$ 의 큐빅 시험체로 제작되었으며, 전압 측정을 위해 시험체 표면에 silver paste를 도포한 후 그 위에 copper tape를 전극으로써 부착하였음. 그림 9와 같이 전극의 간격은 10 mm로 시험체의 양면에 각각 4개씩 부착하였음.

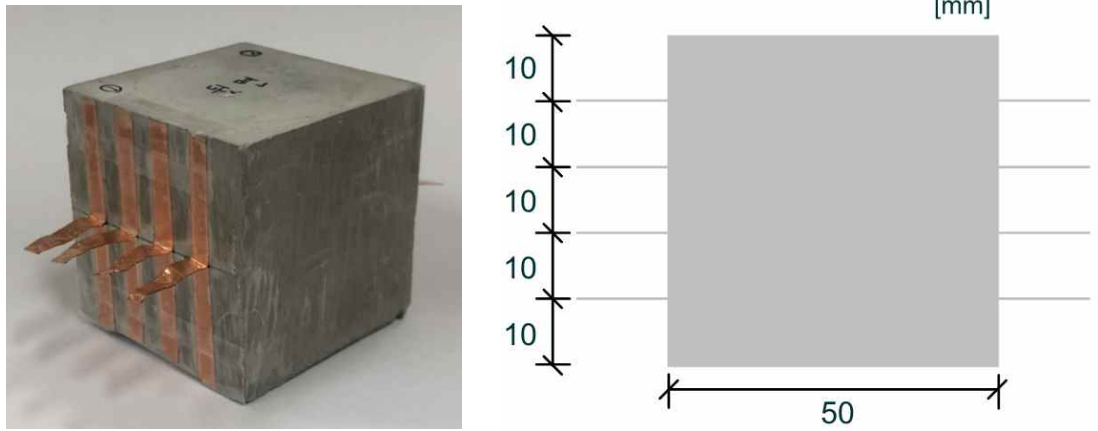


그림 9. 측정된 전압 검증을 위한 전기저항 평가에 사용된 시험체.

- 전압 측정 방법

- 전압은 Keysight사의 Power source (B2962A)를 사용하여 측정하였음 (그림 10 참조).



그림 10. 전압 측정 장비 (Power source, Keysigth B2962A).

- 입력전류는 매트릭스 구성성분에 상관없이 10 μ A로 일정하게 하였으며, 입력 주파수는 그림 11과 같이 매트릭스 구성성분에 따라 Wenner four probe method 기반으로 측정하여 얻어진 Nyquist plot을 통해 imaginary impedance가 최소가 되는 지점에서의 주파수 (frequency at cusp point, f_{cs})를 적정 주파수로 결정하여 실험을 수행하였음 (표 5 참조).

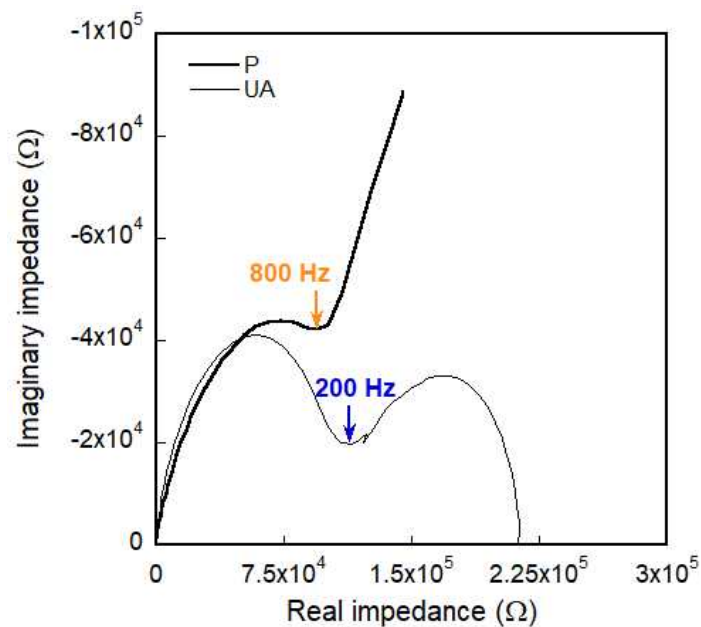


그림 11. 매트릭스 구성성분에 따른 시멘트 복합재료의 impedance spectroscopy 거동 (Nyquist plot).

표 5. 전압 측정을 위한 매트릭스 구성성분에 따른 입력전류와 주파수.

Notation	Input current (μA)	Frequency (Hz)
P	10	800
UA		200

- 1차원 전류 입력 기반 시멘트 복합재료의 측정 전압 일관성 평가를 위한 실험 셋업은 4가지의 전류 입력 위치에 따라 각각 수행되었음. 전류 입력 및 출력은 동일한 면(1차원)에서 이루어졌으며, 전압 측정은 전류 입력 면의 반대 면에서 총 3지점 (V1, V2, V3)에 대하여 각각 세 번씩 측정하였음. 1차원 전류 입력 기반 측정 전압의 일관성 평가를 위한 실험 셋업을 그림 12에 도식화하여 나타내었음.

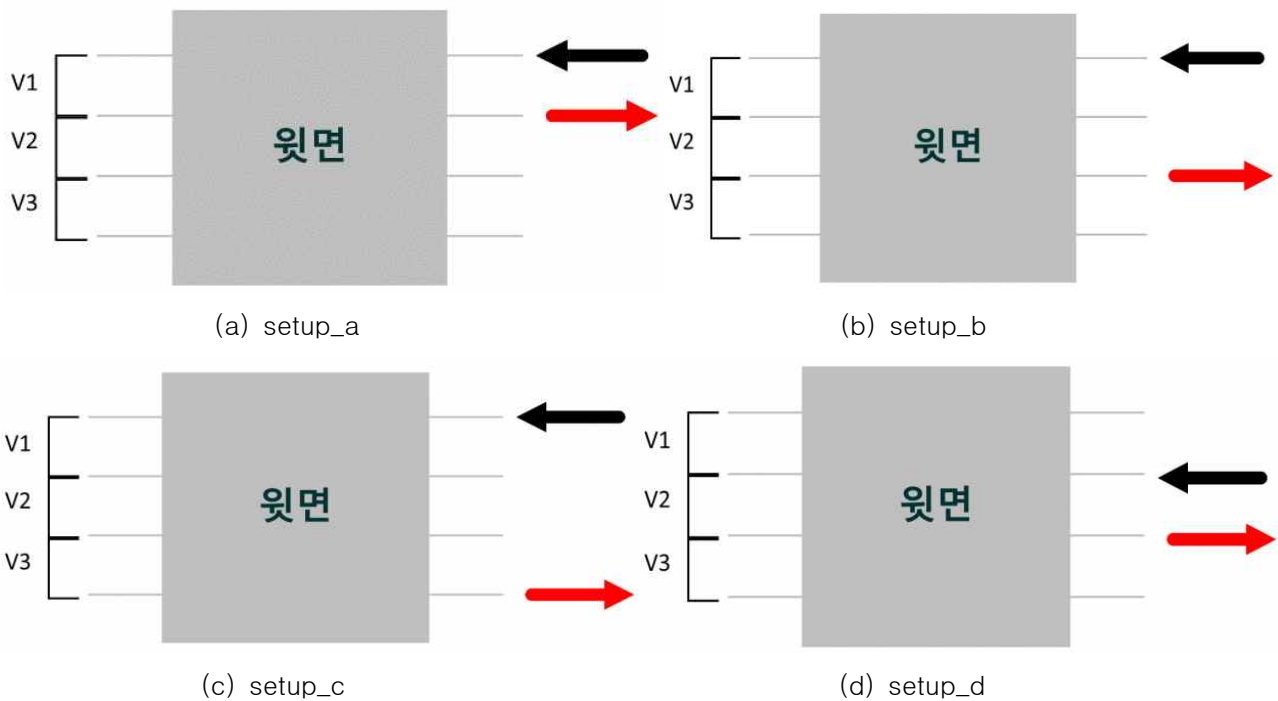


그림 12. 1차원 전류 입력 기반 시멘트 복합재료의 측정 전압의 일관성 평가를 위한 실험 셋업.

• 실험결과

- 매트릭스 구성성분(P, UA)에 따른 전압 측정 전압값 (V1, V2, V3), 전압 평균, 그리고 표준편차를 표 6에 나타내었음.

표 6. 매트릭스 구성성분에 따른 측정 전압값.

Setup		Voltage of P (V)			Voltage of UA (V)		
		V1	V2	V3	V1	V2	V3
a	1st	1.12	0.53	3.78	3.32	3.70	3.71
	2nd	1.12	0.52	3.75	3.43	3.14	3.31
	3rd	1.25	0.53	3.79	3.08	3.45	3.39
	Average	1.16	0.53	3.77	3.28	3.43	3.47
	STD	0.06 (5.26%)	0.00 (0.90%)	0.02 (0.45%)	0.15 (4.46%)	0.23 (6.68%)	0.17 (4.98%)
b	1st	0.8	1.19	5.14	4.82	4.74	4.69
	2nd	0.78	1.15	4.9	4.28	4.65	4.54
	3rd	0.8	1.14	4.95	4.23	4.51	4.42
	Average	0.79	1.16	5.00	4.44	4.63	4.55
	STD	0.01 (1.19%)	0.02 (1.86%)	0.10 (2.07%)	0.27 (6.01%)	0.09 (2.04%)	0.11 (2.43%)
c	1st	0.86	1.64	0.84	3.23	3.26	2.01
	2nd	0.86	1.63	0.83	3.77	3.29	1.90

d	3rd	0.86	1.64	0.88	2.99	3.07	1.91
	Average	0.86	1.64	0.85	3.33	3.21	1.94
	STD	0.00 (0.00%)	0.00 (0.00%)	0.02 (2.54%)	0.33 (9.80%)	0.10 (3.04%)	0.05 (2.56%)
	1st	0.73	1.68	1.04	3.8	3.31	1.15
	2nd	0.74	1.85	0.99	3.57	3.63	1.73
	3rd	0.76	1.81	1.02	3.86	3.72	1.69
	Average	0.74	1.78	1.02	3.74	3.55	1.52
	STD	0.01 (1.68%)	0.07 (4.08%)	0.02 (2.02%)	0.12 (3.34%)	0.18 (4.95%)	0.26 (17.36%)

- 동일한 전압 측정 위치에서 전압을 세 번씩 측정한 결과, 그 표준편차는 최소 0 V (0%)에서 최대 0.33 V (9.80%)로 나타났음: 표준편차 최대 위치 - UA; setup c; V1
- UA에 비해 P가 동일한 위치에서의 측정 전압에 따른 표준 편차가 더 낮게 나타났음.
- UA가 P에 비해 표준편차가 높게 나타나기는 하지만 그 차이가 10% 미만이므로, 본 연구의 제안 목표인 표준편차 10% 이내를 달성하였음.
- 결과적으로, power source (Keysight, B2962A)를 사용한 1차원 전류 입력 기반으로 측정된 시멘트 복합재료의 전압은 매트릭스 구성성분과 상관없이 매우 일관성이 있다고 판단되므로, EIT 신호 취득을 위한 측정 전압값의 일관성을 충분히 확보했다고 할 수 있음.

- Power source (Keysight, B2962A)의 측정 전압 일관성 평가 (2차원)

올바른 EIT 신호의 취득을 위해서는 항상 일정한 전압이 출력되어야 함. 따라서, 2차원에서 동일한 전압 출력 위치에서의 전압을 3번씩 측정하고, 측정된 전압의 표준편차를 확인하여 측정된 전압의 일관성을 평가하였음.

• 매트릭스의 구성성분 및 시험체

- 실험에 사용된 매트릭스는 표 7에 나타난 바와 같이 초고강도 콘크리트 (ultra-high-performance concrete, UHPC)에 평균 직경 390 μm 의 전도성 재료인 제강슬래그 (fine steel slag aggregates, FSSAs)를 50% 첨가한 매트릭스 (UA)임.

표 7. 2차원 전류 입력 기반 측정 전압 일관성 평가를 위해 사용된 매트릭스 구성성분.

Notation	Cement	Silica fume	Silica powder	Silica sand	Fine steel slag aggregates	Water	Super-plasticizer
UA	1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	0.2	0.044

- 시험체는 50×50×50 mm³의 큐빅 시험체로 제작되었으며, 전압 측정을 위해 시험체 표면에 silver paste를 도포한 후 그 위에 copper tape를 전극으로써 부착하였음. 그림 13과 같이 전극의 간격은 10 mm로 시험체의 양면에 각각 4개씩 부착하였음.

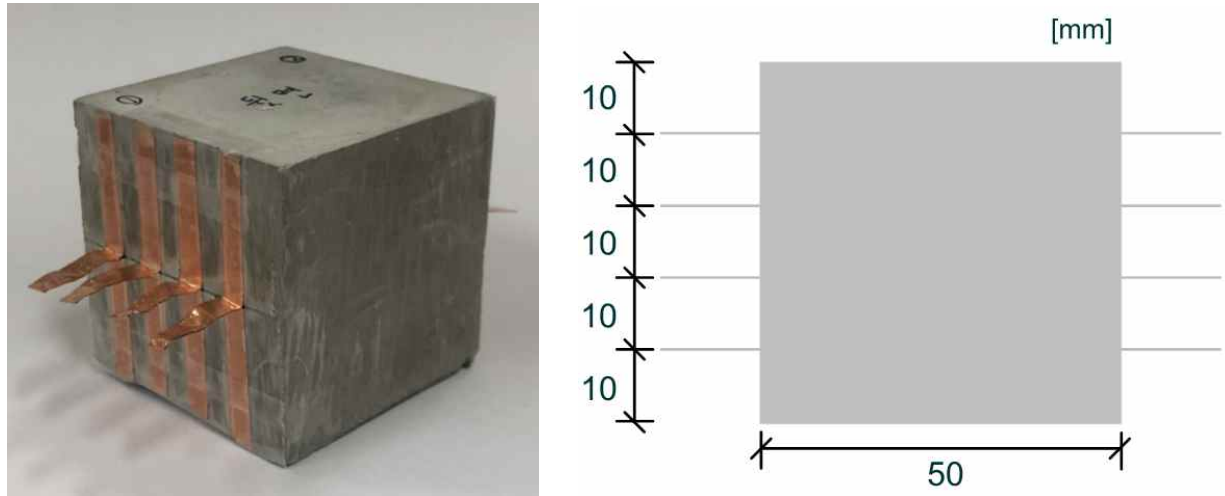


그림 13. 측정된 전압 검증을 위한 전기저항 평가에 사용된 시험체 (반복).

- 전압 측정 방법

- 전압은 Keysight사의 Power source (B2962A)를 사용하여 측정 하였음 (그림 14 참조).



그림 14. 전압 측정 장비 (Power source, Keysigth B2962A) (반복).

- 입력전류는 매트릭스 구성성분에 상관없이 10 μ A로 일정하게 하였으며, 입력 주파수는 그림 15와 Wenner-four-probe method 기반으로 측정하여 얻어진 UA의 Nyquist plot을 통해 imaginary impedance가 최소가 되는 지점에서의 주파수 (frequency at cusp point, f_{cs})를 적정 주파수로 결정 (200 Hz)하여 실험을 수행하였음.

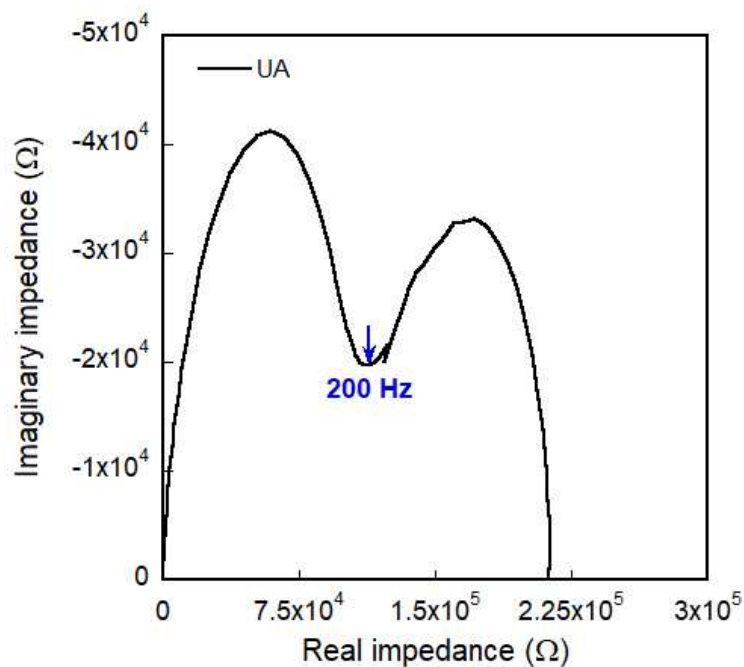


그림 15. UA의 impedance spectroscopy 거동 (Nyquist plot).

- 2차원 전류 입력 기반 시멘트 복합재료의 측정 전압 일관성 평가를 위한 실험 셋업은 4가지의 전류

입력 위치에 따라 각각 수행되었음. 전류 입력 및 출력은 반대면(2차원)으로 이루어졌으며, 전압 측정에는 전류 입력 면에서 총 2지점 (V1, V2)에 대하여 각각 세 번씩 측정하였음. 2차원 전류 입력 기반 측정 전압의 일관성 평가를 위한 실험 셋업을 그림 16에 도식화하여 나타내었음.

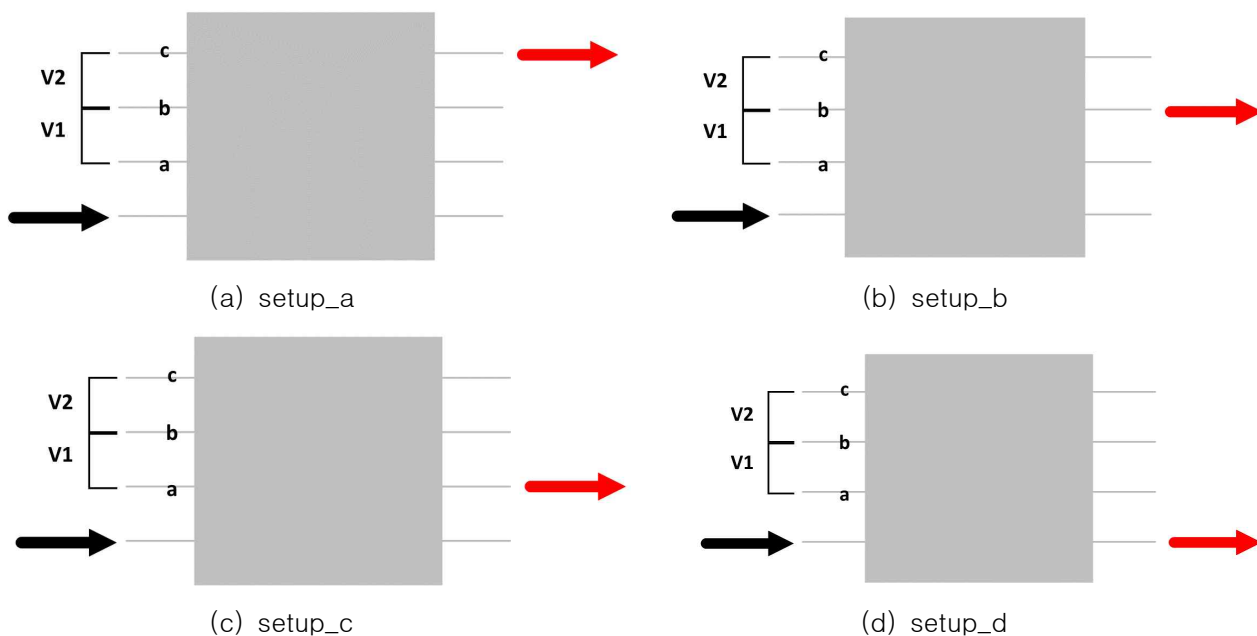


그림 16. 2차원 전류 입력 기반 시멘트 복합재료의 측정 전압의 일관성 평가를 위한 실험 셋업.

• 실험결과

- UA의 전압 측정 위치 (V1, V2)에 따른 측정 전압값, 전압 평균, 그리고 표준편차를 표 8에 나타내었음.

표 8. UA의 2차원 전류 입력에서 전압 측정 위치에 따른 측정 전압값.

Setup		Voltage of UA (V)	
		V1	V2
a	1st	1.400	1.097
	2nd	1.404	1.096
	3rd	1.402	1.098
	Average	1.402	1.097
	STD	0.002 (0.12%)	0.001 (0.07%)
b	1st	1.340	1.034
	2nd	1.342	1.035
	3rd	1.343	1.034
	Average	1.342	1.034
	STD	0.001 (0.09%)	0.000 (0.05%)
c	1st	1.310	1.009
	2nd	1.313	1.009
	3rd	1.312	1.010
	Average	1.312	1.009
	STD	0.001 (0.10%)	0.000 (0.05%)
d	1st	1.332	1.026
	2nd	1.332	1.026
	3rd	1.332	1.026
	Average	1.332	1.026
	STD	0.000 (0.00%)	0.000 (0.00%)

- 동일한 전압 측정 위치에서 전압을 세 번씩 측정한 결과, 그 표준편차는 최소 0 V (0%)에서 최대 0.002 V (0.12%)로 나타났음: 표준편차 최대 위치 - setup a; V1

- UA의 표준편차는 모든 전압 측정 위치에서 0 V에 가까우며, 그 차이가 10% 미만이므로 본 연구의 제안 목표인 표준편차 10% 이내를 달성하였음.
- 결과적으로, power source (Keysight, B2962A)를 사용한 2차원 전압 측정은 측정된 전압이 매우 일관성이 있다고 판단되므로, EIT 신호 취득을 위한 측정 전압값의 일관성을 충분히 확보했다고 할 수 있음.

○ 직사각형 단면 콘크리트의 1차원 / 2차원 전기 임피던스 측정

- 1차원 / 2차원 전압 측정을 통한 입력 전류 방향에 따른 전압 차이

EIT 측정 기술 개발을 위해서는 모든 측정 위치에서의 전기적 요소 변화를 파악하고, 이로 인해 발생할 수 있는 오차 범위를 최소화시켜야 함. 본 연구에서는 직사각형 단면 콘크리트의 전류 입력 방향에 따른 전압을 측정하고, 전류 입력 방향이 측정 전압값에 미치는 영향을 평가하였음.

• EIT의 기본 이론

- EIT는 물체의 경계에서 측정된 전압 (또는 전위)을 기반으로 물체 내의 전기 전도도 분포를 얻는 기술임.
- EIT 기술은 물체 내의 전기 전도도 분포를 계산하기 위하여 순방향 및 역방향 문제를 모두 고려해야 함. 순방향 문제는 입력 전류에서 물체 내의 알려진 전기 전도도 분포를 기반으로 전위 분포를 결정하는 반면, 역방향 문제는 물체 경계에서 측정된 전압을 기반으로 전기 전도도 (또는 전기 저항률) 분포를 재구성함.
- EIT 기술의 성공적인 콘크리트 구조물 적용은 측정된 전압을 기반으로 물체 내의 전기 전도도 분포를 계산하는 재구성 알고리즘에 의존함. 이미지 재구성을 위한 역방향 문제는 아래 식 2와 같은 역변환 함수 (transformation function)를 포함하고 있음.

$$u = T(\sigma, I); \sigma = T^{-1}(u, I) \quad \text{식 2}$$

여기서, u 는 경계면에서 측정된 전위, σ 는 전기전도도, I 는 입력 전류, 그리고 T 는 정방향 역변환 함수

- T 함수는 일반적으로 비선형이며, EIT에서 비선형 문제 T 를 풀기 위한 지배방정식으로 아래 식 3과 같은 라플라스 방정식 (Laplace's equation)이 사용됨.

$$\nabla \cdot \sigma(\nabla u) = 0 \quad \text{식 3}$$

- 라플라스 방정식을 시멘트 복합재료에 적용하기 위해서는 동일한 전류 입력에 대하여 입력 전류의 방향 (정방향 또는 역방향)과 상관없이 측정되는 전압이 이론적으로 동일해야 함. 따라서, 동일한 전류 입력값에서 다른 전류 입력 방향에 따른 시멘트 복합재료의 전압 차이를 평가하였음.

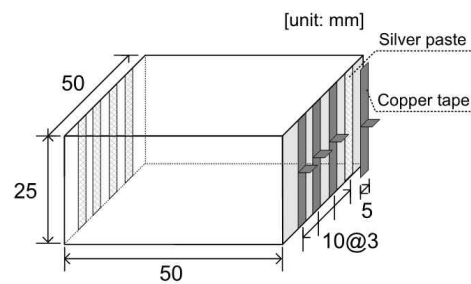
• 매트릭스의 구성성분 및 시험체

- 실험에 사용된 매트릭스는 표 9에 나타난 바와 같이 물-시멘트비 0.3의 페이스트 (P)와 초고강도 콘크리트 (ultra-high performance concrete, UHPC)에 평균 직경 390 μm 의 전도성 재료인 제강슬래그 (fine steel slag aggregates, FSSAs)를 50% 첨가한 매트릭스 (UA), 그리고 초고강도 콘크리트에 제강슬래그 50%와 multi-walled carbon nanotubes (MWCNTs) 1%를 함께 첨가한 매트릭스(UC) 임.

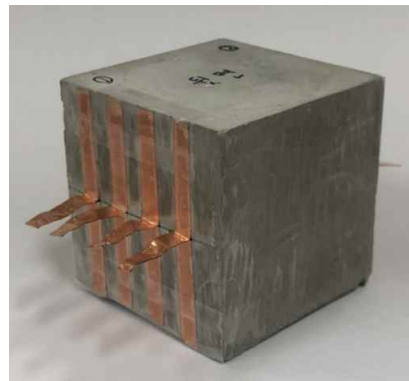
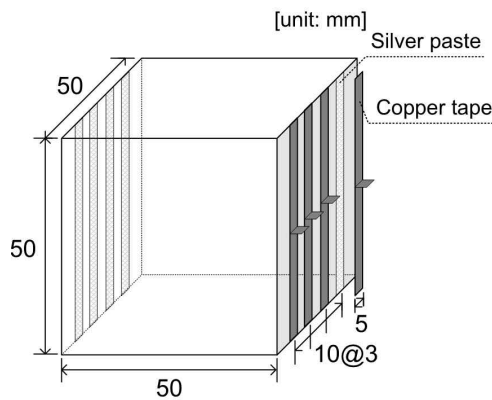
표 9. 매트릭스 구성성분.

Notation	Cement	Silica fume	Silica powder	Silica sand	Fine steel slag aggregates (FSSAs)	Multi-walled carbon nanotubes (MWCNTs)	Water	Super-plasticizer
P	1.0	-	-	-	-	-	0.3	0.024
UA	1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	-	0.2	0.042
UC	1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	0.1	0.2	0.042

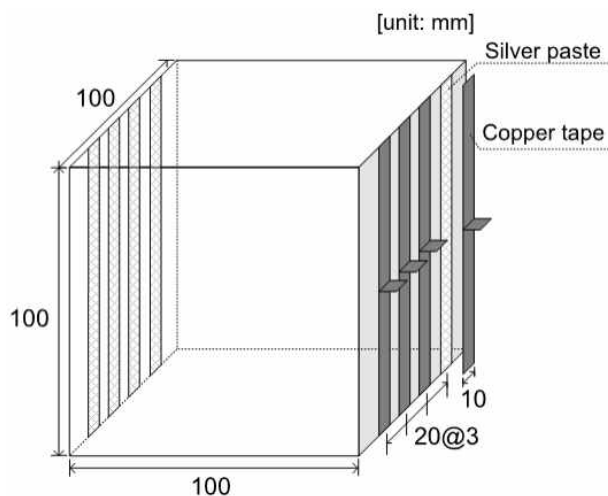
- 시험체는 $50 \times 50 \times 25 \text{ mm}^3$ (25), $50 \times 50 \times 50 \text{ mm}^3$ (50), 그리고 $100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$ (100)의 큐빅 시험체로 제작하여 시험체 사이즈의 영향성을 함께 평가하였음.
- 전압 측정을 위해 시험체 표면에 silver paste를 도포한 후 그 위에 copper tape를 전극으로써 부착하였음. 그림 17과 같이 시험체 사이즈 25와 50은 전극의 간격을 10 mm, 그리고 시험체 사이즈 100은 전극의 간격을 20 mm로 시험체의 양면에 각각 4개씩 부착하였음.



(a) $50 \times 50 \times 25 \text{ mm}^3$



(b) $50 \times 50 \times 50 \text{ mm}^3$

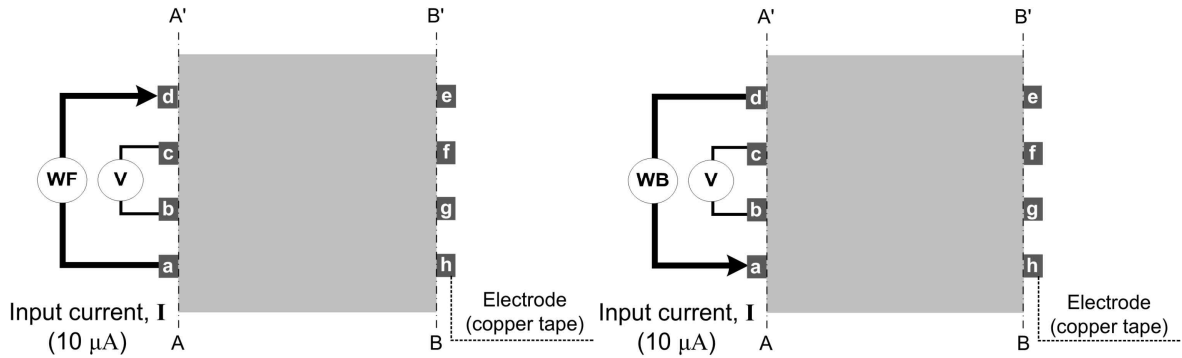


(c) $100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$

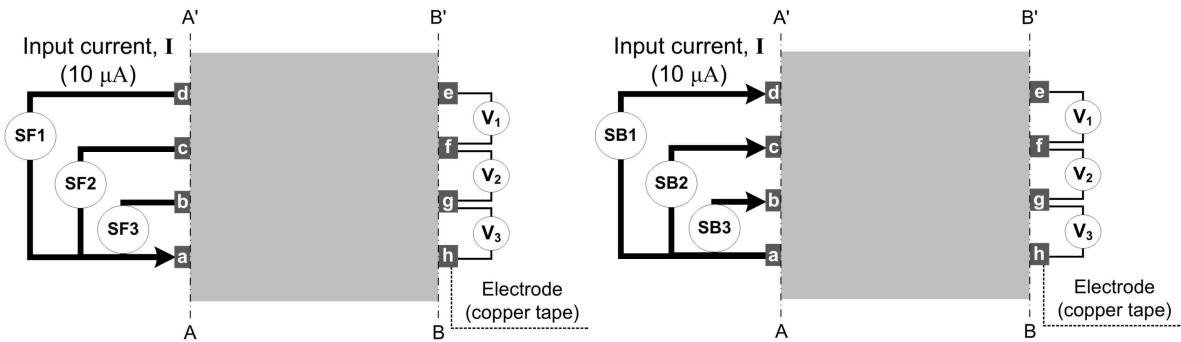
그림 17. 전류 입력 방향에 따른 전압 차이를 조사하기 위한 시험체 형상.

- 전압 측정 방법

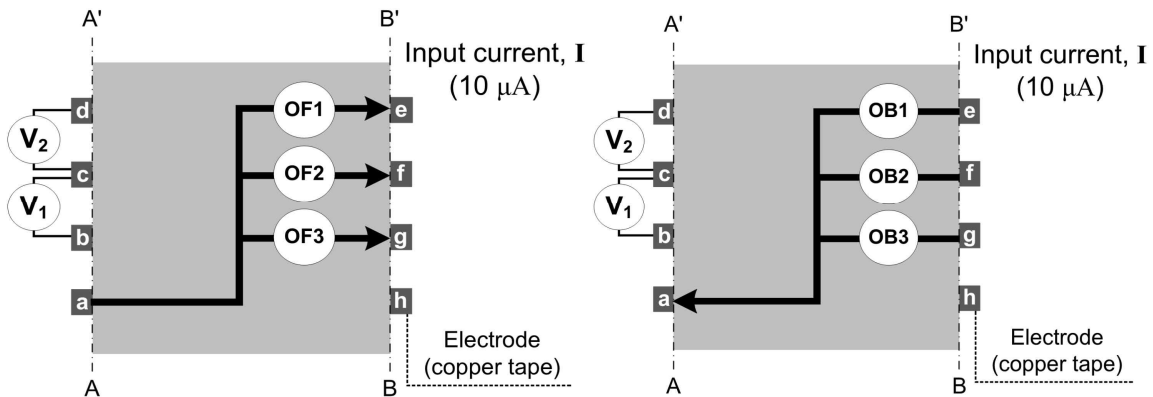
- 1차원 전압 측정은 동일한 면에서 전류가 주입되고 출력되는 same boundary condition, 2차원 전압 측정은 opposite boundary condition으로 전압을 측정하였으며, Wenner-method를 적용하여 Wenner boundary condition에서의 전류 입력 및 전압을 측정하여 1차원 및 2차원 전압 측정 결과와 비교 평가하였음. 또한, 전류의 입력 방향에 따른 전압 차이 비교 평가를 위하여 same boundary condition, opposite boundary condition, wenner boundary condition에 대하여 정방향 (forward direction)과 역방향 (backward direction)에 따른 전압을 측정하였음 (그림 18 참조).



(a) Wenner boundary; Forward direction (WF) (b) Wenner boundary; Backward direction (WB)



(c) Same boundary; forward direction (SF) (d) Same boundary; backward direction (SB)



(e) Opposite boundary; forward direction (OF) (f) Opposite boundary; backward direction (WB)

그림 18. Wenner boundary condition과 1차원 (same boundary condition) 및 2차원 (opposite boundary condition)의 전류 입력 방향에 따른 전압 측정 셋업.

- 전압은 Keysight사의 Power source (B2962A)를 사용하여 모든 시험체에 대하여 AC 전류 하에서의 전압을 측정하였으며, 결과 분석을 위하여 Fluke 사의 digital multimeter (8846A)를 사용하여 UA50의 DC 전류 하에서의 전압을 측정하였음 (그림 19 참조).



(a) Power source, Keysight B2962A



(b) Fluke digital multimeter 8846A

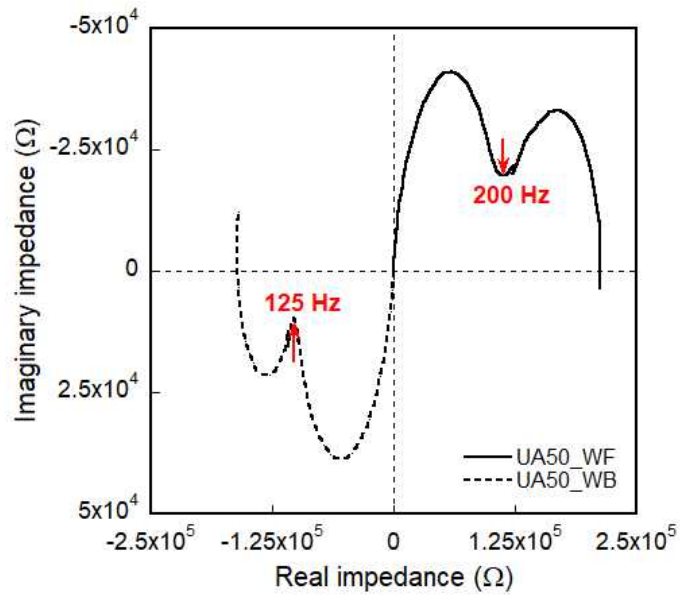
그림 19. 전압 측정 장비.

- 전류는 매트릭스 구성성분, 시험체 사이즈, 그리고 전류 입력 방향에 상관없이 10 μ A로 일정하게 입력하였음.
- 입력 주파수는 매트릭스 구성성분, 시험체 사이즈와 전류 입력방향에 따라 Wenner four probe method 기반으로 측정하여 얻어진 Nyquist plot을 통해 imaginary impedance가 최소가 되는 지점에서의 주파수 (frequency at cusp point, f_{cs})를 적정 주파수로 결정하여 실험을 수행하였음.

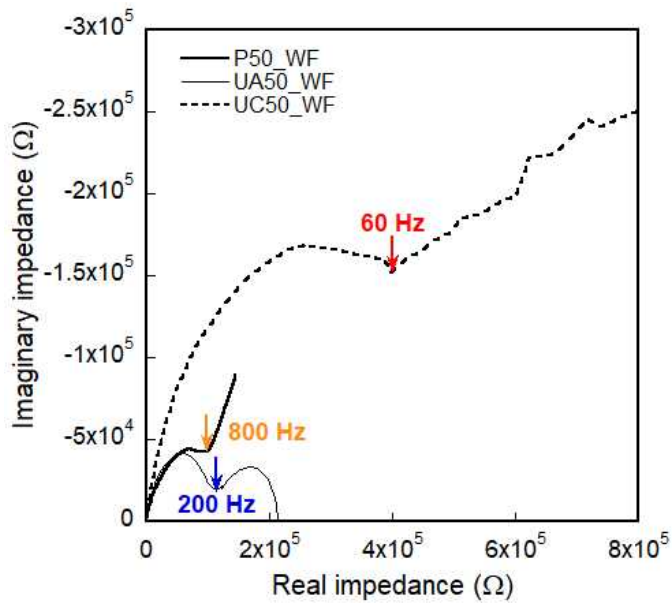
• 실험결과

< Wenner boundary condition에서의 전류 입력 방향에 따른 전압 차이 >

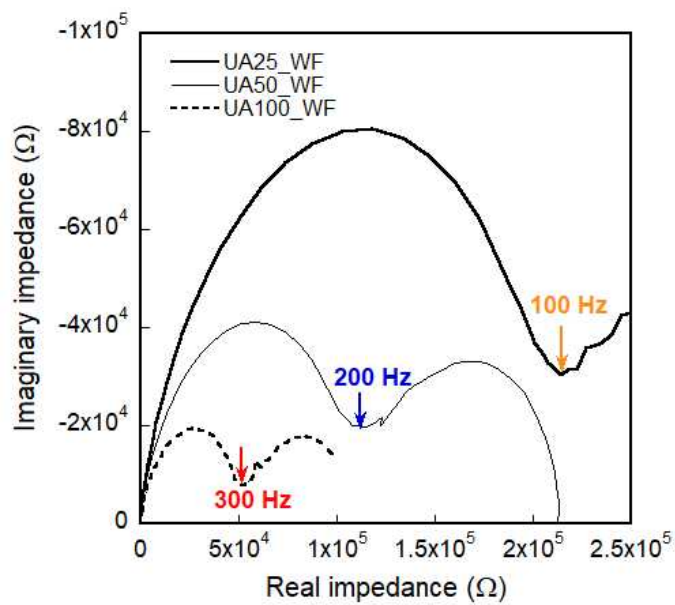
- 그림 20과 같이 매트릭스 구성성분 및 시험체 사이즈에 따라 적정 주파수 값은 다르게 나타났으며, 동일한 매트릭스의 종류 및 시험체 사이즈 내에서도 UA50과 UC50은 전류의 입력 방향에 따라 적정 주파수가 다르게 나타났음.
- 따라서, 정방향 (WF)에서 얻어진 주파수를 WB에도 적용하여 전압을 측정하고, WF와 WB에서 각각 얻어진 적정 주파수를 적용하여 전압을 측정하여 그 전압 차이를 비교하였음.



(a) 전류 입력 방향의 영향



(b) 매트릭스 구성성분의 영향



(c) 시험체 사이즈의 영향

그림 20. 시멘트 복합재료의 impedance spectroscopy 거동 (Nyquist plot).

- P50, UA25, UA50, UA100, UC50의 Wenner boundary condition (W)에서의 전류 입력 방향에 따른 적정 주파수 (f_{cs})와 측정된 전압을 통해 계산된 real voltage (V_{RE}), Phase angle (θ), Percentage difference of V_{RE} ($\bar{V}_{RE}$), 그리고 Percentage difference of θ ($\bar{\theta}$)를 표 10에 나타내었으며, 측정된 전압을 통해 V_{RE} 와 θ 는 아래의 식을 사용하여 계산하였음.

$$V_{RE} = V_p \cos \theta; \theta = \sin^{-1} \left(\frac{V_0}{V_p} \right)$$

여기서, V_0 는 초기 전압, V_p 는 최대 전압 ($V_p = \frac{V_{pp}}{2} = \frac{|V_{p+}| - |V_{p-}|}{2}$).

- $\bar{V}_{RE}$ 와 $\bar{\theta}$ 는 아래 식을 통해 계산되었음.

$$\bar{V}_{RE} = \frac{|V_{RE,F} - V_{RE,B}|}{\left(\frac{V_{RE,F} + V_{RE,B}}{2} \right)} \times 100 = \frac{|\Delta V_{RE}|}{\left(\frac{\sum V_{RE}}{2} \right)} \times 100 [\%]$$

$$\bar{\theta} = \frac{|\theta_F - \theta_B|}{\left(\frac{\theta_F + \theta_B}{2} \right)} \times 100 = \frac{|\Delta \theta|}{\left(\frac{\sum \theta}{2} \right)} \times 100 [\%]$$

여기서, $V_{RE,F}$ 와 θ_F 는 정방향 전류 주입 시의 real voltage와 phase angle; $V_{RE,B}$ 와 θ_B 는 역방향 전류 주입 시의 real voltage와 phase angle.

- 전류 입력 방향에 따라 적정 주파수를 사용하여 전압을 측정할 경우, 주파수를 동일하게 사용하여 전압을 측정한 경우보다 측정되는 전압의 차이가 낮게 나타났음.
- P, UA, UC 중 FSSAs만 첨가된 UA가 전류 입력 방향에 따른 전압 차이가 가장 낮게 나타났으며, 그 중에서도 시험체 사이즈 50×50×50 mm의 UA50이 가장 낮은 전압 차이를 보였음: 동일한 주파수 입력 시 UA50의 V_{RE} 는 12.49%; 전류 입력 방향에 따른 적정 주파수 입력 시 UA50의 V_{RE} 는 4.57%
- 뿐만 아니라, AC 전류가 아닌 DC 전류를 입력한 UA50의 V_{RE} 는 0.48%까지 감소되어 Wenner boundary condition에서 DC 전류를 사용하여 전압을 측정할 경우 전류 입력방향에 대한 영향을 거의 받지 않는 것으로 나타났음.

표 10. Wenner boundary condition에서 전류 입력 방향에 따른 주파수 및 전기적 거동.

Matrix type	Current type	Frequency, f_{cs} (Hz)		Real voltage, V_{RE} (V)		Phase angle, θ (rad)		Percentage difference of V_{RE} , $\bar{V}_{RE}$ (%)	Percentage difference of θ , $\bar{\theta}$ (%)
		WF	WB	WF	WB	WF	WB		
P50	AC	800	800	0.917	1.182	-0.350	-0.500	25.25	35.10
UA25	AC	100	100	2.667	2.317	0.040	0.100	13.53	85.71
UA50	AC	200	200	1.165	1.028	0.053	0.039	12.49	9.87
			125		1.113		0.040	4.57	0.63
	DC	-	-	2.08	2.07	-	-	0.48	-
UA100	AC	300	300	0.553	0.575	0.111	0.121	4.07	8.62
UC50	AC	60	60	2.843	14.395	-0.033	0.005	134.11	271.43
			25		13.621		0.006	130.93	288.89

< Same boundary condition에서의 전류 입력 방향에 따른 전압 차이 >

- Same boundary condition에서의 입력 전류의 종류 (AC, DC), 매트릭스의 구성성분 (P, UA, UC),

그리고 시험체의 크기 (25, 50, 100)에 따른 $\overline{V_{RE}}$ 와 $\bar{\theta}$ 를 표 11에 나타내었음.

- Same boundary condition에서도 UA50이 P50과 UC50에 비해 전류 입력 방향에 따른 전압 차이가 낮게 나타났다 : UA50, P50, UC50의 평균 $\overline{V_{RE}}$ 는 각각 27.4%, 54.63%, 그리고 140.5%
- 시험체 사이즈가 증가할수록 전류 입력 방향에 따른 전압 차이가 낮게 나타나 UA100이 가장 낮은 $\overline{V_{RE}}$ 와 $\bar{\theta}$ 를 가지는 것을 확인하였음: UA100의 최소 $\overline{V_{RE}}$ 는 12.31%, 최소 $\bar{\theta}$ 는 7.35%
- Same boundary condition에서는 DC 전류를 사용하여 전압을 측정할 경우, AC 전류를 사용하여 전압을 측정한 경우보다 전압 차이가 크게 나타났음. DC 전류의 경우 AC 전류와 다르게 imaginary factor 등의 영향이 없으므로 이 결과를 통해 전압 측정이 반대면에 위치하는 same boundary condition에서 전류 입력 시 전압 측정 위치까지의 전류 경로가 일정하지 않음을 알 수 있음.

표 11. Same boundary condition에서 전류 입력 방향에 따른 전기적 거동.

Notation		UA50		P50		UC50		UA25		UA100	
		$\overline{V_{RE}}$ ($\overline{V_{RE}}$ under DC) (%)	$\bar{\theta}$ (%)	$\overline{V_{RE}}$ (%)	$\bar{\theta}$ (%)	$\overline{V_{RE}}$ (%)	$\bar{\theta}$ (%)	$\overline{V_{RE}}$ (%)	$\bar{\theta}$ (%)	$\overline{V_{RE}}$ (%)	$\bar{\theta}$ (%)
SF1: SB1 (S1)	V1	26.76 (136.16)	73.21	28.63	78.15	108.79	172.01	39.14	192.50	27.30	88.46
	V2	30.06 (44.05)	59.28	19.70	105.34	159.62	182.57	25.86	54.25	25.00	67.95
	V3	17.45 (112.68)	40.41	7.99	132.04	196.39	230.69	19.14	186.13	12.31	56.63
SF2: SB2 (S2)	V1	33.11 (109.37)	47.27	28.18	29.01	77.24	313.74	43.01	156.10	37.87	20.06
	V2	34.46 (24.50)	75.59	48.56	11.26	156.16	244.71	33.97	55.91	32.51	7.35
	V3	23.96 (139.69)	10.87	64.66	31.58	168.91	131.30	24.98	7.35	25.62	46.70
SF3: SB3 (S3)	V1	26.65 (94.41)	31.95	85.43	16.45	98.84	131.42	45.47	252.98	26.87	88.61
	V2	32.73 (183.85)	64.18	131.60	179.16	147.37	145.04	34.73	164.07	26.76	117.61
	V3	21.42 (118.74)	57.72	76.96	4.63	151.18	232.64	26.59	152.62	17.83	69.77

< Opposite boundary condition에서의 전류 입력 방향에 따른 전압 차이 >

- UA50의 opposite boundary condition와 same boundary condition에서 $\overline{V_{RE}}$ 와 $\bar{\theta}$ 를 표 12에 나타내었음.
- Opposite boundary condition에서의 $\overline{V_{RE}}$ 와 $\bar{\theta}$ 이 same boundary condition보다 더 높게 나타났음:
UA50의 opposite boundary condition과 same boundary condition에서 평균 $\overline{V_{RE}}$ 는 각각 27.4%와 53.37%
- Opposite boundary condition에서 DC 전류 하에서의 UA50의 평균 $\overline{V_{RE}}$ 은 35.74%로 same boundary condition에서 DC 전류 하에서의 UA50의 평균 $\overline{V_{RE}}$ (107.05%)보다 낮은 것으로 나타났음.

- DC 전류 하에서의 $\overline{V_{RE}}$ 이 opposite boundary condition에서 더 낮게 나오는 이유는 전류의 입출력 위치와 전압의 측정 위치가 동일한 면에 있어 전류 입출력 위치 부근에서 전류 분포값이 더 안정적이고 일정하게 분포되기 때문임.
- 그럼에도 불구하고, AC 전류 하에서의 $\overline{V_{RE}}$ 가 opposite boundary condition에서 더 높게 나타나는 이유는 전류의 이동경로가 same boundary condition에 비해 길어 전류 입력 방향에 따른 전류 경로가 same boundary condition보다 복잡하기 때문임.

표 12. Same boundary와 opposite boundary condition에서 전류 입력 방향에 따른 UA50의 전기적 거동.

Current direction	Voltage measurement position	Current type		
		AC		DC
		$\overline{V_{RE}}$ (%)	$\overline{\theta}$ (%)	$\overline{V_{RE}}$ (%)
SF1;SB1 (S1)	V1	26.76	73.21	136.16
	V2	30.06	59.28	44.05
	V3	17.45	40.41	112.68
SF2; SB2 (S2)	V1	33.11	47.27	109.37
	V2	34.46	75.59	24.50
	V3	23.96	10.87	139.69
SF3; SB3 (S3)	V1	26.65	31.95	94.41
	V2	32.73	64.18	183.85
	V3	21.42	57.72	118.74
OF1;OB1 (O1)	V1	76.39	130.59	2.65
	V2	44.53	49.35	60.39
OF2; OB2 (O2)	V1	66.88	175.12	0.98
	V2	40.30	70.68	73.25
OF3; OB3 (O3)	V1	62.24	170.00	3.10
	V2	35.00	60.12	74.05
OF4; OB4 (O4)	V1	65.70	150.94	4.87
	V2	35.94	45.99	83.43

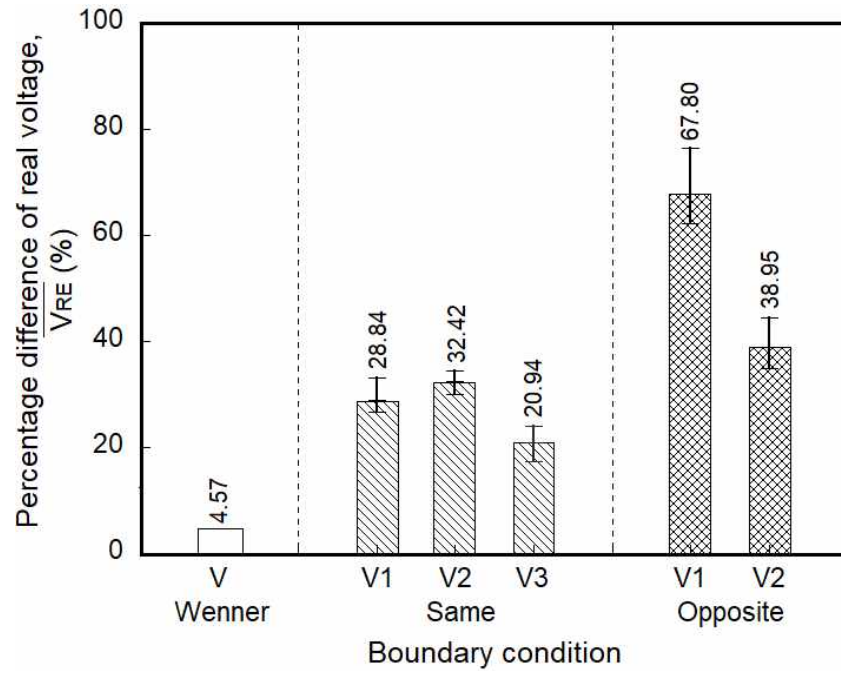
• 분석

- 실험결과에 따르면, 매트릭스 구성성분, 시험체 사이즈와 상관없이 전류 입력 방향에 따라 측정되는 전압값이 다르며, 이는 매트릭스 구성성분, 시험체 사이즈, boundary condition 뿐만 아니라 입력되는 적정 주파수에 따라 그 정도의 차이가 발생하는 것을 확인하였음 (그림 21 참조).
- Boundary condition, 매트릭스 구성성분, 그리고 시험체 사이즈에 따른 전류 입력 방향이 측정 전압에 미치는 영향은 아래와 같이 정리할 수 있음.

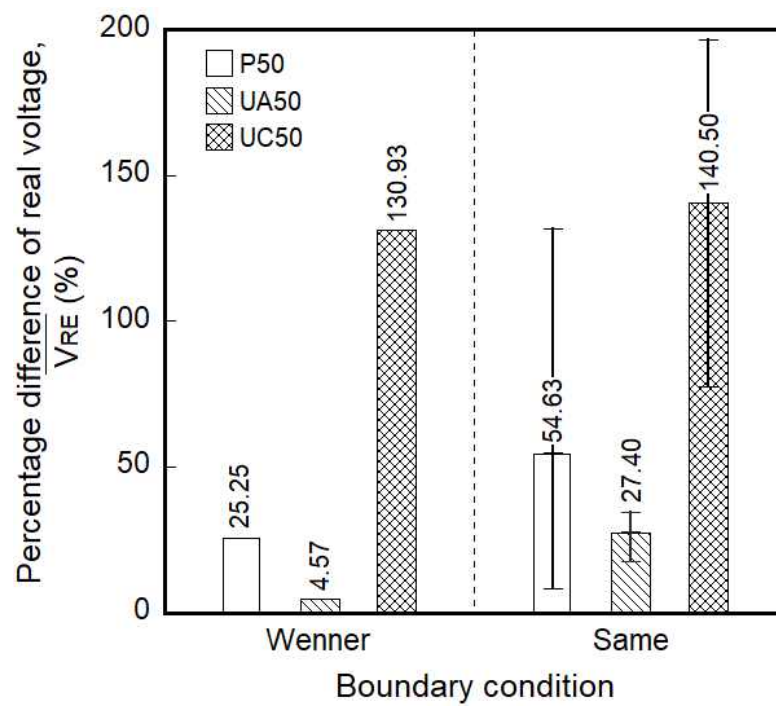
Boundary condition : Wenner < Same < Opposite

매트릭스 구성성분 : UA < P < UC

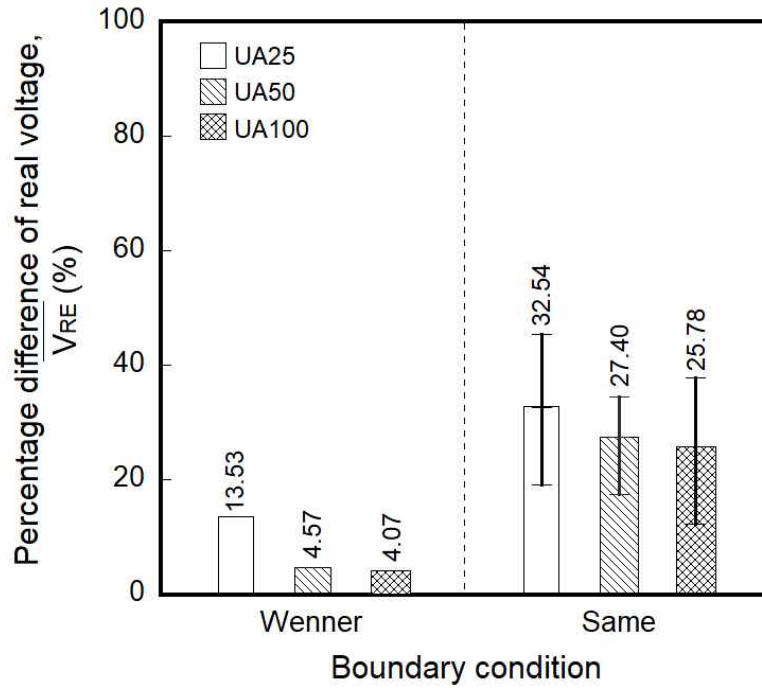
시험체 사이즈 : 100 < 50 < 25



(a) boundary condition의 영향



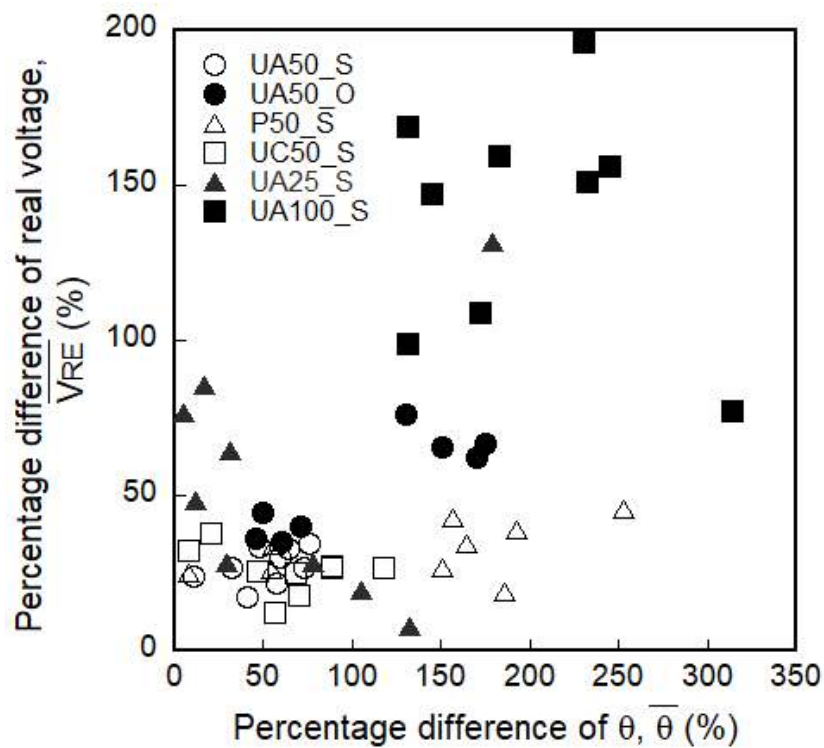
(b) 매트릭스 구성성분의 영향



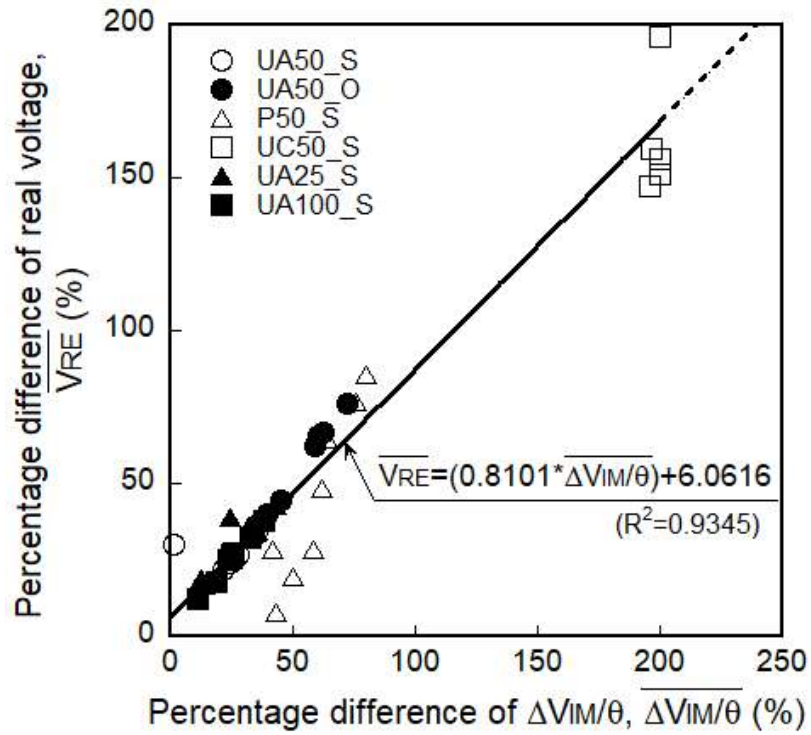
(c) 시험체 사이즈의 영향

그림 21. 매트릭스 구성성분, 시험체 사이즈, boundary condition이 전류 입력 방향에 따른 전압의 차이($\overline{V_{RE}}$)에 미치는 영향.

- 측정된 전압을 통해 계산된 real voltage, imaginary voltage, 그리고 phase angle을 통해 real voltage와 imaginary factor (imaginary voltage와 phase angle) 사이의 관계를 분석하였음.
- $\overline{V_{RE}}$ 와 $\bar{\theta}$ 사이의 관계는 명확하게 나타나지 않았으나, $\overline{V_{RE}}$ 와 $\Delta(V_{IM}/\theta)$ 사이의 관계는 선형적인 상관관계를 나타내는 것을 확인하였음 (그림 22 참조). 즉, imaginary factor들의 차이 비가 0에 가까울수록 측정 전압의 차이를 최소화할 수 있음.



(a) $\bar{\theta}$ 와 $\overline{V_{RE}}$ 그래프



(b) $\overline{\Delta(V_{IM}/\theta)}$ 과 $\overline{V_{RE}}$ 그래프

그림 22. 시멘트 복합재료의 real voltage($\overline{V_{RE}}$)와 imaginary parameters($\overline{\theta}$ 또는 $\overline{\Delta(V_{IM}/\theta)}$)의 상관관계.

- EIT의 governing equation인 Laplace's equation에 따르면, 이론상 전류의 입력 방향과 상관없이 측정되는 전압의 절댓값은 동일해야 함.
- 하지만, 실제로 시멘트 복합재료 내에 전류를 인가하였을 때, 전류는 그림 23과 같이 전류 입력 방향에 따라 동일한 경로로 이동하지 않음.

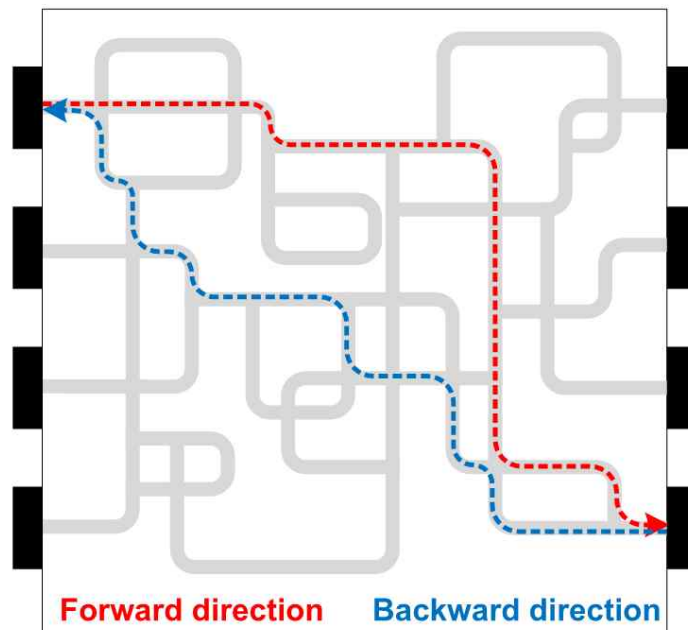
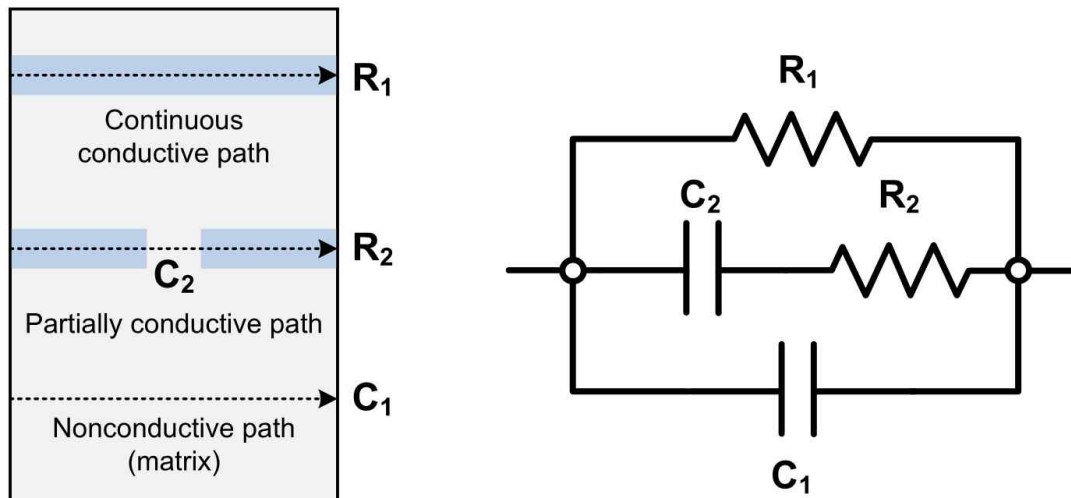


그림 23. opposite boundary condition에서의 입력전류 방향에 따른 전류 경로 개략도.

- 시멘트 복합재료의 등가 회로 모델 (equivalent circuit model, ECM)은 그림 24와 같이 나타낼 수 있음.



여기서, R_1 은 전도성 경로의 전기저항, R_2 는 부분 전도성 경로의 전기저항, C_1 은 비전도성 경로의 캐패시턴스 (capacitance), C_2 는 부분 전도성 경로의 캐패시턴스

그림 24. 시멘트 복합재료의 등가 회로 모델.

- SI1260 impedance/gain-phase analyzer를 통해 측정된 임피던스를 통해 C_1 과 C_2 를 얻을 수 있음.
얻어진 C_1 과 C_2 를 $\overline{V_{RE}}$ 와 비교하여 분석한 결과, 측정 전압의 차이($\overline{V_{RE}}$)와 비전도성 경로의 capacitance 차이($\overline{C_1}$) 사이의 선형적인 상관관계를 얻어낼 수 있었음 (그림 25 참조).
- 매트릭스의 구성성분, 시험체의 사이즈와 상관없이 $\overline{V_{RE}}$ 와 $\overline{C_1}$ 은 매우 명확한 선형적 관계를 나타내는 것을 확인하였음. 즉, 비전도성 경로의 capacitance의 차이($\overline{C_1}$)을 최소화한다면 전류 입력 방향에 따른 전압의 차이($\overline{V_{RE}}$)를 최소화할 수 있을 것임.

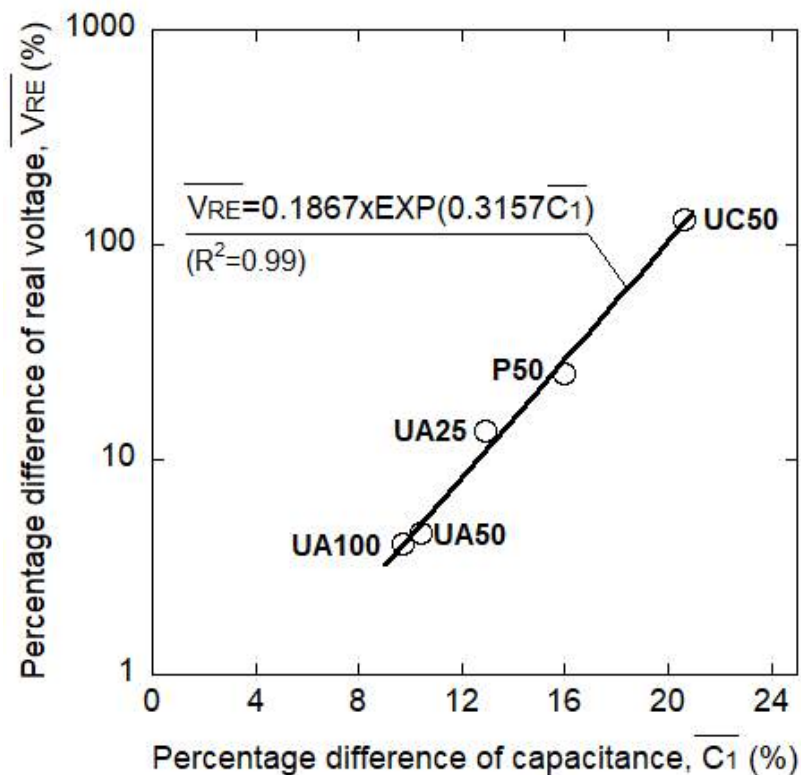


그림 25. $\overline{V_{RE}}$ 와 $\overline{C_1}$ 의 상관관계.

2-3. 콘크리트 부재 적용 전기 임피던스 토모그래피 (EIT) 모델 및 측정 평가

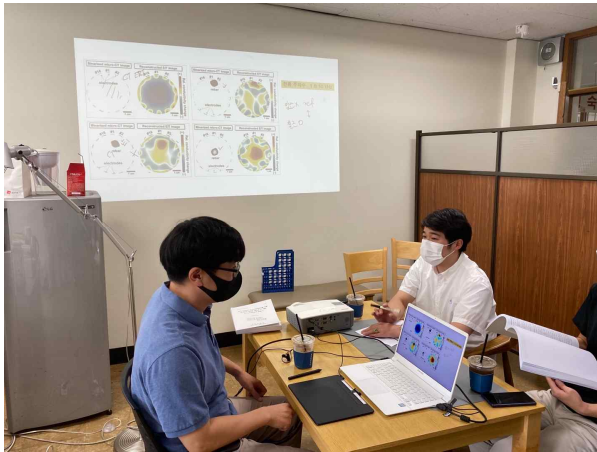


그림 26. 진도 점검 세미나 장면.

○ 검토 의견서

수학적 모델 및 알고리즘 검토 의견서

검토건명	전기임피던스 토모그래피 Forward 모델 및 역해석 알고리즘		
과제명	전기 임피던스 토모그래피를 이용 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발	검토자	(재)한국건설생활환경시험연구원 선임연구원 정연웅
검토근거	해당과제 진도점검 세미나 발표자료 및 MATLAB 코드	연락처	02 - 2102 - 2756

I. 개요

국토교통과학기술원의 국토교통기술촉진연구사업 「전기 임피던스 토모그래피를 이용 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발」 과제와 관련하여, 전기 임피던스 토모그래피의 컴퓨터 해석을 위한 수학적 forward 모델 및 역해석 알고리즘의 적합성을 검토하여 하기와 같이 검토 의견을 드림

II. 검토내용

1. 직사각형 단면 도메인 및 경계조건의 적절성
 - 직사각형 도메인은 (0,0)에서 (a,b)로 설정
 - y-축에 대한 경계조건은 $u_y(x,0)=0$, 및 $u_y(x,b)=0$ 설정하여 직사각형 단면의 경계조건 설정
 - x-축에 대한 경계조건은 $u_x(0,y)=f(y)$, 및 $u_x(a,y)=g(y)$ 로 설정하였으며, $f(y)$ 및 $g(y)$ 는 각각 전류가 주어지는 사각단면에서는 $\sigma \frac{\partial u}{\partial x} = I$ 및 $\sigma \frac{\partial u}{\partial x} = -I$, 전류가 주어지지 않는 사각단면에서는 $\sigma \frac{\partial u}{\partial x} = 0$ 으로 설정
2. 모델 정해 산출을 위한 편미분 방정식의 풀이 과정의 적절성
 - 풀이하고자 하는 지배방정식(governing equation)의 형태를 $u(x,y) = X(x)Y(y)$ 의 형태로 가정하여, 수학적 조작을 통해 $\frac{X''(x)}{X(x)} = -\frac{Y''(y)}{Y(y)} = \lambda^2$ 의 형태로 변수 분리하여 편미분 방정식을 풀이함
 - 편미분 방정식 풀이과정에서 매 단계에서 발생하는 적분 상수는 지속적으로 누적되므로 매번 적분 상수를 산출하지 않고 마지막 단계에 차수를 고려한 적분 상수만을 경계조건을 통해 산출함
 - 직사각형 단면 도메인에 분포하는 전위 분포 정해를 아래의 형태로 제시함

$$u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(\frac{n\pi}{b} \cdot x\right) + D(n) \cdot \sinh\left(\frac{n\pi}{b} \cdot x\right) \right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b} \cdot y\right) \right] + a_0x + b_0$$

3. 해석 모델의 유한 차분법 물리 과정의 적절성

- 기준위치의 가중치를 -4, 인접위치의 가중치를 1, 나머지 영역은 가중치 0으로 설정하여 구성 매트릭스(constitutive matrix)를 구성
- 경계 조건에 해당하는 영역 및 모서리(edge) 부근에서는 해당 영역의 특성을 고려하여 가중치를 조정하여 구성 매트릭스를 구성

4. 해석 결과의 적절성

- 직사각형 단면 도메인에서의 전위 분포결과는 하기와 같음.

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.96 & 0.63 & 0.337 & 0.127 & -8.993 \times 10^{-4} & -0.063 \\ 1.359 & 0.592 & 0.292 & 0.088 & -0.043 & -0.107 \\ 0.528 & 0.38 & 0.169 & -0.022 & -0.17 & -0.247 \\ 0.247 & 0.17 & 0.022 & -0.169 & -0.38 & -0.528 \\ 0.107 & 0.043 & -0.088 & -0.292 & -0.592 & -1.359 \\ 0.063 & 8.994 \times 10^{-4} & -0.127 & -0.337 & -0.63 & -0.96 \end{pmatrix}$$

전위 - UCOMP						
U,COMP						
	1	2	3	4	5	6
1	0.4190	0.5748	0.3137	0.1182	-0.0911	-0.0219
2	1.3811	0.5832	0.2755	0.0909	-0.0429	-0.0987
3	0.5122	0.3696	0.1617	-0.0228	-0.1667	-0.2269
4	0.2269	0.1667	0.0228	-0.1617	-0.3696	-0.5122
5	0.0987	0.0429	-0.0909	-0.2755	-0.5832	-1.3811
6	0.0219	0.0911	-0.1182	-0.3137	-0.5748	-0.4190

[직사각형 단면 도메인 전위 분포 해석결과:(좌)정해, (우)유한 차분법]

- 해석결과 모서리(edge) 부분을 제외하고는 정해와 수치해석 결과와의 전위 분포의 차이가 5% 이내인 것으로 나타남.

5. MATLAB 코드 적절성

- 상술한 해석 절차를 반영하여 MATLAB 코드를 작성함

III. 검토의견

1. 직사각형 단면 도메인 및 경계조건의 적절성

- 직사각형 단면 도메인 영역 설정 및 경계조건의 설정은 수학적으로 타당하게 선정된 것으로 판단됨
- 인입 전류(I)를 Dirac-delta 함수로 선정하여 직사각형 단면 도메인에서의 전위 분포를 계산한 것은 연구 초기 타당한 설정으로 평가될 수 있으나, 추후 실험결과와의 정밀한 비교를 위해 인입 전류의 형태를 직사각형 형태 혹은 가우스 함수 등으로 확장해 적용해보는 것에 대한 검토가 필요함

2. 모델 정해 산출을 위한 편미분 방정식의 물리 과정의 적절성

- 편미분 방정식의 형태를 각 변수의 독립된 함수의 구성으로 가정하고 마지막 단계에서 적분상수를 계산하는 것은 타당한 방법으로 판단됨
- 직사각형 단면 도메인에서의 전위 분포 정해는 무한급수의 형태로 완전한 정해를 구하는 것은 제한적이며, 본 연구에서는 n=1~10의 범위에서 정해를 구하였음. 하지만, n의 범위를 어느 정도까지 고려하였을 때 공학적으로 수렴할 수 있는 오차범위를 갖는지에 대한 정보가

누락되어 있어 적절한 n의 범위를 결정할 수 있는 정보의 제시가 요구됨

3. 해석 모델의 유한 차분법 풀이 과정의 적절성

- 유한 차분법의 풀이 과정에 특정할 수 있는 문제점을 식별할 수 없음

4. 해석 결과의 적절성

- 해석결과에서 모서리 부근의 정확도가 다소 떨어지는 것으로 판단되나, 전기 임피던스 토모그래피를 통한 비파괴 검사는 콘크리트의 표면보다는 매트릭스 내부의 정보가 중요하므로 현재의 결과가 충분히 유효한 것으로 판단됨
- 다만, 특수목적으로 모서리 부근의 전위분포를 판단하고자 하는 경우 문제가 발생할 수 있는 개연성이 존재하므로, Δx 및 Δy 를 축소하여 해당 오차를 줄일 수 있는지에 대한 검토가 필요할 것으로 요구됨

5. MATLAB 코드 적절성

- 사각형 단면 도메인에서의 전위 분포를 계산하는 수학적 절차를 MATLAB 코드로 잘 구현한 것으로 판단됨
- 추가적인 수치해석 기법의 도입을 통한 연구의 확장을 고려하여 계산과정의 각 요소를 개별의 함수로 구성하는 것을 검토해볼 수 있음

(재)한국건설생활환경시험연구원

선임연구원 정 연 용 (인)

※첨부자료

1. 진도점점 세미나 발표자료
2. MATLAB 코드

수학적 모델 및 알고리즘 검토 의견서

검토건명	전기임피던스 토모그래피 2차원 Forward 모델 및 역해석 알고리즘		
과 제 명	전기 임피던스 토모그래피를 이용 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발	검 토 자	(재)한국건설생활환경시험연구원 선임연구원 정연웅
검토근거	해당과제 진도점검 세미나 발표자료	연 락 처	02 - 2102 - 2756

I. 개요

국도교통과학기술원의 국도교통기술촉진연구사업 「전기 임피던스 토모그래피를 이용 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발」 과제와 관련하여, 전기 임피던스 토모그래피의 컴퓨터 해석을 위한 수학적 forward 모델 및 역해석 알고리즘의 적합성을 검토하여 하기와 같이 검토 의견을 드림

II. 검토내용

1. 직사각형 단면 도메인 및 경계조건의 적절성

- 직사각형 도메인은 (0,0)에서 (a,b)로 설정
- y-축에 대한 경계조건은 $u_y(x,0)=0$, 및 $u_y(x,b)=0$ 설정하여 직사각형 단면의 경계조건 설정
- x-축에 대한 경계조건은 $u_x(0,y)=0$, 및 $u_x(a,y)=f(y)$ 로 설정하였으며, $f(y)$ 는 전류가 주어진 지점에서는 $\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = I$ 및 $\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = -I$, 전류가 주어지지 않는 지점에서는 $\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = 0$ 으로 설정

2. 모델 정해 산출을 위한 편미분 방정식의 풀이 과정의 적절성

- 풀이하고자 하는 지배방정식(governing equation)의 형태를 $u(x,y)=X(x)Y(y)$ 의 형태로 가정하여, 수학적 조작을 통해 $\frac{X''(x)}{X(x)} = -\frac{Y''(y)}{Y(y)} = \lambda^2$ 의 형태로 변수 분리하여 두 개의 2차 상미분 방정식을 풀이함($X''(x) - \lambda^2 X(x) = 0$ 및 $Y''(y) + \lambda^2 Y(y) = 0$).
- 미분방정식의 풀이를 통해 직사각형 단면 도메인에 분포하는 2차원 전위 분포 정해를 아래의 형태로 제시함

$$u(x,y) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right]$$

- 여기서, 상수 $A_0 = 0$ 및 $A_n = \frac{2}{n\pi \cdot \sinh(\frac{n\pi a}{b})} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy$ 로 정의됨

3. 해석 모델의 유한 차분법 풀이 과정의 적절성

- 기준위치의 가중치를 -4, 인접위치의 가중치를 1, 나머지 영역은 가중치 0으로 설정하여 구

성 매트릭스(constitutive matrix)를 구성

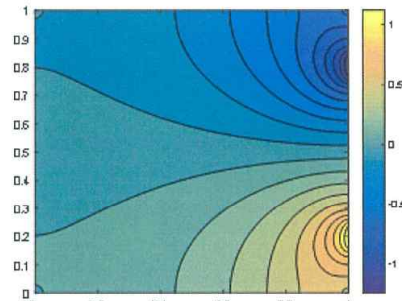
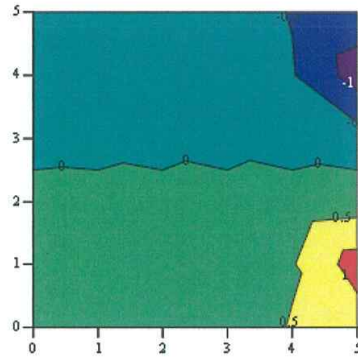
- 경계 조건에 해당하는 영역 및 모서리(edge) 부근에서는 해당 영역의 특성을 고려하여 가중치를 조정하여 구성 매트릭스를 구성

4. 해석 결과의 적절성

- 직사각형 단면 도메인에서의 전위 분포결과는 하기와 같음.

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.089 & 0.107 & 0.168 & 0.296 & 0.523 & 0.726 \\ 0.072 & 0.087 & 0.137 & 0.243 & 0.463 & 1.232 \\ 0.027 & 0.033 & 0.052 & 0.094 & 0.177 & 0.26 \\ -0.027 & -0.033 & -0.052 & -0.094 & -0.177 & -0.26 \\ -0.072 & -0.087 & -0.137 & -0.243 & -0.463 & -1.232 \\ -0.089 & -0.107 & -0.168 & -0.296 & -0.523 & -0.726 \end{pmatrix}$$

u.com						
	1	2	3	4	5	6
1	0.0379	0.0919	0.1549	0.2770	0.4818	0.3592
2	0.0592	0.0757	0.1262	0.2299	0.4446	1.2356
3	0.0235	0.0294	0.0487	0.0901	0.1736	0.2618
4	-0.0235	-0.0294	-0.0487	-0.0901	-0.1736	-0.2618
5	-0.0592	-0.0757	-0.1262	-0.2299	-0.4446	-1.2356
6	-0.0379	-0.0919	-0.1549	-0.2770	-0.4818	-0.3592



[직사각형 단면 도메인 전위 분포 해석결과:(좌)정해, (우)유한 차분법]

- 해석결과 모서리(edge) 부분을 제외하고는 정해와 수치해석 결과와의 전위 분포의 차이가 4% 수준인 것으로 나타남.

5. MATLAB 코드 적절성

- 상술한 해석 절차를 반영하여 MATLAB 코드를 작성함

III. 검토의견

1. 직사각형 단면 도메인 및 경계조건의 적절성

- 직사각형 단면 도메인 영역 설정 및 경계조건의 설정은 수학적으로 타당하게 선정된 것으로 판단됨
- 인입 전류(I)를 Dirac-delta 함수로 선정한 것은 연구 초기 타당한 설정으로 평가될 수 있으나, 추후 실험 결과와의 정밀한 비교를 위해 인입 전류의 형태를 직사각형 형태 혹은 가우스 함수 등으로 확장해 적용해보고 인입 전류의 수학적 모형이 결과에 미치는 영향 및 신뢰도 평가를 통해 개발한 모형의 고도화가 가능할 것으로 평가됨

2. 모델 정해 산출을 위한 편미분 방정식의 풀이 과정의 적절성

- 편미분 방정식의 형태를 각 변수의 독립된 함수의 구성으로 가정하고 마지막 단계에서 적분 상수를 계산하는 것은 타당한 방법으로 판단됨
- 직사각형 단면 도메인에서의 전위 분포 정해는 무한급수의 형태로 완전한 정해를 구하는 것은 제한적이며, 본 연구에서는 $n=1\sim10$ 의 범위에서 정해를 구하였음. 하지만, n 의 범위를 어느 정도까지 고려하였을 때 공학적으로 수용할 수 있는 오차범위를 갖는지에 대한 정보가 누락되어 있어 적절한 n 의 범위를 결정할 수 있는 정보의 제시가 요구됨

3. 해석 모델의 유한 차분법 풀이 과정의 적절성

- 유한 차분법의 풀이 과정에 특정할 수 있는 문제점을 식별할 수 없음

4. 해석 결과의 적절성

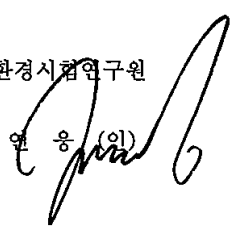
- 해석결과에서 모서리 부근의 정확도가 다소 떨어지는 것으로 판단되나, 전기 임피던스 토모그래피를 통한 비파괴 검사는 콘크리트의 표면보다는 매트릭스 내부의 정보가 중요하므로 현재의 결과가 충분히 유효한 것으로 판단됨
- 다만, 특수목적으로 모서리 부근의 전위분포를 판단하고자 하는 경우 문제가 발생할 수 있는 개연성이 존재하므로, Δx 및 Δy 를 축소하여 해당 오차를 줄일 수 있는지에 대한 검토가 필요할 것으로 요구됨

5. MATLAB 코드 적절성

- 직사각형 단면 도메인에서의 전위 분포를 계산하는 수학적 절차를 MATLAB 코드로 잘 구현한 것으로 판단됨
- 추가적인 수치해석 기법의 도입을 통한 연구의 확장을 고려하여 계산과정의 각 요소를 개별의 함수로 구성하는 것을 검토해볼 수 있음

(제)한국건설생활환경시험연구원

선임연구원 정 연 응 (인)



※첨부자료

1. 진도점검 세미나 발표자료

신경망 학습을 이용한 EIT 정확도 향상기법 검토

검토건명	신경망 학습 및 EIT를 이용한 철근 위치 탐색 정확도		
과 제 명	전기 임피던스 토모그래피를 이용 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발	검 토 자	(재)한국건설생활환경시험연구원 선임연구원 정연웅
검토근거	해당과제 진도점검 세미나 발표자료	연 락 처	02 - 2102 - 2756

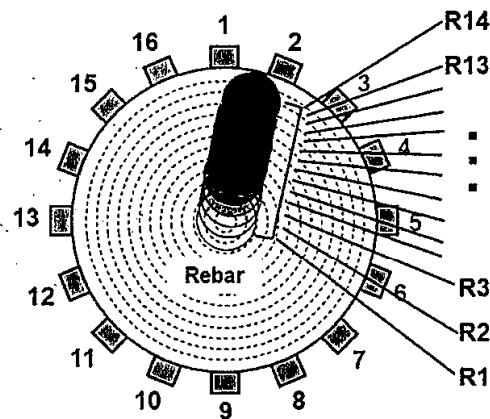
I. 개요

국토교통과학기술원의 국토교통기술촉진연구사업 「전기 임피던스 토모그래피를 이용 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발」 과제와 관련하여, 전기 임피던스 토모그래피 해석 결과를 신경망 학습하여 철근 위치탐색 정확도를 개선한 알고리즘을 검토하여 하기와 같이 검토 의견을 드림

II. 검토내용

1. 철근 위치 탐색을 위한 시편 제조

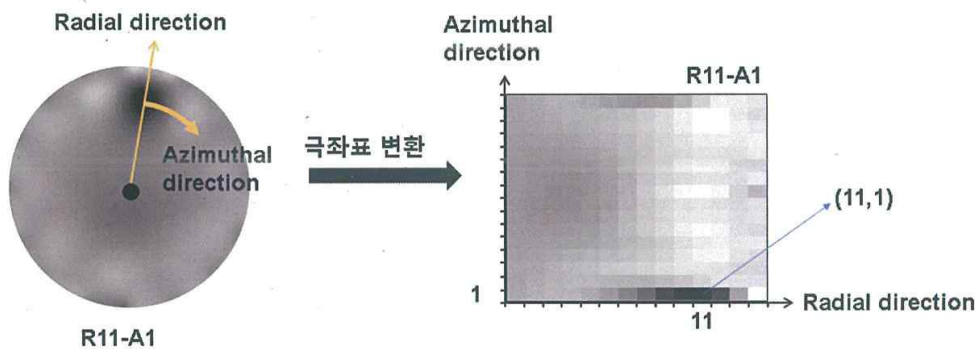
- EIT 측정의 원활성을 위해 고강도 시멘트 복합체를 활용함
- 시멘트 복합체의 배합조건은 시멘트 1 : 규사 0.5 : 제강슬래그 잔골재 0.5 : 실리카 흙 0.15 : 규소 분말 0.25 : 물 0.2 : 화학혼화제 0.044 임
- 시멘트 복합체의 중앙부에서 외곽으로 총 14개소에 철근을 위치시켜 시편을 제작하였으며, 철근 매설 위치는 아래의 그림과 같음.



[시멘트 복합체 내 철근 매설 위치(총 14개소)]

2. 신경망 학습 구성의 적절성

- 극좌표 상에서 R 및 θ 방향으로 각각 14개 및 16개의 EIT를 측정하여 총 224개의 EIT 이미지를 획득함
- 해당 이미지를 흑백처리하고 좌표 변환을 통해 직각단면으로 변환하여 신경망 학습을 위한 인풋파일(*.csv)을 준비함



[신경망 학습을 위한 인풋 데이터 확보를 위한 EIT 이미지 전처리 개요]

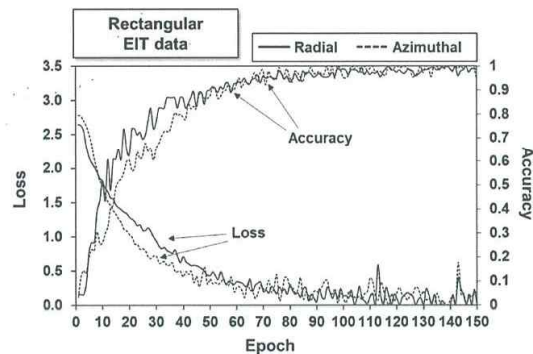
- 총 224개의 데이터 셋중 201개의 데이터는 training set으로, 23개의 데이터는 test set으로 활용함
- 신경망 학습을 통해 철근의 위치로 추정되는 지점 (R, θ)의 정보를 획득하고 해당 위치의 정확도를 X-선 CT 결과와 비교하여 검증함

3. python 코드 적절성

- 신경망 학습을 위한 python 코드를 작성함

4. 해석 결과의 적절성

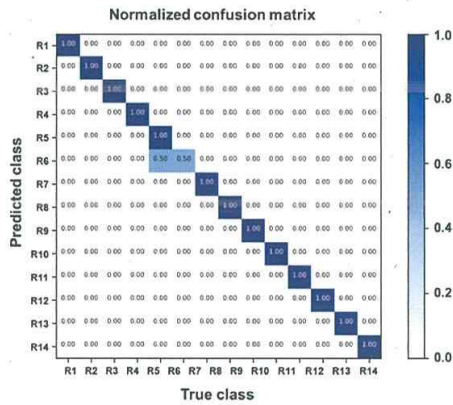
- 신경망 학습을 통해 아래의 그림과 같이 정확도를 개선할 수 있는 것으로 나타남



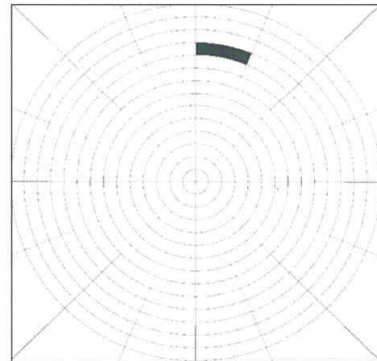
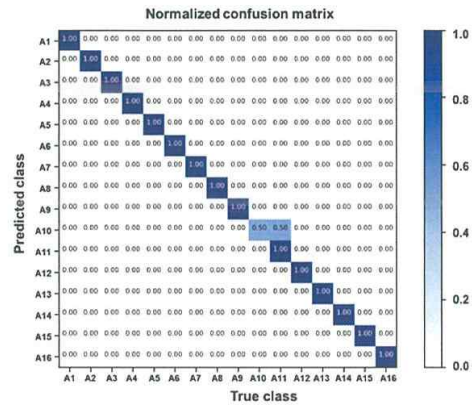
[신경망 학습에 의한 EIT 정확도 개선]

- 신경망 학습결과 아래의 그림과 같이 R 및 θ 기준 철근위치 예측 정확도가 96% 수준으로 향상할 수 있는 것으로 나타남

R 방향 예측 정확도 : 96%



theta 방향 예측 정확도 : 96%



III. 검토의견

1. 시편 제조 과정의 적절성

- 고강도 시멘트 복합체를 측정 대상 구체로 선정하여 EIT 측정이 원활할 수 있도록 샘플을 선정한 것으로 판단되며, 사용한 고강도 시멘트 복합체 배합조건은 범용적으로 사용되는 초고성능콘크리트(UHPC)의 배합과 유사하여 다수의 연구진들에게 충분히 검증된 배합을 사용한 것으로 평가할 수 있음
- 극좌표계의 R 방향을 따라 철근의 위치를 이동하며 14개의 시편 준비는 실험 구성 측면에서 타당한 것으로 판단됨
- 다만, EIT 측정 및 위치 탐색의 정확도가 철근의 크기 혹은 매립 보강재의 형상에도 충분히 영향을 받을 수 있는 만큼 추후의 연구에서는 철근의 크기, 형상, 배근 방법(개수 등) 등의

변수를 고려하여 EIT를 측정하고 측정 결과를 DB화 함으로써 신경망 학습에 필요한 training set를 축적하는 것이 좋을 것으로 판단됨

2. 신경망 학습 data 전처리 과정의 적절성

- 원주형 시편의 EIT 결과를 분석하였기에 극좌표계를 직사각형 단면으로 좌표변환한 것이 타당한 분석 절차로 평가할 수 있음
- 직사각형 단면 형상을 갖는 시편의 경우 극좌표계로 표현하는 것이 제한적이며, 해석 결과에도 영향을 미칠 수 있는 여지가 존재하는 만큼 해당 기술을 상용화하기 전 시편의 형상에 따른 좌표계 선정 방안을 마련하는 것이 필요할 수 있음

3. python 코드의 적절성

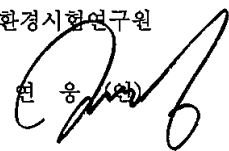
- EIT 측정결과를 신경망 학습하기 위한 python 코드가 적절하게 구현된 것으로 판단됨

4. 해석 결과의 적절성

- 신경망 학습을 통해 철근 위치 예측 정확도가 크게 개선한 것으로 평가됨
- 특히 thresholding strategy를 적용하는 경우 X-선 CT 수준의 철근 위치 예측이 가능할 수 있는 것을 검증한 것으로 평가됨
- 추후의 연구에서는 철근의 형상을 별도로 학습하거나 위치 좌표를 더 세밀하게 구성하여 철근의 형상까지 식별이 가능한 EIT 구축이 가능할 것으로 기대됨

(재)한국건설생활환경시험연구원

선임연구원 정 현 응 (인)



※첨부자료

1. 진도점검 세미나 발표자료

2-4. 연구개발 추진전략·방법

○ 추진전략·방법

- 본 연구과제의 최종 목표인 “전기 임피던스 토모그래피를 이용한 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발”을 위하여 아래의 그림과 같이 세가지 추진전략을 바탕으로 연구과제를 수행하고자 함.

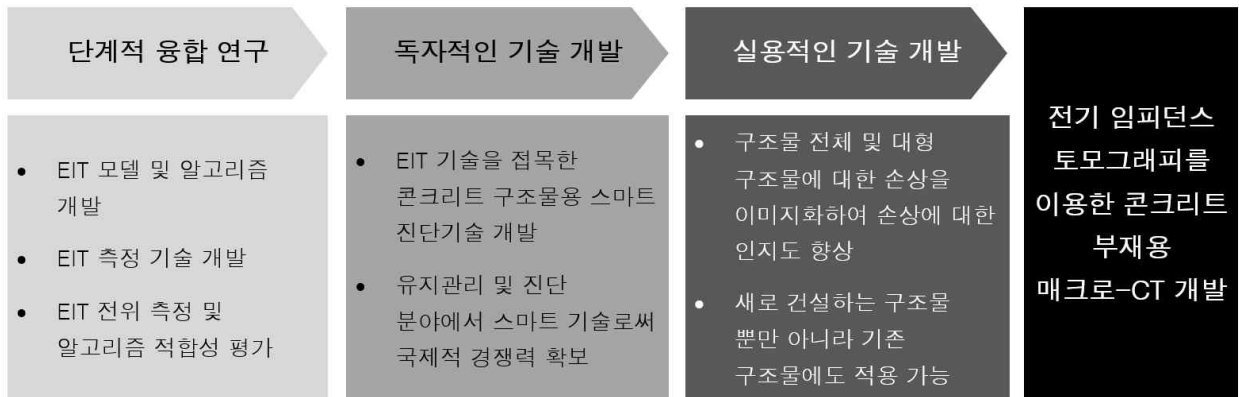


그림 27. 콘크리트 적용 EIT 기술을 위한 주요 추진전략 목표.

○ 추진전략

- 단계별 융합 연구:** 제안된 콘크리트 구조물을 위한 매크로-CT 기술 개발을 위하여 아래와 같은 세부 연구단계로 1) 전기 임피던스 토모그래피 (Electrical Impedance Tomography, EIT) 모델 및 알고리즘 개발; 2) EIT 측정 기술 개발; 그리고 3) EIT 전위 측정 및 알고리즘 적합성 평가에 대한 설계적 연구를 통해 콘크리트 구조물용 매크로-CT를 개발할 예정임.
- 독자적인 기술 개발:** 의학 분야에서 주로 사용되고 있는 EIT 기술을 공학 분야인 건설 기술에 접목하여 콘크리트 구조물의 내부 균열 및 손상을 감지하고, 이를 이미지화시킬 수 있는 스마트 기술을 개발함으로써 유지관리 및 진단 분야에서 스마트 진단기술로써의 국제적 경쟁력을 확보할 수 있는 매크로-CT 기술을 개발함.
- 실용적인 기술 개발:** 제안 과제에서는 기술성숙도 TRL 3-4단계를 목표로 하고 있지만, 본 제안 과제를 통해 개발된 기술은 향후 실제 구조물에 적용시킬 수 있는 가능성이 매우 높으므로 연구과제 수행에 있어서 국내·외 관련분야 전문가들로 자문단을 구성하여 실제 건설시장에서 사용될 수 있도록 실용화를 항상 염두에 두고 기술을 개발할 예정임.

○ 추진방법

- 연구과제의 최종목표인 “전기 임피던스 토모그래피를 이용한 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발”을 위하여 1) 관련 최고 전문가들로 실무 연구진을 구성하고, 2) 국내·외 자문단 구성, 그리고 3) 산업체와의 협의를 통해 연구를 추진할 계획임. (아래의 그림에 추진방법을 도식적으로 나타냄)

A. 전문 실무 연구진 구성

- 주관: 경기대학교 윤세윤 교수
- 공동: 세종대학교 김동주 교수
- 위탁: KCL 정연웅 연구원

B. 국내외 자문단 구성

- 서울대학교 문주혁 교수
- 한양대학교 배성철 교수
- UNIST 표석훈 교수
- 원광대학교 최세진 교수

전기 임피던스 토모그래피를 이용한 콘크리트 부재용 매크로-CT 개발

본 연구에서의 중점연구 개발 내용

- 1차원 및 2차원 EIT 모델 및 알고리즘 개발
- 콘크리트 부재용 EIT 측정 기술 개발
- EIT 전위 측정 평가 및 알고리즘 적합성 평가

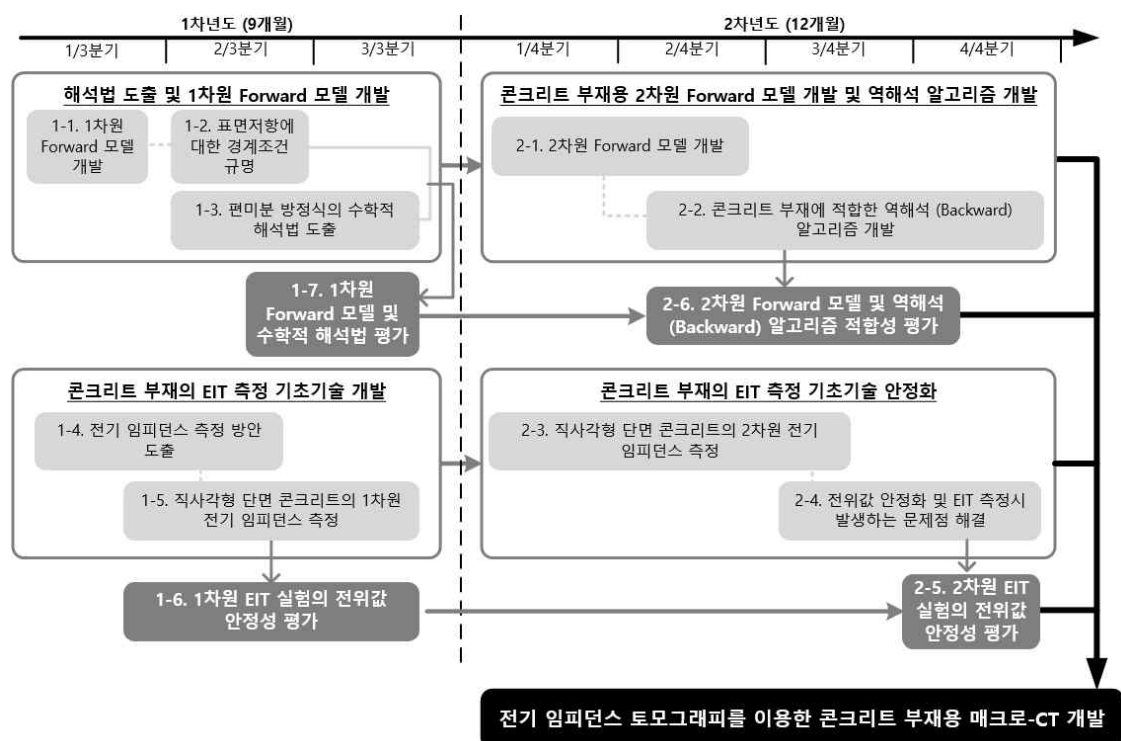
C. 산업체와의 협의 및 기술이전

- 산업체와의 협의를 통하여 실제 제품화까지 이르기 위한 방안 도출
- 개발된 기술의 기술이전 시행

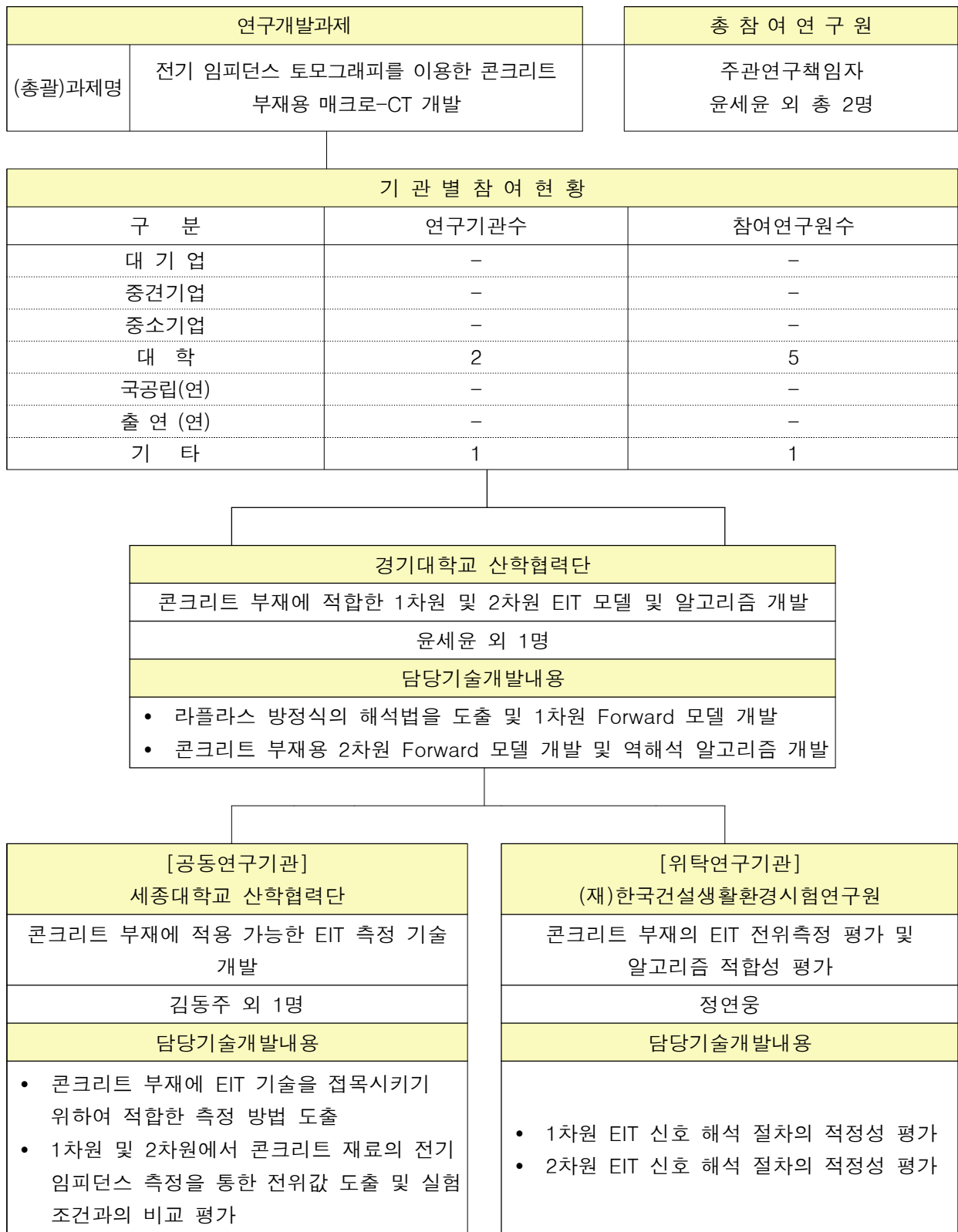
그림 28. 콘크리트 부재용 EIT 기술을 위한 추진방법 도식.

- **콘크리트 부재에 적합한 1차원 및 2차원 EIT 모델 및 알고리즘 개발:** 경기대학교 윤세윤 교수 연구팀의 주관으로 콘크리트 부재에 적합한 EIT 모델 및 알고리즘을 개발할 예정임. 서울대 문주혁 교수, 한양대 배성철 교수, UNIST 표석훈 교수, UC Berkeley Paulo J.M. Monteiro 등 해당 연구분야의 전문가들의 자문을 통하여 개발과정에서 발생할 수 있는 오류를 최소화하고 연구 방향성을 정립하고자 함.
- **콘크리트 부재에 적용 가능한 EIT 측정 기술 개발:** 세종대학교 섬유보강 시멘트 복합재료 연구실 (Advanced Cement Composite Laboratory, ACCL) 김동주 교수의 연구팀이 공동 연구로 참여하여 콘크리트 부재용 EIT 측정 기술을 개발하여 실제 콘크리트 부재에 적용할 수 있는 EIT 측정 기술을 제안할 예정임.
- **콘크리트 부재의 EIT 전위측정 평가 및 알고리즘 적합성 평가:** 한국건설생활환경시험연구원 건설본부 건설기술연구센터 정연웅 연구원의 연구팀이 위탁 연구로 참여하여 콘크리트 부재의 EIT 전위 측정 평가 및 알고리즘 적합성 평가를 수행하여 개발된 모델 및 알고리즘과 측정기술의 정확도 및 신뢰도를 평가할 예정임.

○ 연구개발 로드맵



2-5. 연구개발 추진체계



2-6. 추진일정

1차년도															
일련 번호	연구내용	추진 일정												연구 개발비 (단위: 천원)	책임자 (소속 기관)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
1	1차원 Forward 모델 개발														윤세윤 (경기대 학교)
2	표면저항에 대한 경계조건 규명														
3	편미분 방전식의 수학적 해석법 도출														
4	전기 임피던스 측정 방안 도출														김동주 (세종대 학교)
5	직사각형 단면 콘크리트의 1차원 전기 임피던스 측정														
6	1차원 EIT 실험의 전위값 안정성 평가														정연웅 (재)한 국건설 생활환경 경시험 연구원)
7	1차원 Forward 모델 및 수학적 해석법 평가														
2차년도															
1	2차원 Forward 모델 개발														윤세윤 (경기대 학교)
2	콘크리트 부재에 적합한 역해석 알고리즘 개발														
3	직사각형 단면 콘크리트의 2차원 전기 임피던스 측정														김동주 (세종대 학교)
4	전위값 안정화 및 EIT 측정시 발생하는 문제점 해결														
5	2차원 EIT 실험의 전위값 안정성 평가														정연웅 (재)한 국건설 생활환경 경시험 연구원)
6	2차원 Forward 모델 및 역해석 알고리즘 적합성 평가														

3. 연구개발과제의 수행 결과 및 목표 달성 정도

3-1. 정성적 연구개발성과

구분	핵심 성과물 (level1)	단위 성과물 (level2)	당해단계 성과목표			해당 기관	실적목표/달성치
			질적목표(측정방법)	목표치/달성치	가중치		
주관	콘크리트 부재용 EIT 모델 및 역해석 알고리즘 개발	Forward 모델 개발	① 1차원 Forward 모델 정확도	90%이상/ 95%	10%	경기대학교	특허 : 출원 1/1 건 등록 건 논문 : 4/2 건 시제품 : 건 S/W : 4/3 건
			② 2차원 Forward 모델 정확도	90%이상/ 95%	20%	경기대학교	
		역해석 알고리즘 개발	① 역해석을 통한 이미지 구현 정확도	90%이상/ 94%	20%	경기대학교	
공동	콘크리트 부재용 EIT 전위 측정 개발	측정시스템 및 환경 개발	① 1차원 측정 편차 (전위차 측정 안정도)	10%이내 / 인증신청 대기중	10%	세종대학교	특허 : 출원 건 등록 건 논문 : 1/1 건 시제품 : 건 S/W : 건
			② 2차원 측정 편차 (전위차 측정 안정도)	10%이내 / 2차년도	20%	세종대학교	
위탁	모델 정확도 및 측정 안정도 평가	평가 보고서	① 정확도 및 안정도 평가	-	20%	(재)한국건설생활 환경시험연구원	특허 : 출원 건 등록 건 논문 : 건 시제품 : 건 S/W : 건
계				1	100%		특허 : 출원 1/1 건 등록 건 논문 : 5/3 건 시제품 : 건 S/W : 4/3 건

○ 콘크리트 부재에 적용 가능한 EIT 모델 및 역해석 알고리즘 개발

- 1차원 및 2차원 Forward 모델 개발

전기 임피던스 영상법(Electrical Impedance Tomography, EIT)은 재료 안의 전기전도율을 역해석하여 토 모그래피로 도출하고 있으며 본 연구에서도 제안하고 있는 역해석 방법을 적용하기 위해 먼저 퍼텐셜의 Laplace 방정식의 수치해석(유한차분법 또는 유한요소법)을 적용한 시뮬레이션을 구현함.

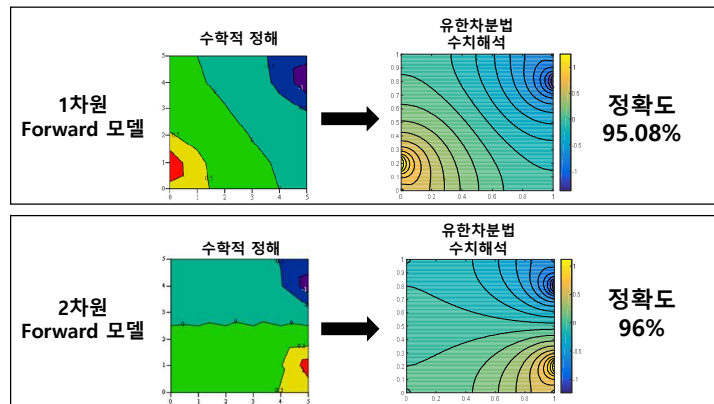


그림 29. 1차원 및 2차원 forward 모델 개발 완료.

- 역해석 알고리즘 개발 (Frequency-difference ERT)

콘크리트와 철근의 주파수 차이에 따른 전기전도율 변화를 이용해 내부 전도성 물질을 검출하는 Frequency-difference ERT를 개발하였음. One-step Gauss-Newton 기반의 역해석 알고리즘과 Laplace prior를 이용하여 재료 내부의 전기전도성 차이를 시각화하였음.

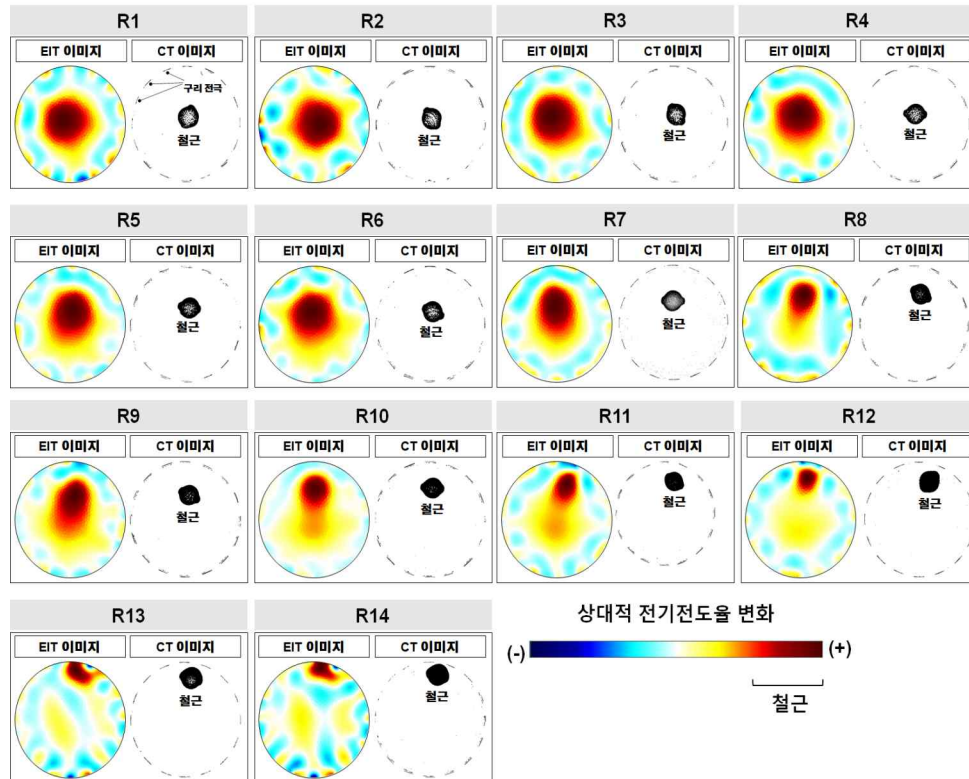


그림 30. 철근의 반경 위치로 재구성한 EIT 이미지와 binarized X-ray CT 이미지.

○ 신경망학습기반 철근 탐지 기술 개발

- CNN 기반 딥러닝 EIT 철근 탐지용 모델 개발

신경망 학습의 일종인 CNN을 이용해 철근의 반경위치별, 각도 위치를 고정확도로 탐지해내는 신경망 학습 알고리즘을 개발하였고, 탐지 정확도 96%를 달성하였음.

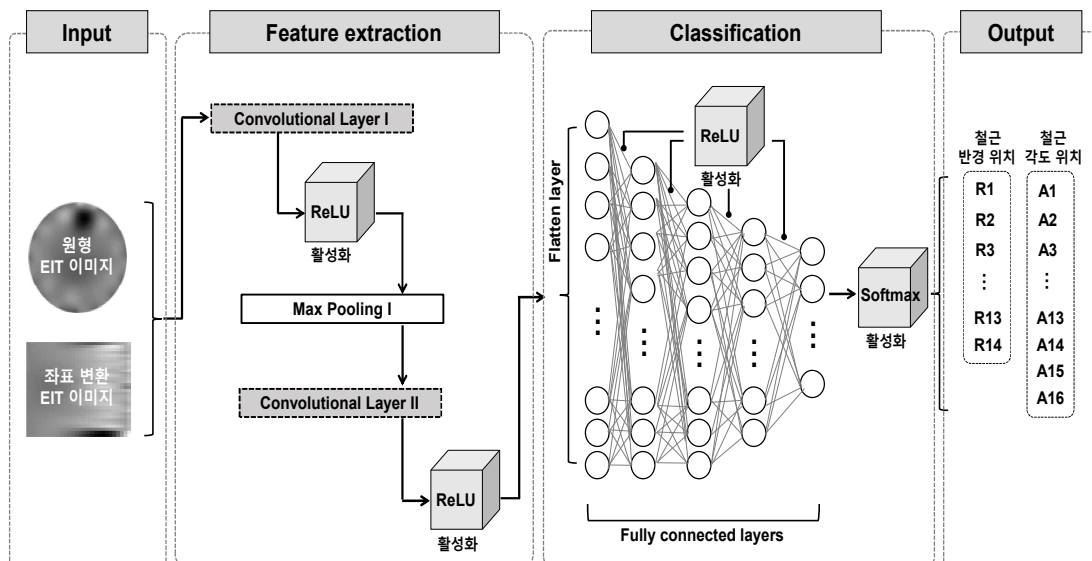


그림 31. CNN 기반 철근 탐지용 딥러닝 모델.

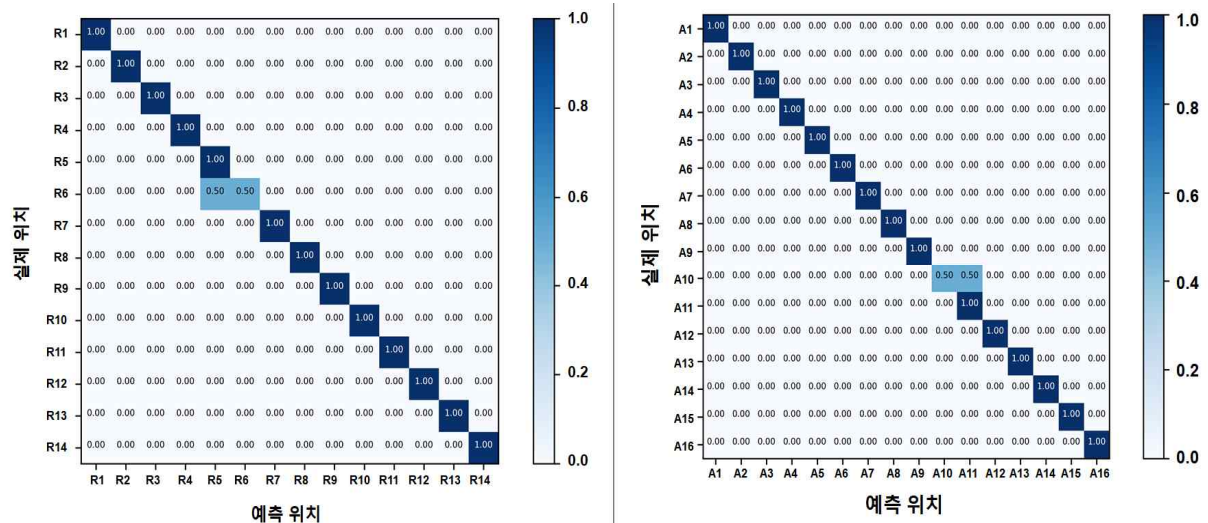


그림 32. 딥러닝 및 EIT를 이용한 철근 위치 예측 결과.

○ 콘크리트 부재의 EIT 측정 기초기술 개발 및 안정화

동일한 전압 측정 위치에서 전압을 세 번씩 측정한 결과, 그 표준편차는 최소 0 V (0%)에서 최대 0.002 V (0.12%)로 나타났음. UA의 표준편차는 모든 전압 측정 위치에서 0 V에 가까우며, 그 차이가 10% 미만이므로 본 연구의 제안 목표인 표준편차 10% 이내를 달성하였음. 결과적으로, power source (Keysight, B2962A)를 사용한 2차원 전압 측정은 측정된 전압이 매우 일관성이 있다고 판단되므로, EIT 신호 취득을 위한 측정 전압값의 일관성을 충분히 확보했다고 할 수 있음.

표13. 2차원 전류 입력에서 전압 측정 위치에 따른 측정 전압값.

Setup		Voltage of UA (V)	
		V1	V2
a	1st	1.400	1.097
	2nd	1.404	1.096
	3rd	1.402	1.098
	Average	1.402	1.097
	STD	0.002 (0.12%)	0.001 (0.07%)
b	1st	1.340	1.034
	2nd	1.342	1.035
	3rd	1.343	1.034
	Average	1.342	1.034
	STD	0.001 (0.09%)	0.000 (0.05%)
c	1st	1.310	1.009
	2nd	1.313	1.009
	3rd	1.312	1.010
	Average	1.312	1.009
	STD	0.001 (0.10%)	0.000 (0.05%)
d	1st	1.332	1.026
	2nd	1.332	1.026
	3rd	1.332	1.026
	Average	1.332	1.026
	STD	0.000 (0.00%)	0.000 (0.00%)

○ 콘크리트 부재의 EIT 모델 및 역해석 정확성 및 EIT 실험 전위값 안정성 평가

본 개발 모델과 측정 시스템을 검증한 결과, 사용한 모델은 모델 정해를 산출하는데 적정하고, 폴이 과정이 적절하여 타당한 방법으로 판단됨. 유한 차분법 폴이 과정에 특정할 수 있는 문제점이 없음. 매트릭스 내부의 정보를 인식하는데 현재의 결과가 충분히 유효한 것으로 판단됨. 사각형 단면 도메인에서의 전위 분포를 계산하는 수학적 절차를 MATLAB 코드로 잘 구현한 것으로 판단됨.

0503-0559-0409-3198



시험성적서

1. 성적서 번호 : PC21-03591K
 2. 의뢰자
 ○ 업체명 : (재)한국건설생활환경시험연구원 오창
 ○ 주소 : 충청북도 청주시 흥안구 오창읍 양정3길 73
 3. 시험기간 : 2021년 09월 10일 ~ 2021년 10월 21일
 4. 시험성적서의 용도 : 연구결과 확인용
 5. 시료명 : 시멘트 복합체
 6. 시험방법
 (1) 의뢰자 제시

7. 시험결과
 1) 시멘트 복합체

시험항목	단위	시험방법	시험결과	비고	시험장소
직사각형 단면 콘크리트의 2차원 전기 임피던스 측정 시험	-	(1)	항복용 성적서 참조	-	A

* 시험자료 및 장비: 의뢰자 제시
 * 의뢰자 제시 시험방법
 ~ Keylight 장비를 사용하여 서로 다른 위치에서 전압을 세 번씩 측정하고, 측정된 전압의 편차를 구한다.
 ※ 시험장소
 A : 서울시 광진구 능동로 209 세종대학교 측무관

확인

직접지정

임기환

기술책임자

조영근

비고: 1. 이 성적서는 KS O ISO/IEC 17025 및 KOLAS 인정과 관련이 없으며, 의뢰자가 제시한 시료 및 시험법에 한한 결과로서 전체 제품에 대한 품질을 보증하지는 않습니다.
 2. 이 성적서는 총보, 선전, 광고 및 소송용으로 사용할 수 없으며, 용도 이외의 사용을 금합니다.
 3. 이 성적서의 일부만을 발췌하여 사용한 결과는 보증할 수 없습니다.
 4. 이 성적서의 권위여부는 홈페이지(www.kcl.re.kr)에서 확인 가능합니다.

2021년 10월 21일

한국건설생활환경시험연구원

결과문의 : 05033 서울특별시 금천구 가산디지털1로 199 (가산동) ☎ (02)2102-2758

총 2페이지 중 1페이지

양식TOP-12-01-03(1)

0503-0559-0409-3198



시험성적서

성적서번호 : PC21-03591K

1. 직사각형 단면 콘크리트의 2차원 전기 임피던스 측정 시험

Specimen direction	전압 (V)				표준편차	변동계수	
	1	2	3	평균			
S E T #1	V1	1.40	1.40	1.41	1.40	0.001	7.461×10^{-4}
	V2	1.10	1.10	1.10	1.10	0.0011	1.041×10^{-3}
S E T #2	V1	1.34	1.34	1.34	1.34	0.0008	5.854×10^{-4}
	V2	1.04	1.04	1.04	1.04	0.0007	6.683×10^{-4}
S E T #3	V1	1.31	1.31	1.31	1.31	0.0013	9.976×10^{-4}
	V2	1.01	1.02	1.01	1.01	0.0011	1.125×10^{-3}
S E T #4	V1	1.33	1.33	1.33	1.33	0.0005	3.413×10^{-4}
	V2	1.03	1.03	1.03	1.03	0.0005	5.081×10^{-4}

— 끝 —

총 2 페이지 중 2 페이지

양식TOP-12-01-03(1)

그림 33. 직사각형 단면 콘크리트의 2차원 전기 임피던스 측정 시험성적서.

3-2. 정량적 연구개발성과

구분		1차년도	2차년도	계
국외논문 게재	SCI	2건	3건	5건
	비SCI			
	계	2건	3건	5건
국내 논문 게재	SCI			
	비SCI			
	계			
특허출원	국내	1건		1건
	국외			
	계	1건		1건
특허등록	국내			
	국외			
	계			
인력 양성	석사			
	박사			
	계			
기술이전	계약건수			
	계약액			
	징수액			
국제 표준화	기고서 제출			
	기고서 채택			
	표준안 채택			
국내 표준화	기고서 제출			
	기고서 채택			
	표준안 채택			
등록·기탁 대상 성과물	보고서 원문			
	연구시설·장비			
	기술요약정보			
	생명자 원	생명정보		
		생물자원		
		신품종		
	소프트웨어		4건	4건
기타	화학물			
	시제품			
	성과 홍보			
	일자리 창출			

○ 과학적 성과

- 논문(국내외 전문 학술지) 게재

번호	논문명	학술지명	주저자명	호	국명	발행기관	SCIE 여부 (SCIE/비SCIE)	게재일	등록번호 (ISSN)	기여율
1	High-accuracy rebar position detection using deep learning-based frequency-difference electrical resistance tomography	Automation in Construction	전동호 김동주 윤세윤	135	네덜란드	ELSEVIER	SCIE	2022년 3월	0926-5805	50%
2	Detecting embedded rebar in cement mortar by frequency-difference electrical resistance tomography	Automation in Construction	전동호 김동주 윤세윤	132	네덜란드	ELSEVIER	SCIE	2021년 12월	0926-5805	100%
3	Lightweight cementless composite of CaO-CaCl ₂ -CaSO ₄ -activated GGBFS developed as an alternative to lightweight gypsum composite	Construction and Building Materials	염우성 오재은	268	네덜란드	ELSEVIER	SCIE	2021년 1월	0950-0618	50%
4	Use of Coal Bottom Ash and CaO-CaCl ₂ -Activated GGBFS Binder in the Manufacturing of Artificial Fine Aggregates through Cold-Bonded Pelletization	Materials	전동호	13	스웨덴	MDPI	SCIE	2020년 12월	1996-1944	50%
5	Electromechanical Response of Smart Ultra-High Performance Concrete under External Loads Corresponding to Different Electrical Measurements	Sensors	김민경 김동주	21	스웨덴	MDPI	SCIE	2021년 2월	1424-8220	100%

– 국내 및 국제 학술회의 발표

번호	회의 명칭	발표 내용	발표자	발표 일시	장소	국명
1	2021년 한국콘크리트학회 봄 학술대회	전기 임피던스 토모그래피(EIT)를 이용한 콘크리트 내부 탐지 CT 기술 개발	전동호	2021년 5월 13일	여수 엑스포컨벤션센 터	대한민국
2	2021년 한국콘크리트학회 가을 학술대회	주파수 차이 전기저항 토모그래피를 이용한 콘크리트 내부 철근 탐지 기술	전동호	2021년 11월 2일	경주 화백컨벤션센터	대한민국
3	2021년 한국콘크리트학회 가을 학술대회	합성곱 신경망 학습을 이용한 전기저항 토모그래피 기반 철근 위치 탐지 자동화 기술 개발	전동호	2021년 11월 2일	경주 화백컨벤션센터	대한민국

○ 기술적 성과

– 지식재산권(특허, 실용신안, 의장, 디자인, 상표, 규격, 신제품, 프로그램)

번호	구분	지식재산권 등 명칭 (건별 각각 기재)	국명	출원			등록			기여율	활용 여부
				출원인	출원일	출원번호	등록인	등록일	등록번호		
1	특허	주파수 차 전기 임피던스 단층 촬영 시스템을 이용한 시멘트 모르타르 내 철근 검출 방법	한국	경기대 학 교 산학협력 단	2021.08.0 5.	10-2021- 0103269				100%	

– 저작권(소프트웨어, 서적 등)

번호	저작권명	창작일	저작자명	등록일	등록번호	저작권자명	기여율
1	EIT(이아이티) 이미지 좌표변환 프로그램	2021.07.01.	경기대 학교 산학협력단	2021.09.06.	C-2021-03572 7	경기대 학교 산학협력단	100%
2	EIT(이아이티)용 철근 위치 시각화 프로그램	2021.07.01.	경기대 학교 산학협력단	2021.09.06.	C-2021-03572 6	경기대 학교 산학협력단	100%
3	EIT(이아이티)용 사각단면 유한차분해석 프로그램	2020.07.01.	경기대 학교 산학협력단	2020.10.21.	C-2020-03663 3	경기대 학교 산학협력단	100%
4	EIT(이아이티)용 사각단면 정해석 프로그램	2020.07.01.	경기대 학교 산학협력단	2020.10.21.	C-2020-03663 4	경기대 학교 산학협력단	100%

○ 사회적 성과

– 신진연구자 채용

번호	채용 연구개발기관명	채용일	근로기간	채용인원(명)	채용인원 중 청년인력(명)
1	경기대학교	2021년 3월 1일	2021년 3월 1일 - 2021년 12월 31일	1명	1명

3-3. 계획하지 않은 성과 및 관련 분야 기여사항

- 신경망 학습을 ERT 기술에 적용하는 연구는 정량적 연구 성과로 계획하진 않았지만, 본 연구에서 성공적으로 이루어냈고, 본 연구 결과를 SCI 논문으로 게재허락 받았음. (2022년 3월호 게재 예정)

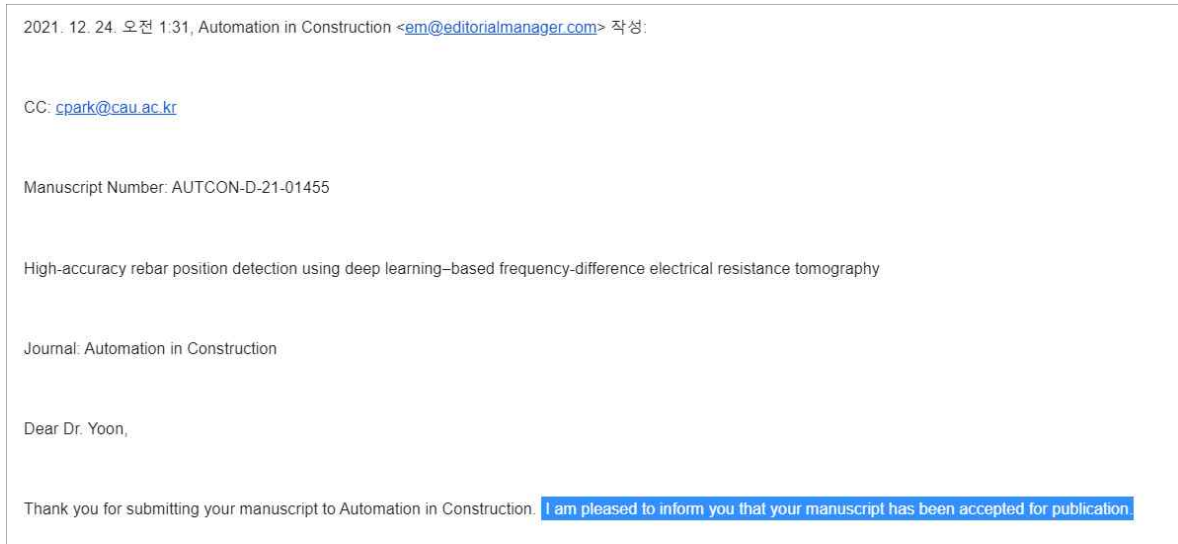


그림 34. Automation in Construction 저널에 게재 허락된 딥러닝 기술 적용 논문.

- 신경망학습 라이브러리인 케라스는 MIT 라이선스로 제공되어 상업적인 프로젝트에도 자유롭게 사용할 수 있으며 파이썬 모든 버전에서 호환되어 있음.
- 신경망학습 연구자, 스타트업 회사, 대기업 기술자, 대학원생, 아마추어 연구자 등 많은 사람들이 케라스를 사용하여 신경망학습을 진행하고 있으며 구글, 넷플릭스, 우버, 스퀘어 회사들에서도 케라스를 사용하여 신경망학습을 만들고 있음.
- 특히 2018년 이후 파이썬 전체 버전으로 확장하였으며 라이브러리의 사용 난이도가 혁신적으로 낮아져 연구자들이 사용하기 매우 편해져 있으며 머신 러닝 경연 웹사이트인 캐글(kaggle)에서도 텐서플로를 백엔드 엔진으로 하는 케라스의 사용 빈도가 가장 높음.
- 케라스는 텐서 조작이나 미분 같은 연산을 다루지 않기 때문에 텐서플로를 백엔드 엔진으로 사용하여 구동되고 있음.

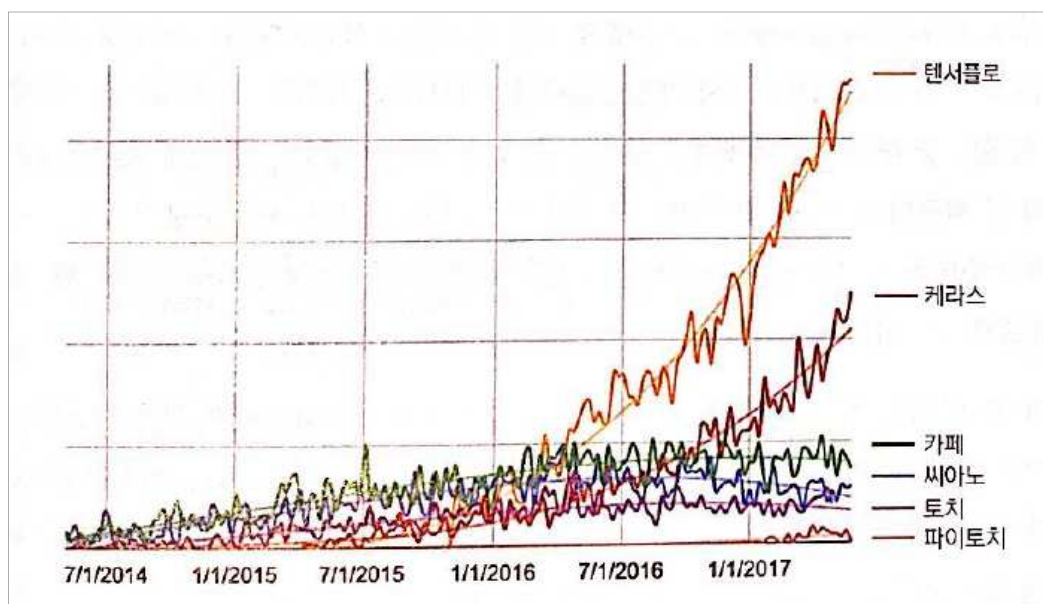


그림 35. 텐서플로와 케라스 검색 트렌드(출처: 케라스 창시자에게 배우는 딥러닝).

○ 구글의 사용자 친화 신경망 학습 사이트 제공

- <https://teachablemachine.withgoogle.com/> 사이트 접속 또는 구글에서 “teachable machine” 이라고 검색하면 신경망학습을 제공하는 구글사이트에 접속할 수 있음.
- 사용자가 컴퓨터 코드에 대한 이해가 없어도 신경망의 개념만 있다면 직접 신경망학습을 이용할 수 있도록 2018년 이후 구글에서 학습 사이트를 제공하고 있음.
- 연구 환경은 최근 신경망학습에 대한 접근이 쉽고 간편하도록 급격히 발전하고 있음.

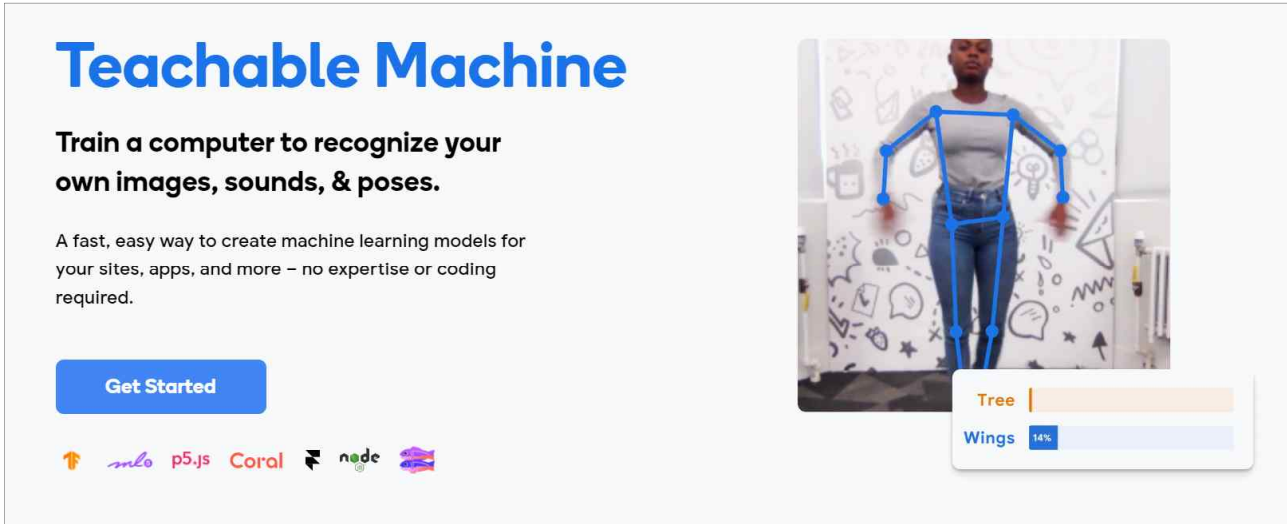


그림 36. 구글에서 제공하는 teachable machine 사이트 메인화면 (<https://teachablemachine.withgoogle.com/>).

○ EIT 단층 촬영의 단점인 해상도를 증대시키기 위한 방법으로 신경망학습을 적용 가능

- EIT 단층 촬영의 낮은 해상도를 증가시킬 수 방법으로 신경망학습을 도입해 볼 예정이며 현재 특허출원 신청서의 제목도 “심층학습을 이용한 콘크리트 부재용 전기 임피던스 단층 촬영 방법” 로 본 연구과제 종료 전까지 추가적인 부분으로 진행할 예정임.

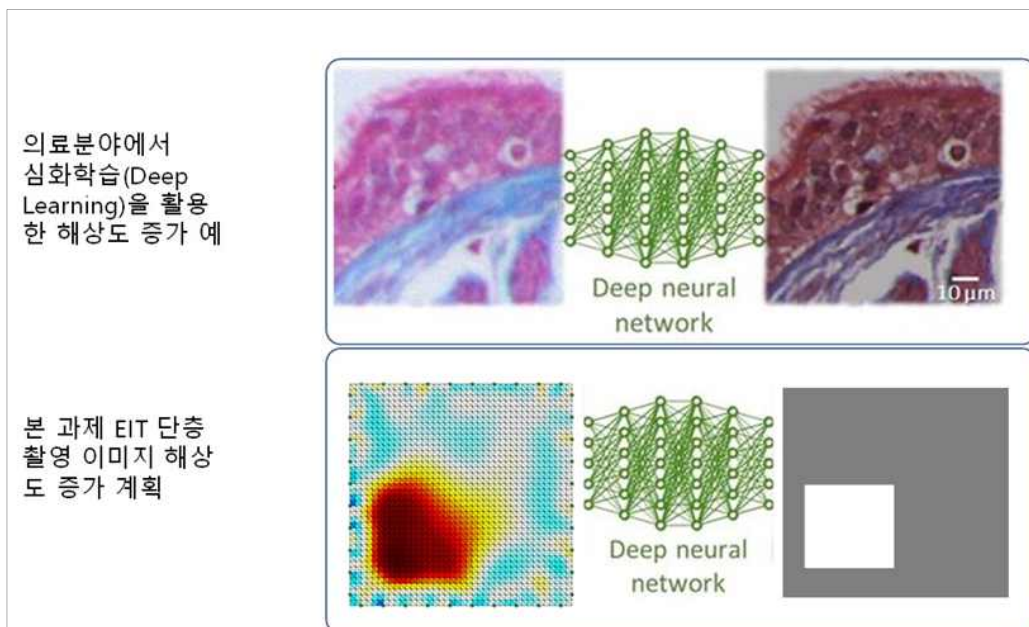


그림 37. 콘크리트 부재용 EIT의 신경망 학습 적용 가능성.

- 본 연구진이 텐서플로와 케라스를 이용 예비로 제작해 본 순환신경망(recurrent neural network, RNN)
- 무료 라이브러리인 텐서플로와 케라스를 사용하여 신경망학습을 본 연구에 적용시킬 수 있을 정도로 신뢰성이 높은지 평가하기 위하여 본 연구진이 주가 예측 순환신경망 코드를 제작하였음.
 - 가장 쉽게 얻을 수 있는 구글 주가 순환신경망 데이터를 이용하여 순환신경망 학습을 시켜본 결과 매우 우수한 정확도를 보였으며 2차년도 연구에서 케라스를 합성곱 신경망 학습에 적용할 수 있을 것으로 판단됨.

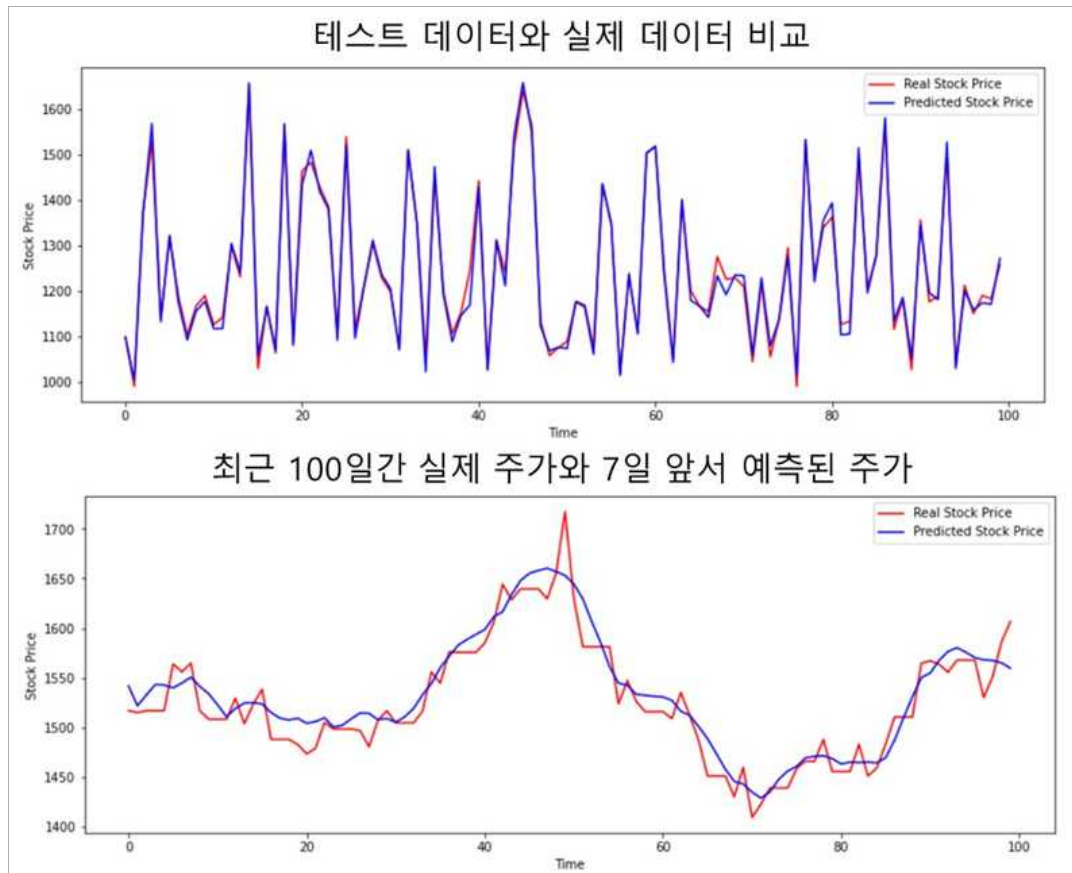


그림 38. 구글 주가 예측 케라스의 순환신경망 적용 결과 (2020.10.23. 기준).

3-4. 목표 달성 수준

연구개발목표	달성내용	달성도(%)
○ 콘크리트 부재용 1차원 및 2차원 EIT Forward 모델 개발 ○ 콘크리트 부재용 EIT 역해석 알고리즘 개발 ○ 콘크리트 부재의 EIT 측정 기초기술 안정화	○ 1차원 라플라스 방정식의 포워드 모델 개발 ○ 콘크리트의 표면저항의경계조건 규명 ○ 직사각형 단면 라플라스 방정식 해석법 도출 ○ 안정적 전위 측정값의 유도를 위한 전기 임피던스 측정 방안 도출 ○ 직사각형 단면 콘크리트 1차원 전기 임피던스 측정 ○ 직사각형 단면의 2차원 Forward 모델 개발 ○ 콘크리트 부재에 적합한 역해석 알고리즘 개발 ○ 직사각형 단면 콘크리트의 2차원 전기 임피던스 측정 ○ 2차원 EIT 측정에서 전위값 안정화 및 EIT 측정 시 발생하는 문제점 해결	100

4. 연구개발성과의 관련 분야에 대한 기여 정도

4-1. 국내 · 외 연구 현황

- 전기 임피던스 토모그래피와 관련하여 최근 수행되었던 국내 · 외 연구개발과제와 SCI(E)급 논문을 아래의 표에 정리하였음.

표 14. EIT 관련 국내·외 연구개발과제와 SCI(E)급 논문 정리표.

국가	제목	수행기관	내용
대한민국	EIT 기술의 응용을 통한 복부비만도 측정 시스템의 개발 (2003)	(주)메디게이트	복부비만도 측정을 위해 내장지방과 피하지방의 두께를 정량적으로 실측할 수 있는 하드웨어와 EIT 방법을 응용 및 적용할 수 있는 시스템 및 응용프로그램 개발
대한민국	임피던스 영상 역문제의 수학적 해석 (2005)	연세대학교 산학협력단	역전도문제, 토모그래피, 부식탐사, 균열탐사, 역산란문제 등을 해석학적 관점에서 분석하여 수치해석적 알고리즘개발의 이론적 기반을 제공
대한민국	비파괴검사의 수학적 연구 (2006)	서울대학교 산학협력단	비파괴 검사 기법을 위하여 전기 임피던스 토모그래피와 관련된 역전도체 문제 연구
대한민국	임피던스 단층 영상 (EIT)와 뇌전도 (EEG)의 뇌영상 융합을 위한 수치 계산법 개발 (2009)	광주과학기술원	뇌전도와 임피던스 단층 뇌영상 정보를 융합하여 고해상도의 3차원 뇌영상 정보를 추출하는 기법을 연구하며, 3차원 뇌영상 융합 계산 및 가시화를 위한 소프트웨어 개발
대한민국	ERT를 이용한 다층 구조의 대지저항률 연구 (2010)	제주대학교 산학협력단	ERT 영상복원 기법을 이용하여 저항률 분포를 가시화하여 접지저항을 설계
대한민국	폐 EIT 연동 임상 의료기기 개발 (2014)	(주)맥아이씨에스	폐 EIT 시스템과 기존의 의료기기들을 연계하는 통합 시스템 개발
대한민국	폐 EIT 원천기술 개발 (2014)	경희대학교 산학협력단	폐 내부 공기 분포와 관류 변화를 실시간, 비침습적으로 측정하는 3차원 폐 임피던스 동영상 시스템의 원천 기술 개발
대한민국	Full-WaveForm Inversion 기반 철근콘크리트의 단층이미지 도출 시스템 개발 (2017)	홍익대학교 산학협력단	철근콘크리트의 균열, 철근의 위치 및 상태를 판단하기 위하여 전기퍼텐셜 기반 전기 임피던스 토모그래피 기술을 이용한 콘크리트의 물성 분포 추정기법과 다차원 마이크로파 Full-WaveForm Inversion 기법의 수치 알고리즘 및

국가	제목	수행기관	내용
			소프트웨어 개발
뉴질랜드	Probing with low frequency electric current(1983)	University of Canterbury	낮은 주파수 전류 입력 하에서의 전기 임피던스 토모그래피 조사
오스트리아	Reconstruction algorithms for electrical impedance tomography (1990)	University of Wollongong	전기 임피던스 토모그래피를 위한 수학적 알고리즘 제시
미국	Electrical impedance tomographic method for sensing strain fields and crack damage in cementitious structures (2009)	University of Michigan	시멘트 구조물의 변형 및 균열 손상을 감지하기 위한 전기 임피던스 토모그래피 방법 제안
핀란드	Electrical resistance tomography imaging of concrete (2010)	University of Kuopio	콘크리트의 3차원 이미지화를 위한 전기 저항 토모그래피 (Electrical Resistance Tomography, ERT) 기술 제안
미국	Self-sensing concrete enabled by nano-engineered cement-aggregated interfaces (2016)	Universtiy of California-Sandi ego	나노 재료를 첨가한 자기감지 콘크리트의 EIT를 활용한 콘크리트 손상 이미지 감지

- 전기 임피던스 토모그래피 (Electrical Impedance Tomography, EIT)를 활용한 국내 연구는 대부분 의학 분야에서 이루어지고 있으며, 국외에서는 의학 분야에서 뿐만 아니라 공학분야에서도 EIT 기술을 접목시키려는 다양한 시도들이 이루어지고 있음.
- 하지만, EIT 관련 국내·외 연구 모두 EIT의 소프트웨어 활용되는 모델에 대한 기본적인 이론에 대한 연구와 EIT 소프트웨어를 위한 해석적 모델 제안이 주를 이루고 있음.
- 국내 공학 분야에서는 제주대학교 산학협력단에서 수행한 연구로써 전기 저항 토모그래피 (Electrical Resistivity Tomography, ERT)를 지반탐사에 활용하는 연구를 수행한 바 있음.
- 콘크리트 부재를 위한 EIT 기술 개발에 대한 연구는 2017년 홍익대학교 산학협력단에서 철근콘크리트 내부의 균열 또는 철근의 상태 평가를 위해 EIT 기술을 접목시킨 연구를 수행한 바 있지만 철근의 상태 뿐만 아니라 균열 위치에 대한 정확도가 현저히 떨어진다는 한계가 있음.
- 또한, 위 연구에서는 원형 단면의 콘크리트 시험체를 사용하여 연구를 수행하였으나, 실제 적용을 위해서는 실 구조물의 단면인 직사각형 단면에서의 연구가 필수적으로 이루어져야 함.
- 국외에서 수행된 콘크리트와 EIT 기술의 접목에 대한 연구들 또한 기본적인 원형 단면에서 이루어졌으며, 저해상도로 인하여 콘크리트의 균열에 대한 위치, 형상, 그리고 길이 등을 정확히 파악할 수 없어 실제 현장에 적용하기엔 여전히 미흡한 실정임.

4-2. 기술적 난이도 및 도전성

- 의료용에서 사용하고 EIT와 다르게 상당한 표면저항을 가지는 콘크리트 재료의 측정에 대한 안정성도 고난이도의 측정 기술이 필요함.
- 아래 그림에서와 같이 샘플 외부에서 측정된 전기장의 정보를 가지고 내부이미지를 구현하는 것은 일반적 정방향 해석이 아니라 내부이미지를 추적해가는 역해석이 필요하기 때문에 해상도를 높이기 위하여 Markov Chain Monte Carlo 같은 고난도 역해석 방법이 필요함.
- 국내 콘크리트 부재용 EIT 기술은 매우 초기 단계에 있으며 매크로-CT의 개발을 위해서는 Acoustic Impact, Ultrasonic 기술과 다르게 침투 깊이에 제한이 없는 EIT 기술이 가장 유력한 후보이지만 측정 및 해석이 매우 난해한 문제점을 가지고 있었음.
- 본 연구제안서에서는 이러한 초기 단계의 국내 콘크리트 EIT 기술을 향상시키기 위한 도전으로 볼 수 있으며 본 국토교통기술혁신 사업에도 적합한 도전적 주제라고 판단됨.

4-3. 국내 · 외 시장 전망

- 한국과학기술기획평가원에서 발간한 2017년도 정부연구개발예산 현황분석 보고서에 의하면 건설교통안전에 관련된 연구비는 2017년도에 다소 증가되었지만, 다른 분야에 비해 현저히 낮은 예산이 책정되어 있으며 유지관리 및 보수보강의 필요성에 비해 현저히 부족한 실정임.

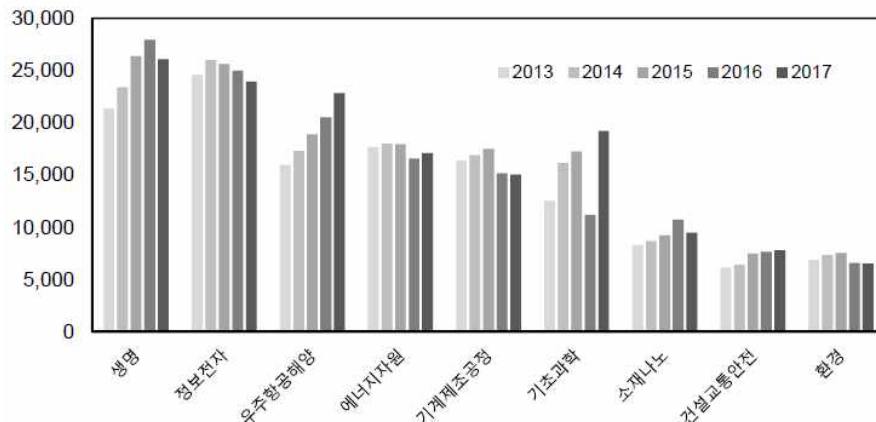


그림 39. 5년간 정부연구개발예산 현황분석 [한국과학기술기획평가원, 2017].

4-4. 국내 · 외 선행 특허 분석

- SOC 인프라 관리에 실패한 미국은 향후 5년간 4000조원을 투입해야 시설물 기능을 복원해 국민 안전을 지킬 수 있는 것으로 분석되고 있음. [출처: 4차 산업혁명과 건설안전 포럼 (2017)]
- 이런 측면에서 4차 산업혁명의 요소기술 접목이 가장 시급한 분야는 인프라 유지관리이며, SOC 시설물의 상태를 실시간으로 점검할 수 있는 스마트 건설 기술을 개발하여 시설물 유지관리를 내실화할 업계 차원의 기술개발 노력과 정부의 대책이 필요함.
- 특히, 구조물의 노후화로 완공된지 30년 이상 지난 시설물이 10년 후 40%로 늘어나는 현재 실정에 미국의 실패를 되풀이하지 않으려면 관리·보수를 스마트화 할 첨단 플랫폼 구축이 시급함.
- 국토교통부도 2018년부터 시설물 안전분야의 최고 법정계획인 ‘제4차 시설물 안전·유지관리 기본 계획’에 첨단기술 기반의 유지관리 플랫폼을 구축하고 시설물 성능평가제를 도입하는 등 건설 산업계의 요구에 적극 부응하겠다는 의지를 보임.
- 인프라 시설물의 스마트 유지관리 기술은 기존의 육안점검 및 인력관리에서 벗어나 신뢰성이 탁월한 기술을 접목하여 데이터를 취득, 분석, 관리하는 미래형 시설물 관리 기술로서 4차 산업혁명과 관련한

여 향후 그 수요가 크게 증가될 것으로 예상됨.

- 따라서, 콘크리트 구조물의 변형 및 균열 손상 등을 전기 임피던스 변화를 통해 감지하고, 취득한 전기 임피던스 데이터를 통해 변형 및 균열 손상을 이미지화할 수 있는 매크로-CT 기술은 건설 산업 시장에 매우 획기적인 패러다임을 제공하게 될 것임.

- 제안된 연구와 관련하여 최근 등록된 국내·외 선행 특허를 아래의 표에 정리하였음.

표 15. EIT 관련 국내·외 선행 특허 정리표.

특허 등록국가	특허명	출원기관	특허개요
대한민국	자기 공명 전기 임피던스 영상기술을 이용한 자기공명 영상시스템 및 전도를 분포 영상 생성 방법	성균관대학교 산학협력단	기존 의료용 MRI와 전기 임피던스 영상기법을 결합하여 해상도 높은 의료용 영상기법의 도입을 제안
대한민국	도전을 단층 영상법을 이용한 상기도 폐쇄 양상의 진단장치	경상대학교 산학협력단	얼굴 표면에 다채널 전극 인터페이스를 부착하여 전기 임피던스 신호를 통해 이미지를 획득할 수 있는 진단장치
대한민국	전기 임피던스 단층 촬영 영상 생성을 위한 전도도 산출 방법 및 장치	연세대학교 산학협력단	전기 임피던스 단층 촬영 이미지 생성을 위한 정문제와 역문제의 해를 구하는 수학적 기법을 제시하여 전도도 산출 방법 및 장치에 관한 기술 제안
대한민국	인체 임피던스 측정 방법 및 이를 이용하는 장치	주식회사 셀바스헬스케어	전압을 직류 전압으로 정류함으로써 실제 인체 임피던스와 산출된 인체 임피던스의 차이를 감소시킴으로써 측정되는 인체 임피던스의 정확도를 개선한 기술
대한민국	전기 임피던스 단층 촬영 장치	주식회사 케이헬스웨어	소형 이동식 전기 임피던스 단층 촬영 장치와 모바일 등의 외부기기를 결합하여 질병 유무를 자가 진단할 수 있도록 고안된 장치
미국	Electrical impedance tomography method	TASC Ltd.	매체의 특정 임피던스와 다른 임피던스를 갖는 매체에 포함된 물체를 이미징하는 방법으로서, 다양한 위치의 표면에서 전류를 흘려보내 전압을 연속적으로 측정하여 물체의 위치, 형상, 전도도를 결정하는 방법
미국	Data collection for electrical impedance tomography	Timpel Medical By	신체 내에 있는 전극의 데이터 수집을 통해 신체의 대응하는 부분의 전기 임피던스 단층 촬영을 하는 방법
유럽	Electrical impedance tomography	BTG International Ltd.	신체 내 신경 기능을 영상화하기 위하여 전기 임피던스 단층 촬영을 영상화하는 방법
유럽	Diagnostic and monitoring	OSTEOSEE Ltd.	적어도 하나의 뼈 구성 요소를 통해 전류를 흘려보냄으로서 이에 대응하는

특허 등록국가	특허명	출원기관	특허개요
	electrical impedance tomography (EIT) system for osteoporosis		전위 측정값으로 뼈의 컨덕턴스 값을 계산하여 골 미네랄 밀도(BMD)를 측정하는 방법
국제 특허 (PCT)	Real-time electrical impedance tomography system	British Technology Group Ltd.	흉부에 위치한 복수의 전극 중 인접한 한 쌍의 전극의 전위의 동시측정 및 전위의 디지털 복조, 이미지 재구성 전에 트랜스퓨터를 사용하여 전위로부터 구동 전류와 분포를 측정하는 방법

- 전기 임피던스 토모그래피 (EIT) 관련 국내·외 선행 특허 역시 의학 분야에 국한되어있으며, 공학분야에서 건설재료인 콘크리트 부재에 EIT 기술을 접목시킨 특허 기술은 전무함.
- 제안된 본 연구를 수행함으로써 콘크리트 구조물용 매크로-CT를 위한 EIT 모델 및 알고리즘과 EIT 측정 기술을 개발하여 공학분야에서 건설재료인 콘크리트 부재에 EIT 기술을 접목시킨 최초의 소프트웨어 및 측정 기술 관련 특허를 출원할 수 있을 것으로 판단됨.

4-5. 본 연구개발결과의 기여 정도

- 기존 EIT 기술은 콘크리트 내부의 실시간 균열 시각화, 수분 침투 과정 모니터링이 가능하였으나, 반드시 레퍼런스 데이터(초기 측정 데이터)가 필요하여, 실제 현장 콘크리트 구조물에 적용하기 힘들었음.
- 본 연구를 통해 실제 현장 콘크리트 구조물에 적용할 수 있는 레퍼런스 데이터가 필요없는 Frequency-difference ERT 기술을 개발하였음.

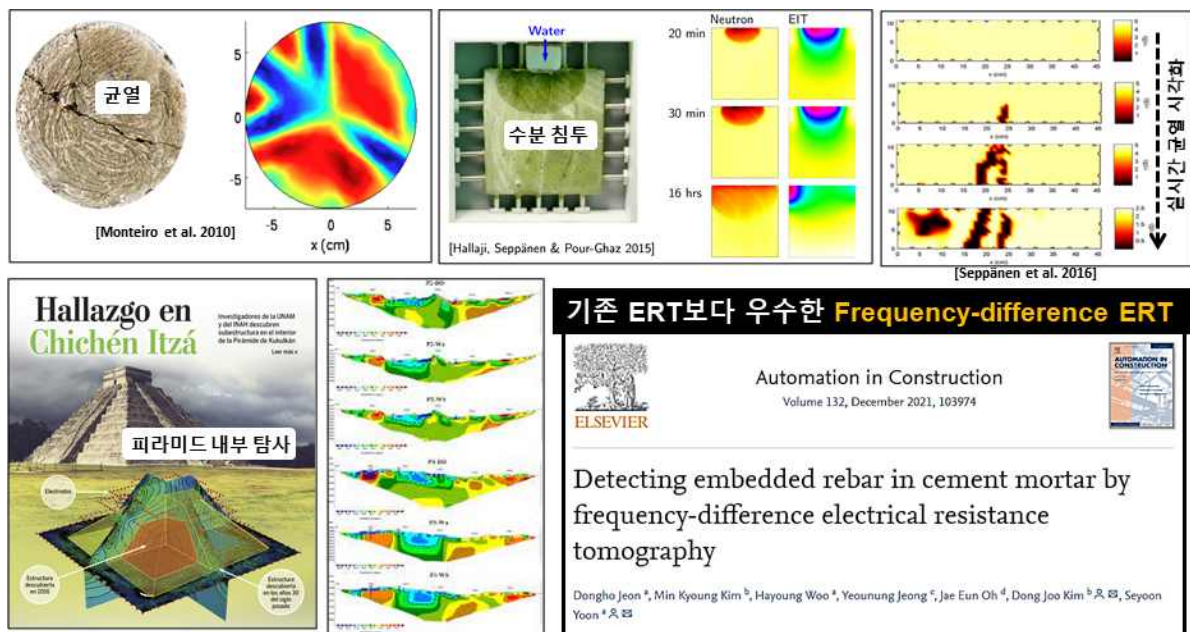


그림 40. EIT 관련 국내·외 선진 기술수준 및 본 연구개발의 기여 정도.

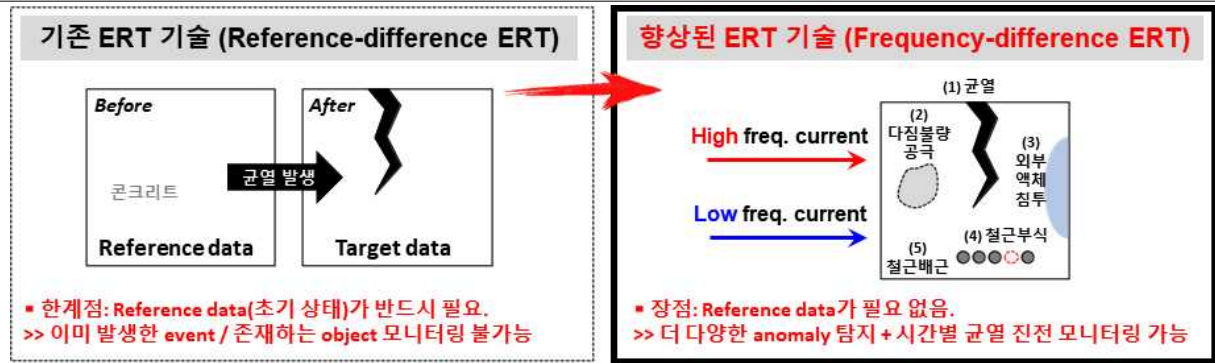


그림 41. 기존 EIT 기술 및 향상된 ERT 기술.

- 제안된 본 연구를 수행함으로써 얻어지는 기술 개발 성숙도는 연구착수시 TRL 1 (이론적 연구단계)에서 연구종료시 TRL 4 (실험실 성능평가 단계)로 기술 고도화가 이루어졌음.

구분		연구착수	연구종료	단계별 설명	
기초연구 단계	TRL 1	☒	☐	TRL 1	이론적 연구단계
	TRL 2	☐	☐	TRL 2	기술적 개념정립 단계
실험 단계	TRL 3	☐	☐	TRL 3	실험적 증명 단계
	TRL 4	☐	☒	TRL 4	실험실 성능평가 단계
시작품 단계	TRL 5	☐	☐	TRL 5	유사환경 시험 단계
	TRL 6	☐	☐	TRL 6	유사환경 기술시범 단계
실용화 단계	TRL 7	☐	☐	TRL 7	실제환경 시작품 데모 단계
	TRL 8	☐	☐	TRL 8	시제품 설치 및 성능시험 단계
사업화 단계	TRL 9	☐	☐	TRL 9	현장적용/사업화 단계

최종성과물	기술성숙도(TRL)		설정근거
	연구시작시	연구종료시	
- 콘크리트 부재용 EIT 역해석 소프트웨어 - 콘크리트 부재용 EIT 측정 장비 구축	1	4	연구 시작시 - 미국 UC 버클리 대학과 핀란드 대학 공동 연구팀이 콘크리트 부재용 EIT 연구를 시작 - 국내 콘크리트 부재용 EIT 실험 및 역해석 알고리즘 연구의 초기 단계 연구 종료시 - 안정화된 콘크리트 부재용 EIT 측정기술 구축 - 콘크리트 부재용 EIT 소프트웨어 개발

5. 연구개발성과 관리 및 활용 계획

○ 센서제작 및 구조물 진단 업체에 기술 이전을 통한 노후인프라 안전진단에 활용

- 현장적용이 가능한 구조용 부재 Macro-CT 탐지기술의 도입을 통한 노후인프라 구조물의 노후도 측정을 통한 안전진단에 활용
- 산업체와의 협의를 통해 콘크리트 부재에 적합한 센싱 기술을 실용화하여 전기 임피던스 측정 센서와 장비를 제작
- 안전진단 업체와 기술 협약으로 실제 20~30년 이상 노후화된 교량 중 크기가 1m 이하이고 원형 또는 사각형 단면 콘크리트 부재의 전기 임피던스 변화를 감지하여 데이터를 취득하고 부재 내부를 이미지화하여 고해상도의 이미지를 산출
- 또한, 전기 임피던스 측정 센서 기술의 고도화를 통해 관련 임피던스 발생장치 및 센서의 상용화가 가능하고, 이를 통해 광범위한 공학분야에 적용성을 확보

○ 전기 임피던스 측정을 통한 콘크리트 결함탐지용 Macro-CT 통합시스템

- 임피던스 측정에 기반한 Macro-CT 기술의 도입은 공장에서 생산되는 PC 및 PSC 부재의 결함을 제작시 탐지하여 구조용 부재의 품질관리에 활용될 수 있음.
- 프리캐스트 제작 산업체와 협력하여 제작 과정에서 발생할 수 있는 결함을 측정된 전기 임피던스 데이터를 통해 이미지로 대조 확인하고 완성품의 품질을 향상

○ 상용화된 콘크리트 노후도 평가방법과의 차별성

- 기존 콘크리트 부재용 노후도 평가방법 중 전기 임피던스 Macro-CT와 경쟁이 되는 기술은 echo impact 및 ultra-sonic 이용한 측정 기술이 있음.
- 하지만 echo impact는 댐이나 원자력발전소 거대 콘크리트 구조물을 측정하기 위해서는 그 만큼 큰 충격을 가해야 하며 이는 구조물의 열화로 이어질 수 있음.
- 또한 ultra-sonic을 이용한 기술은 측정 깊이에 한계가 있기 때문에 전류량에 따라 측정 깊이를 조절할 수 있는 전기 임피던스 Macro-CT만이 구조물에 열화현상을 주지 않고 측정한계를 가지지 않음.

○ 전기 임피던스 토모그래피의 콘크리트 분야 안정적 적용 방안

- 전기 임피던스 토모그래피는 기존에 의료분야에서만 적용되었으며 콘크리트 분야에 적용은 초기단계이기 때문에 안정적 적용 방안이 필요함.
- 콘크리트 구조물로 안정적 적용을 위해서는 측정의 일관성을 유지할 수 있는 정형화된 프로토타입의 매크로-CT 장비의 개발이 필요함.

표 16. 연구개발 성과 관리 계획.

단계	종료 후 1년	종료 후 2년	종료 후 3년	종료 후 4년	종료 후 5년
I	기술 개발 단계	기술 개발 단계	기술 개발 단계	기술 개발 단계	기술 개발 단계
	☐ 완료	☐ 완료	☐ 완료	☐ 완료	☐ 완료
II	기술 검증·보완 단계	기술 검증·보완 단계	기술 검증·보완 단계	기술 검증·보완 단계	기술 검증·보완 단계
	☒ 준비 ☐ 진행중 ☐ 완료	☒ 준비 ☐ 진행중 ☐ 완료	☐ 준비 ☒ 진행중 ☐ 완료	☐ 준비 ☐ 진행중 ☒ 완료	☐ 준비 ☐ 진행중 ☒ 완료
III	실용화 추진 단계 (마케팅)	실용화 추진 단계 (마케팅)	실용화 추진 단계 (마케팅)	실용화 추진 단계 (마케팅)	실용화 추진 단계 (마케팅)
	☐ 준비 ☐ 진행중	☐ 준비 ☐ 진행중	☐ 준비 ☐ 진행중	☐ 준비 ☐ 진행중	☐ 준비 ☐ 진행중
IV	시장수용 단계	시장수용 단계	시장수용 단계	시장수용 단계	시장수용 단계
	☐ 초기발생 ☐ 지속발생	☐ 초기발생 ☐ 지속발생	☐ 초기발생 ☐ 지속발생	☐ 초기발생 ☐ 지속발생	☐ 초기발생 ☐ 지속발생

○ 사업화 모형 수립(BM)

- 2019년 28일 국회입법조사처 ‘도로 유지관리 현황과 과제’ 보고서에 따르면 국내 교량 중 15%에 해당

하는 교량이 준공 이후 30년 된 노후화 인프라 구조물이며 현재 20년 이상 된 교량은 45.7%에 달하고 있어 10년 후에는 교량 노후화율이 급증할 것으로 예상되고 있음.

KBS. 2016.12.30

꺼지고 금 가고...노후시설물 안전 비상

입력 2016.12.30 (23:27) | 수정 2016.12.30 (23:40)



한겨레. 2019.06.13

이낙연 총리 "긴급조치 필요한 기반시설 보수 내년까지 마무리"

글로벌경제신문. 2019.12.28

전국 30년 된 노후 교량 3906개... 10년 후 노후화율 급증

뉴스핍. 2019.06.13

이낙연 총리 "시설물 생애주기 고려, 안전관리 적용해 달라"

국정환안점검조정회의 주제안 이낙연 총리 지속가능 기반시설 안전강화 종합대책 논의

원 기사입력 : 2019년06월13일 10:04 / 최종수정 : 2019년06월13일 10:04

그림 42. 인프라 구조물의 노후화 문제에 대한 언론 보도.

- 1995년 ‘시설물 안전관리에 관한 특별법’ 제정 이후 노후화된 인프라시설물 등의 안전진단이 진행되고 있지만 더욱 정확한 안정성 판단을 위한 콘크리트 부재 내부 이미지를 제공함.
- 댐, 원자력발전소 같은 거대한 인프라 시설물에도 적용할 수 있는 전자기장을 사용한 매크로-CT를 개발할 계획임.
- 2015년 기준 안전진단 기업 수는 950개이며 이후로도 계속 증가하는 추세에 있음.
- 본 과제 종료 후 안전진단 기업 중 국내에서 큰 규모의 SQ 엔지니어링(주) 또는 한국 건설방재연구원과 기술실시계약을 체결할 예정임.

표 17. ‘시설물 안전관리에 관한 특별법’적용 안전진단 기업 수

[출처: 한국시설물안전진단협회, 2015년 기준].

구분	합계	토목 및 건축분야				토목분야	건축분야
		소계	4개 분야	3개 분야	2개 분야	1개 분야	1개 분야
등록업체수	950	282	30	40	204	343	325

- 정부가 2023년까지 노후 기반시설의 안전강화를 위해 32조원을 투자할 계획이라고 밝혔으며 이를 위해 2019년 6월 18일 국무회를 통해 ‘지속가능한 기반시설 안전강화 종합대책’을 마련하고 확정하였음.
- 하지만 노후 기반시설 관리현황에 관한 이력관리가 부족하며 노후 기반시설의 내부를 정확하게 판단하여 구조물의 안정성을 시뮬레이션 할 수 있는 체계적인 관리 시스템 확립이 필요한 것으로 판단하고 있음.

국토일보. 2019. 6. 18

정부, 비상 걸린 노후 SOC에 4년간 32조원 쏟는다

김준현 기자 | 승인 2019.06.18 15:42 | 댓글 0

국무회의서 '지속가능한 기반시설 안전강화 종합대책' 확정
생활안전 위협요인 조기 발굴 및 노후 기반시설 안전투자
선제적 관리강화 체계 마련 및 스마트한 관리체계 구축

경향신문. 2019. 6. 18.

노후 시설물 안전에 4년간 32조원 투자

박성영 기자 sypark@kyunghyang.com



서울 서대문구 중정로 KT아원국사 화재현장. 연합뉴스

그림 43. 정부 노후 SOC에 32조원 투자 계획 발표 언론보도.

- SQ 엔지니어링(주)와 본 연구에서 진행하는 콘크리트 부재 적용 EIT를 이용하여 콘크리트 구조물의 내부 상태를 이미지화 할 수 있는 기술을 확보함.
- 본 기술을 이용하여 아래 그림과 같이 국토교통부에서 실시하는 사업에 입찰을 통하여 우수한 기술을 선보이고 이를 통하여 정확한 노후 구조물의 이후 사용가능 연수를 정확하게 도출할 수 있는 정보를 제공함.



그림 44. 본 연구에서 개발될 콘크리트 부재용 EIT 기술과 기술협약을 추진할 SQ 엔지니어링과 공동으로 국토교통부 사업입찰을 통한 사업화 수익모델.

○ 필요한 추가 연구

- 본 연구에서는 원형 단면의 콘크리트 샘플에서 철근이 한 개 매립된 경우에서만 EIT 측정을 진행했지만, 실제로는 철근이 한 개뿐만 아니라 여러개가 매립된 복철근 콘크리트 구조물이 일반적이므로, 철근이 두 개 이상 매립된 경우에 대해서 EIT 측정의 추0가 연구가 필요함. 또한, 일반적인 콘크리트 구조물은 사각단면이므로 사각 단면의 콘크리트 샘플을 제작하여 추가 검증이 필요함.
- 일반적으로 철근 영역보다 미세한 영역의 균열 감지 수준의 분해능을 확보하기 위해서는, 머신러닝에 필요한 데이터 개수가 더 많이 요구됨. 하지만, 본 연구에서 수집한 데이터 개수는 224개 이고, 추가적인 데이터 수집을 위해서는 상당한 연구기간이 필요할 것으로 예상되어, 추가 후속 연구가 필요함.

○ 기술개발 완료 시점 성과활용계획

- 본 과제로 발생된 기술개발이 완료된 시점에 적용가능한 분야는 구조물 안전 진단 관리 분야이다. 정부는 노후 기반시설의 안전강화를 위해 약 32조원을 투자할 계획이라고 밝혔으며, 이와 비슷한 시장규모가 될 것으로 판단됨.
- 본 기술의 수요처는 국토안전관리원, 한국시설물안전진단협회, 코레일, 한국도로공사 등의 시설물의 안전 관리가 필요한 공공기관에서 본 기술이 필요할 것으로 예상됨.

6. 참고 문헌

- [1] P.K. Mehta, P.J.M. Monteiro, Concrete: microstructure, properties, and materials, McGraw-Hill Education, 2014. ISBN: 9780071797870.
- [2] M.-H. Lee, J.-C. Lee, Study on the cause of pop-out defects on the concrete wall and repair method, Construction and Building Materials., (23) (2009), pp. 482-490
- [3] S. Baek, W. Xue, M.Q. Feng, S. Kwon, Nondestructive Corrosion Detection in RC Through Integrated Heat Induction and IR Thermography, Journal of Nondestructive Evaluation., (31) (2012), pp. 181-190
- [4] D. Smyl, Electrical tomography for characterizing transport properties in cement-based materials: A review, Construction and Building Materials., (244) (2020), pp. 118299
- [5] K. Karhunen, A. Seppänen, A. Lehtikainen, P.J.M. Monteiro, J.P. Kaipio, Electrical Resistance Tomography imaging of concrete, Cement and Concrete Research., (40) (2010), pp. 137-145
- [6] T.N. Tallman, D.J. Smyl, Structural health and condition monitoring via electrical impedance tomography in self-sensing materials: a review, Smart Materials and Structures., (29) (2020), pp. 123001
- [7] R. Harikumar, R. Prabu, S. Raghavan, Electrical impedance tomography (EIT) and its medical applications: a review, Int. J. Soft Comput. Eng., (3) (2013), pp. 193-198
- [8] M. Hallaji, A. Seppänen, M. Pour-Ghaz, Electrical resistance tomography to monitor unsaturated moisture flow in cementitious materials, Cement and Concrete Research., (69) (2015), pp. 10-18
- [9] D. Smyl, M. Pour-Ghaz, A. Seppänen, Detection and reconstruction of complex structural cracking patterns with electrical imaging, NDT & E International., (99) (2018), pp. 123-133
- [10] M. Hallaji, M. Pour-Ghaz, A new sensing skin for qualitative damage detection in concrete elements: Rapid difference imaging with electrical resistance tomography, NDT & E International., (68) (2014), pp. 13-21
- [11] T.-C. Hou, J.P. Lynch, Electrical Impedance Tomographic Methods for Sensing Strain Fields and Crack Damage in Cementitious Structures, Journal of Intelligent Material Systems and Structures., (20) (2009), pp. 1363-1379
- [12] D. Smyl, R. Rashetnia, A. Seppänen, M. Pour-Ghaz, Can Electrical Resistance Tomography be used for imaging unsaturated moisture flow in cement-based materials with discrete cracks?, Cement and Concrete Research., (91) (2017), pp. 61-72

부록: 세부 연구내용

1. 1차원 및 2차원 Forward 모델 개발

1-1. 라플라스 방정식의 정해석

○ 직사각형 단면에서 한단 경계 조건

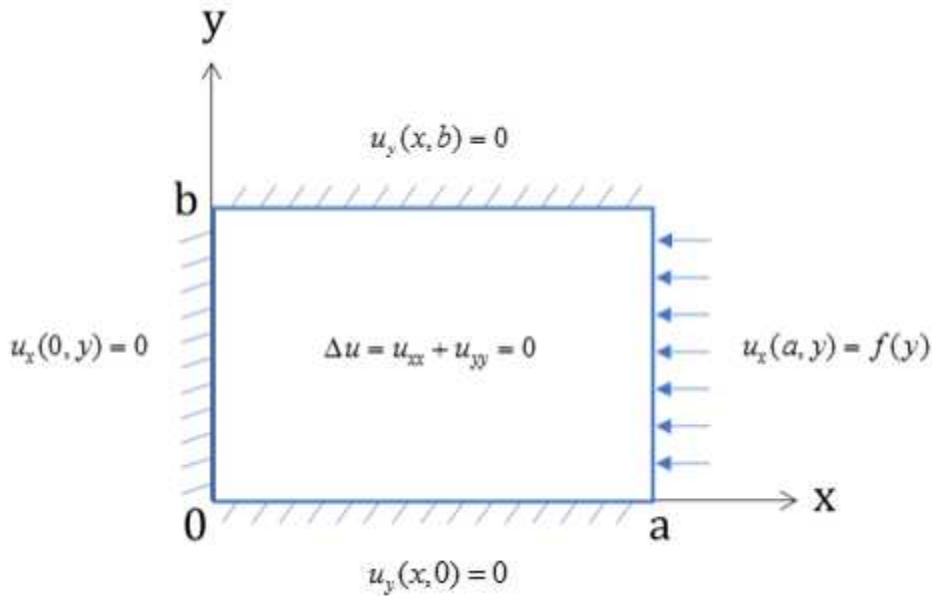
다음 그림과 같은 직사각형 단면의 전기 퍼텐셜에 대한 지배 방정식은 직교 좌표계에서 2차 편미분 방정식(PDE)인 라플라스 방정식(Laplace's equation)임.

$$\sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{식 1})$$

$$\text{즉, } \nabla(\sigma \nabla u) = 0$$

여기서 u 는 전기 퍼텐셜(전위)

σ 는 전기 전도율



[그림 1] 직사각형 단면에서의 한단 비균질한 노이만 경계 조건(Neumann boundary condition)

전기 전도율 σ 가 일정한 값을 가질 때 지배 방정식 (식 1)은 다음과 같이 표현됨.

$$\nabla^2 u = \Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (\text{식 2})$$

직교 좌표계에서 직사각형 단면의 범위는 $0 < x < a$, $0 < y < b$ 와 같음. 경계에서 법선 벡터 방향으로의 미분 값을 나타내는 노이만 경계 조건에 따라 전류 흐름이 있는 직사각형 단면에서의 경계 조건은

$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = I$ 로 나타낼 수 있음. 마찬가지로 전류가 주어지지 않은 직사각형 단면에서의 경계 조건은 $\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = 0$

이라 할 수 있음. [그림 1]에서 직사각형 단면의 우측에만 전류가 주어지고, 나머지 부분에는 전류 흐름이

없으므로 주어진 경계 조건을 정리하면 다음과 같음.

$$u_x(0, y) = 0 \quad u_x(a, y) = f(y) \quad (\text{식 3.1,2})$$

$$u_y(x, 0) = 0 \quad u_y(x, b) = 0 \quad (\text{식 4.1,2})$$

이때 경계 조건은 직사각형 단면의 우측을 제외하고 모두 균질한 경계 조건을 가지게 됨.

이제 변수분리(separation of variables)를 이용하기 위해서 $u(x, y)$ 를 다음과 같이 가정함.

$$u(x, y) = X(x)Y(y) \quad (\text{식 5})$$

(식 5)를 (식 2)에 대입하면 $X''(x)Y(y) + X(x)Y''(y) = 0$ (식 6)이 되고, $X''(x)Y(y) = -X(x)Y''(y)$ (식 7)로 정리할 수 있음. 이 식을 다음과 같이 독립변수 x, y 로 정리하고, 모든 x, y 에 대하여 식이 성립할 수 있도록 임의의 상수 λ^2 로 둠.

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = -\frac{Y''(y)}{Y(y)} = \lambda^2 \quad (\text{식 8})$$

이제 다음과 같이 두 개의 2차 상미분 방정식(ODE)으로 분리할 수 있음.

$$X''(x) - \lambda^2 X(x) = 0 \quad (\text{식 9})$$

$$Y''(y) + \lambda^2 Y(y) = 0 \quad (\text{식 10})$$

먼저, (식 10)의 일반해(general solution)를 구하면

$$Y(y) = A \cos \lambda y + B \sin \lambda y \quad (\text{식 11})$$

여기서 A, B 는 적분상수

(식 4.1.2)로부터 균질한 경계 조건은 $Y'(0) = 0$, $Y'(b) = 0$ (식 11-1,2) 이므로 경계 조건을 대입하기 위해 (식 11)의 1차 미분 방정식을 구하면 다음과 같음.

$$Y'(y) = -A\lambda \sin \lambda y + B\lambda \cos \lambda y \quad (\text{식 12})$$

(식 11-1,2)의 경계 조건을 (식 12)에 대입하면 $Y'(0) = B\lambda = 0$ (식 13) 이고, $B = 0$ 또는 $\lambda = 0$ (식 14.1,2)이 됨. 여기서 (식 14.2)에 따라 $\lambda = 0$ 이라면, $Y'(y) = 0$ 이 되어 모든 y 에 대해서 $Y'(y) = 0$ 이라는 결과를 낳게 되므로 자명해(trivial solution)를 갖게 됨. 그러므로 $\lambda = 0$ 이라는 것은 적절하지 않음. 따라서 $\lambda \neq 0$ 이므로 (식 14.1)에 따라 $B = 0$ 이 되고 (식 12)는 다음과 같음.

$$Y'(y) = -A\lambda \sin \lambda y \quad (\text{식 15})$$

이제 (식 11-1,2)의 경계 조건을 (식 15)에 대입하면, $Y'(b) = -A\lambda \cdot \sin \lambda b = 0$ (식 16)이므로 $A\lambda = 0$ 또는 $\sin \lambda b = 0$ (식 17.1,2)이 됨. 여기서 (식 17.1)에 따라 $A\lambda = 0$ 을 만족시키려면 $\lambda \neq 0$ 이므로 $A = 0$ 이 되어야 함. 그러나 (식 14.1)에서 $B = 0$ 이므로 적분상수 A, B 가 모두 $A = B = 0$ 이 되어 $Y'(y) = 0$, $Y(y) = 0$ 이 되므로 y 에 대한 해를 구할 수 없음. 따라서 $A \neq 0$, (식 17.2)에 따라 $\sin \lambda b = 0$ (식 18)이 되어야 함.

(식 18)을 만족시키기 위한 $\lambda b = n\pi$ ($n=1,2,3,\dots$) (식 19)이고, $\lambda_n = \frac{n\pi}{b}$ ($n=1,2,3,\dots$) (식 20)로 정리할 수 있음. (식 11)에서 $Y(y) = A \cos \lambda y$ 이고, 위의 (식 20)을 대입하여 정리하면 다음과 같음.

$$Y_n = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad Y_0 = 1(A=1) \quad (\text{식 21.1,2})$$

이제 (식 9)의 일반해(general solution)를 구하면

$$X_n = C_n \cosh \lambda_n x + D_n \sinh \lambda_n x \quad (\text{식 22})$$

여기서 C_n, D_n 은 적분상수

가 됨. (식 3.1)로부터 경계 조건은 $X'_n(0) = 0$ (식 23)이므로 경계 조건을 대입하기 위해 (식 22)의 1차 미분 방정식을 구하면 다음과 같음.

$$X'_n = C_n \lambda_n \sinh \lambda_n x + D_n \lambda_n \cosh \lambda_n x \quad (\text{식 24})$$

(식 23)의 경계 조건을 (식 24)에 대입하면 $X'_n(0) = D_n \lambda_n = 0$ (식 25)가 되고, $\lambda_n \neq 0$ 이므로 $D_n = 0$

(식 26)이 됨. 따라서 (식 24)와 (식 22)는 각각 다음과 같음. $X'_n = C_n \lambda_n \sinh \lambda_n x$ (식 27),

$X_n = C_n \cosh \lambda_n x$ (식 28)이고, (식 20)으로부터 $\lambda_n = \frac{n\pi}{b}$ ($n=1,2,3,\dots$) 을 대입하여 (식 28)을 정리하면 다음과 같음.

$$X_n = \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \quad X_0 = 1(C_0=1) \quad (\text{식 28.1,2})$$

따라서 $u(x, y)$ 는 (식 5)에서 $u(x, y) = X(x)Y(y)$ 이므로 (식 28.1)에서 구한 $X_n = \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right)$ 와 (식

21.1)에서 구한 $Y_n = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$ 을 각각 대입하면,

$$u_n(x, y) = X_n Y_n = \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 29})$$

$$u_0(x, y) = X_0 Y_0 = 1 \quad (\text{식 30})$$

이 되고, 균질한 경계 조건을 만족시킴. (식 29)와 (식 30)을 정리하면 $u(x, y)$ 에 대한 다음과 같은 결과를 얻을 수 있음.

$$u(x, y) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 31})$$

여기서 A_0 와 A_n 은 임의 상수

이제 (식 3.2)의 경계 조건을 대입하기 위해 (식 31)의 x 에 대한 1차 미분 방정식을 구하면 다음과 같음.

$$u_x(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 32})$$

(식 32)에 (식 3.2)의 경계 조건을 대입하면

$$u_x(a, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = f(y) \quad (\text{식 33})$$

가 됨. 이 식은 상수항이 존재하지 않는 푸리에(Fourier) 코사인 급수와 같으므로 코사인 급수항의 계수를 a_n 으로 치환하면

$$a_n = A_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \quad (\text{식 34})$$

이므로 (식 33)은 다음과 같이 쓸 수 있음.

$$f(y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 35})$$

여기서 $f(y)$ 함수의 주기를 0에서 b 로 가정하면 (식 35)의 계수 a_n 은

$$a_n = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad (\text{식 36})$$

로 구할 수 있고, (식 35)에서 상수항이 존재하지 않으므로 $a_0 = 0$ 이 됨. $a_0 = 0$ 이 되기 위해서는 (식 36)에서 $\int_0^b f(y) dy = 0$ 이 되어야 함을 알 수 있음. (식 34)와 (식 36)으로부터

$$A_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad (\text{식 37})$$

이므로, (식 37)를 A_n 에 대한 식으로 정리하면

$$A_n = \frac{2}{n\pi \cdot \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right)} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad (\text{식 38})$$

가 됨. 따라서, (식 38)을 (식 31)에 대입하면 $u(x, y)$ 에 대한 다음과 같은 식을 얻을 수 있음.

$$u(x, y) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 39})$$

여기서

$$A_n = \frac{2}{n\pi \cdot \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right)} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad (\text{식 40})$$

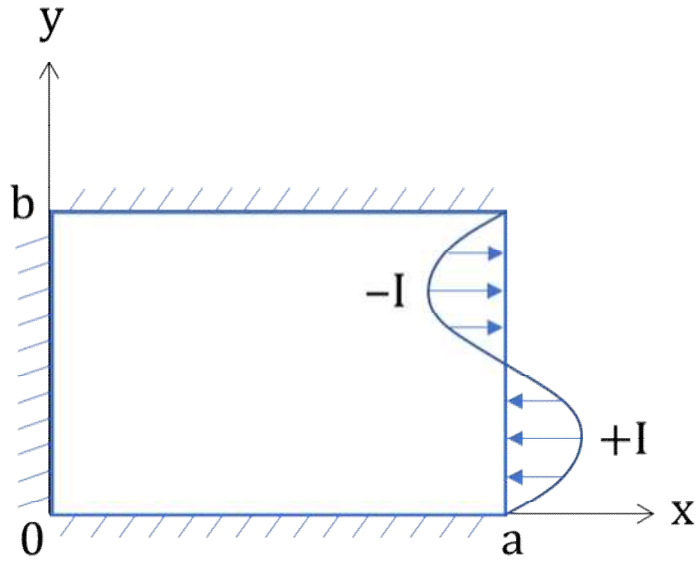
○ 경계 조건 함수 적용

이제 직사각형 단면의 우측 경계에만 전류의 변화가 발생한다고 가정하고, 제공되는 전류 흐름에 따라 $f(y)$ 함수를 특정하면 직사각형 단면 내부의 전류 흐름과 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 알 수 있음.

- 사인 함수 경계 조건

먼저 $f(y)$ 함수를 다음 그림과 같이 사인 함수로 가정하고, 직사각형 단면의 우측 경계($x=a$)에서 수직

방향으로 $0 \leq y \leq \frac{b}{2}$ 의 범위에서 전류가 주입(+I)되어 $\frac{b}{2} \leq y \leq b$ 의 범위로 전류가 흘러 나간다(-I)고 함.



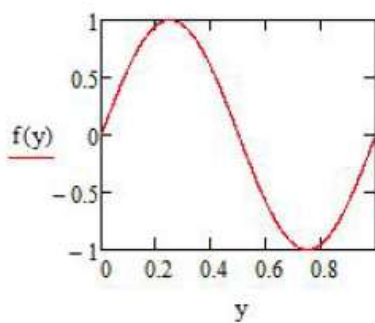
[그림 2] 직사각형 단면에서 사인 함수의 경계 조건

$$f(y) = \sin\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \quad 0 \leq y \leq b \quad (\text{식 } 41)$$

(식 41)을 (식 40)에 대입하여 (식 39)를 구하면 직사각형 단면에서 우측 경계에 사인 함수 형태로 전류의 흐름이 있을 때 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음. 해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$a := 1 \quad b := 1$$

$$f(y) := \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{b}\right)$$



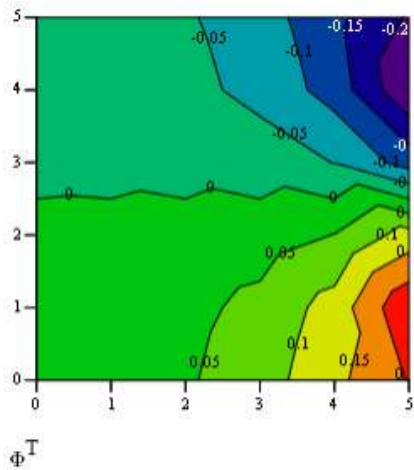
$$A(n) := \frac{2}{n \pi \sinh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot a}{b}\right)} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) dy$$

$$A(1) = 0.023$$

$$u(x,y) := \sum_{n=1}^{10} \left(A(n) \cdot \cosh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{b}\right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) \right)$$

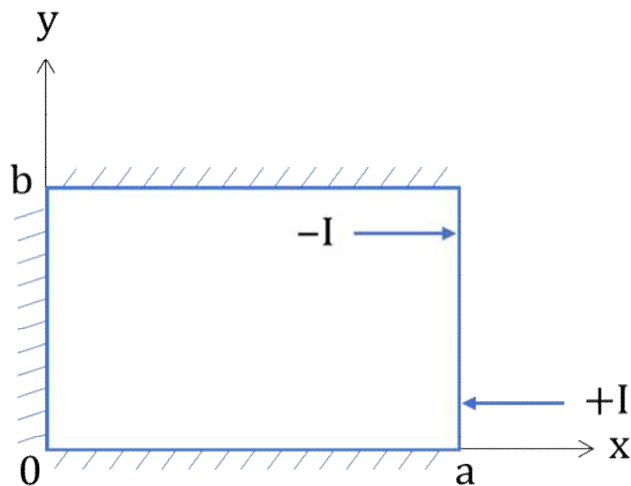
$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.023 & 0.028 & 0.044 & 0.078 & 0.137 & 0.206 \\ 0.019 & 0.023 & 0.036 & 0.064 & 0.120 & 0.244 \\ 7.237 \times 10^{-3} & 8.728 \times 10^{-3} & 0.014 & 0.025 & 0.051 & 0.122 \\ -7.237 \times 10^{-3} & -8.728 \times 10^{-3} & -0.014 & -0.025 & -0.051 & -0.122 \\ -0.019 & -0.023 & -0.036 & -0.064 & -0.120 & -0.244 \\ -0.023 & -0.028 & -0.044 & -0.078 & -0.137 & -0.206 \end{pmatrix}$$



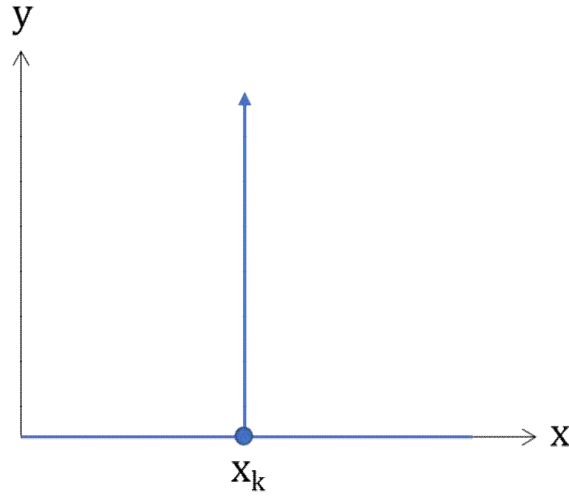
- 디랙 델타 함수 경계 조건

이제 실체에 근접하도록 한 점에 전류가 주입되어 다른 한 점으로 흘러 나간다고 하겠음. 다음 그림과 같이 직사각형 단면의 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 전류($+I$)가 주입되어 $y=0.8b$ 인 지점으로 전류($-I$)가 흘러 나간다고 한다면, 경계 조건의 함수 $f(y)$ 는 디랙 델타 함수(dirac delta function)를 이용하여 표현할 수 있음.



[그림 3] 직사각형 단면에서 디랙 델타 함수의 경계 조건

디랙 델타 함수는 한 점(point)을 정의할 때 사용하며, 해당되는 점에서 $\delta(x)=\infty$, 그 외의 점에서 $\delta(x)=0$ 의 값을 갖게 됨. 이를 수학적으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있음.



[그림 4] 디랙 델타 함수의 도식화

$$x = x_k \text{ 일 때 } \delta(x) = \infty \quad (\text{식 42})$$

$$x \neq x_k \text{ 일 때 } \delta(x) = 0 \quad (\text{식 43})$$

디랙 델타 함수는 $x = x_k$ 일 때만 값이 존재하기 때문에 x 와 x_k 를 서로 바꾸더라도 값은 같다고 할 수 있음.

$\delta(x - x_k) = \delta(x_k - x)$ (식 44)가 성립하고 임의의 함수 $f(x)$ 에 대해 $f(x_k)\delta(x - x_k) = f(x)\delta(x - x_k)$ (식 45)라고 할 수 있음. (식 42)와 (식 43)을 적분 형태로 정의하면 디랙 델타 함수는 다음과 같이 표현할 수 있음.

$$x = x_k \text{ 일 때 } \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_k) dx = 1 \quad (\text{식 46})$$

$$x \neq x_k \text{ 일 때 } \delta(x) = 0 \quad (\text{식 47})$$

(식 46)의 양변에 임의의 함수 $f(x_k)$ 를 곱하고 (식 46)을 이용하면,

$$f(x_k) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_k) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_k) \delta(x - x_k) dx = f(x_k) \quad (\text{식 48}) \text{이 되고, (식 48)은 다시 (식 45)를}$$

적용하여 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - x_k) dx = f(x_k)$ (식 49)로 바꿔 쓸 수 있음. 그러므로 $y = 0.2b$ 인 지점의 디랙

델타 함수는 $\int_0^b \delta(y - 0.2b) \cdot f(y) dy = f(0.2b) = 1$ (식 50)이 되고, $y = 0.8b$ 인 지점의 디랙 델타 함수는

$$\int_0^b \delta(y - 0.8b) \cdot f(y) dy = f(0.8b) = -1 \quad (\text{식 51}) \text{이 됨. (식 50), (식 51)을 (식 40)에 대입하여 (식 39)를}$$

구하면 직사각형 단면의 우측 경계에 위치한 어떤 점에 전류가 제공될 때 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음. 해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$a := 1 \quad b := 1 \quad y_1 := 0.2 \quad y_2 := 0.8$$

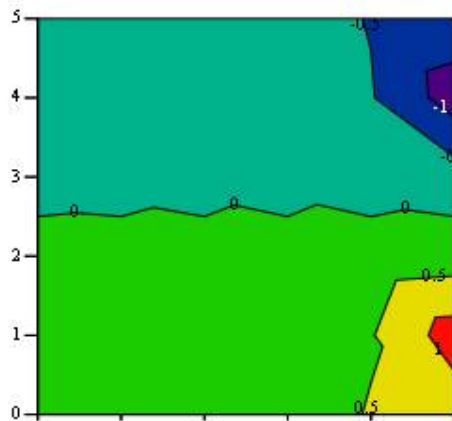
$$A(n) := \frac{2}{n \pi \sinh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot a}{b}\right)} \left(\cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y_1}{b}\right) - \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y_2}{b}\right) \right)$$

$$A(1) = 0.089$$

$$u(x, y) := \sum_{n=1}^{10} \left[A(n) \cdot \cosh\left(n \pi \frac{x}{b}\right) \cdot \cos\left(n \pi \frac{y}{b}\right) \right]$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

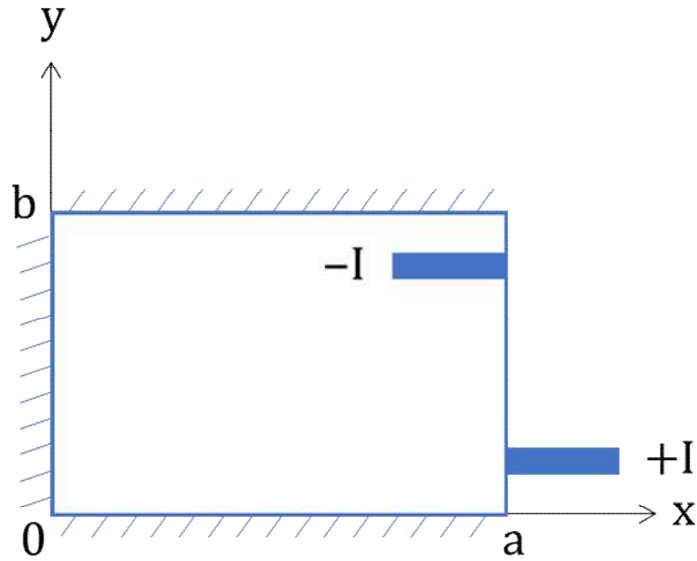
$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.089 & 0.107 & 0.169 & 0.297 & 0.523 & 0.706 \\ 0.072 & 0.087 & 0.137 & 0.245 & 0.466 & 1.242 \\ 0.028 & 0.033 & 0.053 & 0.095 & 0.177 & 0.252 \\ -0.028 & -0.033 & -0.053 & -0.095 & -0.177 & -0.252 \\ -0.072 & -0.087 & -0.137 & -0.245 & -0.466 & -1.242 \\ -0.089 & -0.107 & -0.169 & -0.297 & -0.523 & -0.706 \end{pmatrix}$$



Φ^T

- 상수 함수 경계 조건

이제 제공되는 전류를 한 점에 작용하는 무한대의 값이 아닌 어느 정도 폭이 있고 유한한 크기를 가진 값으로 가정함. 다음 그림과 같이 직사각형 단면의 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 폭이 0.1이고 높이가 10 정도인 전류가 주입되게 함. 그리고 동일한 폭과 높이를 갖되 $y=0.8b$ 인 지점으로 전류가 흘러 나가게 함.



[그림 5] 직사각형 단면에서 상수 함수의 경계 조건

그림처럼 폭이 0.1, 높이가 10이 되는 함수 $f(y)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있음.

$$f(y) = \int_{0.15}^{0.25} 10 \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \int_{0.75}^{0.85} (-10) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad (\text{식 52})$$

(식 52)를 (식 40)에 대입하여 (식 39)를 구하면 직사각형 단면의 우측 경계에서 어떤 위치에 일정한 폭과 크기를 가진 전류가 제공될 때 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음.

해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$a := 1 \quad b := 1$$

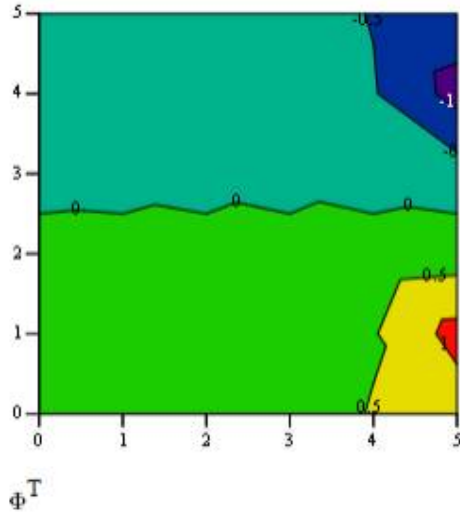
$$A(n) := \frac{2}{n\pi \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right)} \left(\int_{0.15}^{0.25} 10 \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \int_{0.75}^{0.85} -10 \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \right)$$

$$A(1) = 0.089$$

$$u(x, y) := \sum_{n=1}^{10} \left[\left(A(n) \cdot \cosh\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \right) \cdot \cos\left(n\pi \frac{y}{b}\right) \right]$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.089 & 0.107 & 0.168 & 0.296 & 0.523 & 0.708 \\ 0.072 & 0.087 & 0.137 & 0.243 & 0.463 & 1.18 \\ 0.027 & 0.033 & 0.052 & 0.094 & 0.177 & 0.253 \\ -0.027 & -0.033 & -0.052 & -0.094 & -0.177 & -0.253 \\ -0.072 & -0.087 & -0.137 & -0.243 & -0.463 & -1.18 \\ -0.089 & -0.107 & -0.168 & -0.296 & -0.523 & -0.708 \end{pmatrix}$$



- 가우스 함수 경계 조건

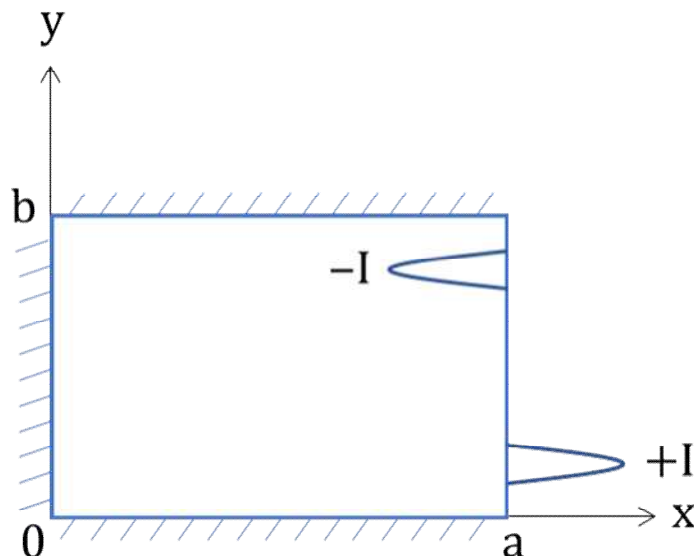
마지막으로 더 실제에 근접한 경우를 고려하면 주입되는 전류가 일정한 폭에 유한한 크기를 갖더라도 그 크기가 주어진 폭을 따라 동일한 값을 갖는다고 할 수 없을 것임. 실제로는 일정한 폭의 가운데를 중심으로 전류의 집중이 발생하고 양쪽으로 멀어질수록 점점 작아진다고 할 수 있음. 중심에서 최대의 값을 갖고 좌우 대칭이며 종 모양의 형태로 나타난다면, 경계 조건의 함수 $f(y)$ 는 가우스 함수(Gaussian function)로 가정할 수 있음. 평균이 μ 이고, 분산이 σ^2 인 정규분포를 나타내는 가우스 함수는 다음과 같음.

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{식 53})$$

여기서 σ = 종 곡선의 너비

μ = 꼭대기 중심의 위치

다음 그림과 같이 직사각형 단면의 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 전류($+I$)가 주입되어 $y=0.8b$ 인 지점으로 전류($-I$)가 흘러 나갈 때, 가우스 함수를 적용하면 다음과 같음.



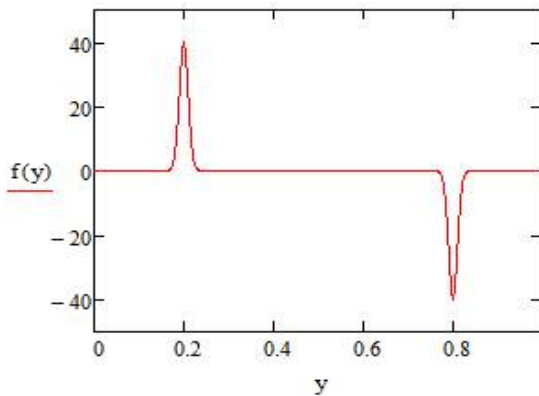
[그림 6] 직사각형 단면에서 가우스 함수의 경계 조건

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{식 54})$$

(식 54)를 (식 40)에 대입하여 (식 39)를 구하면 직사각형 단면의 우측 경계에서 어떤 위치에 일정한 폭을 갖지만 크기가 변하는 전류가 제공될 때 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음. 해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$a := 1 \quad b := 1 \quad \sigma := 0.01 \quad \mu_1 := 0.2 \quad \mu_2 := 0.8$$

$$f(y) := \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-0.5\left[\frac{(y-\mu_1)}{\sigma}\right]^2} - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-0.5\left[\frac{(y-\mu_2)}{\sigma}\right]^2}$$



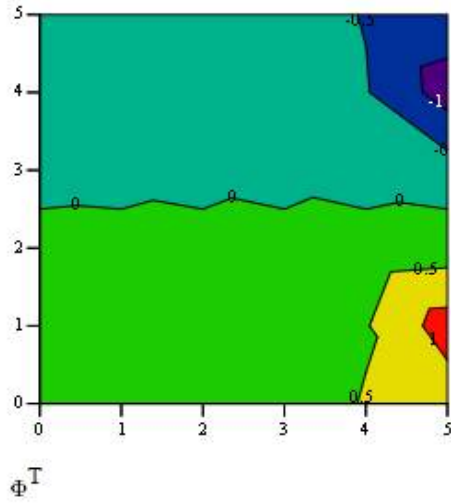
$$A(n) := \frac{2}{n\pi \sinh\left(n\pi \frac{a}{b}\right)} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(n\pi \frac{y}{b}\right) dy$$

$$A(1) = 0.089$$

$$u(x, y) := \sum_{n=1}^{10} \left[\left(A(n) \cdot \cosh\left(n\pi \frac{x}{b}\right) \right) \cdot \cos\left(n\pi \frac{y}{b}\right) \right]$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.089 & 0.107 & 0.169 & 0.297 & 0.523 & 0.706 \\ 0.072 & 0.087 & 0.137 & 0.244 & 0.466 & 1.234 \\ 0.028 & 0.033 & 0.053 & 0.095 & 0.177 & 0.252 \\ -0.028 & -0.033 & -0.053 & -0.095 & -0.177 & -0.252 \\ -0.072 & -0.087 & -0.137 & -0.244 & -0.466 & -1.234 \\ -0.089 & -0.107 & -0.169 & -0.297 & -0.523 & -0.706 \end{pmatrix}$$



○ 직사각형 단면에서 양단 경계 조건

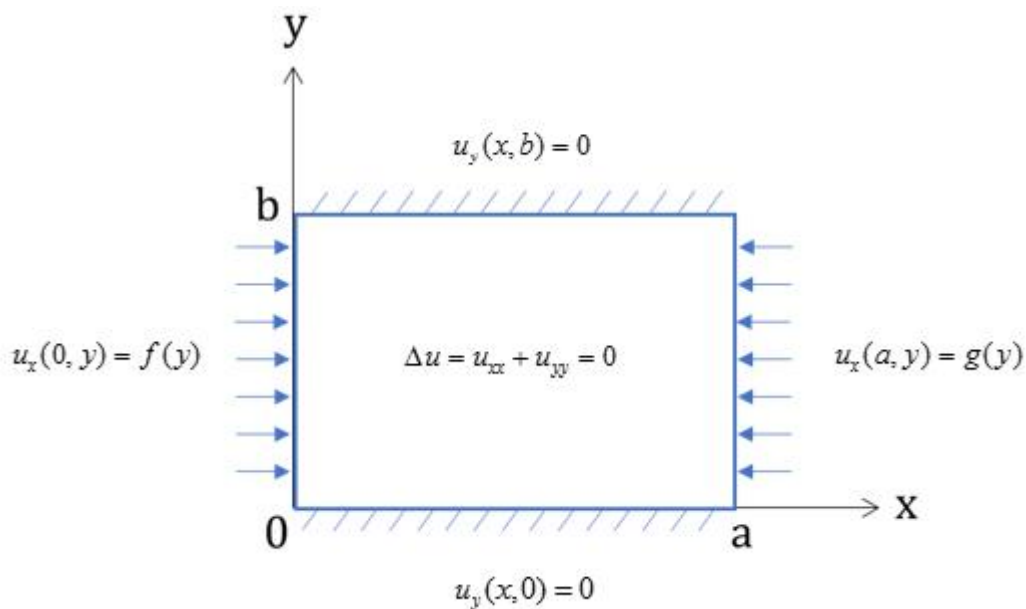
다음으로 전류 흐름이 직사각형 단면의 양단 경계에 발생하는 경우를 고려함. 다음 그림과 같은 직사각형 단면의 전기 퍼텐셜에 대한 지배 방정식은 직교 좌표계에서 2차 편미분 방정식(PDE)인 라플라스 방정식임.

$$\sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{식 55})$$

$$\text{즉, } \nabla(\sigma \nabla u) = 0$$

여기서 u 는 전기 퍼텐셜(전위)

σ 는 전기 전도율



[그림 7] 직사각형 단면에서의 양단 비균질한 노이만 경계 조건

전기 전도율 σ 가 일정한 값을 가질 때 지배 방정식 (식 55)은 다음과 같이 표현됨.

$$\nabla^2 u = \Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (\text{식 56})$$

직교 좌표계에서 직사각형 단면의 범위는 $0 < x < a$, $0 < y < b$ 와 같음. 경계에서 법선 벡터 방향으로의 미분 값을 나타내는 노이만 경계 조건에 따라 전류 흐름이 있는 직사각형 단면에서의 경계 조건은

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = I \quad \text{로 나타낼 수 있음. 마찬가지로 전류가 주어지지 않은 직사각형 단면에서의 경계 조건은} \quad \sigma \frac{\partial u}{\partial n} = 0$$

이라 할 수 있음. [그림 7]에서 직사각형 단면의 좌우 경계에만 전류 변화가 있고, 위아래 경계에는 전류 흐름이 없으므로 주어진 경계 조건을 정리하면 다음과 같음.

$$u_x(0, y) = f(y) \quad u_x(a, y) = g(y) \quad (\text{식 57.1,2})$$

$$u_y(x, 0) = 0 \quad u_y(x, b) = 0 \quad (\text{식 58.1,2})$$

이때 경계 조건은 직사각형 단면의 좌우를 제외하고 모두 균질한 경계 조건을 가지게 됨.

이제 변수분리를 이용하기 위해서 $u(x, y)$ 를 다음과 같이 가정함.

$$u(x, y) = X(x)Y(y) \quad (\text{식 59})$$

(식 59)를 (식 56)에 대입하면 $X''(x)Y(y) + X(x)Y''(y) = 0$ (식 60)이 되고, $X''(x)Y(y) = -X(x)Y''(y)$ (식 61)로 정리할 수 있음. 이 식을 다음과 같이 독립변수 x, y 로 정리하고, 모든 x, y 에 대하여 식이 성립할 수 있도록 임의의 상수 λ^2 로 둬.

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = -\frac{Y''(y)}{Y(y)} = \lambda^2 \quad (\text{식 62})$$

이제 다음과 같이 두 개의 2차 상미분 방정식(ODE)으로 분리할 수 있음.

$$X''(x) - \lambda^2 X(x) = 0 \quad (\text{식 63})$$

$$Y''(y) + \lambda^2 Y(y) = 0 \quad (\text{식 64})$$

먼저, (식 64)의 일반해(general solution)를 구하면

$$Y(y) = A \cos \lambda y + B \sin \lambda y \quad (\text{식 65})$$

여기서 A, B 는 적분상수

(식 58.1,2)로부터 균질한 경계 조건은 $Y'(0) = 0$ $Y'(b) = 0$ (식 65-1,2) 이므로 경계 조건을 대입하기 위해 (식 65)의 1차 미분 방정식을 구하면 다음과 같음.

$$Y'(y) = -A\lambda \sin \lambda y + B\lambda \cos \lambda y \quad (\text{식 66})$$

(식 65-1,2)의 경계 조건을 (식 66)에 대입하면 $Y'(0) = B\lambda = 0$ (식 67) 이고, $B = 0$ 또는 $\lambda = 0$ (식 68.1,2)이 됨. 여기서 (식 68.2)에 따라 $\lambda = 0$ 이라면, $Y'(y) = 0$ 이 되어 모든 y 에 대해서 $Y'(y) = 0$ 이라는 결과를 낳게 되므로 자명해를 갖게 됨. 그러므로 $\lambda = 0$ 이라는 것은 적절하지 않음. 따라서 $\lambda \neq 0$ 이므로 (식 68.1)에 따라 $B = 0$ 이 되고 (식 66)은 다음과 같음.

$$Y'(y) = -A\lambda \sin \lambda y \quad (\text{식 69})$$

이제 (식 65-1,2)의 경계 조건을 (식 69)에 대입하면, $Y'(b) = -A\lambda \cdot \sin \lambda b = 0$ (식 70)이므로 $A\lambda = 0$ 또는 $\sin \lambda b = 0$ (식 71.1,2)이 됨. 여기서 (식 71.1)에 따라 $A\lambda = 0$ 을 만족시키려면 $\lambda \neq 0$ 이므로 $A = 0$ 이 되어야 함. 그러나 (식 68.1)에서 $B = 0$ 이므로 적분상수 A, B 가 모두 $A = B = 0$ 이 되어 $Y'(y) = 0$, $Y(y) = 0$ 이 되므로 y 에 대한 해를 구할 수 없음. 따라서 $A \neq 0$, (식 71.2)에 따라 $\sin \lambda b = 0$ (식 72)이 되어야 함. (식 72)를 만족시키기 위한 $\lambda b = n\pi$ ($n=1,2,3,\dots$) (식 73)이고, $\lambda_n = \frac{n\pi}{b}$ ($n=1,2,3,\dots$) (식 74)로 정리할 수 있음. (식 65)에서 $Y(y) = A \cos \lambda y$ 이고, 위의 (식 74)를 대입하여 정리하면 다음과 같음.

$$Y_n = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad A = 1 \quad (\text{식 75.1,2})$$

이제 (식 63)의 일반해를 구하면

$$X_n = C_n \cosh \lambda_n x + D_n \sinh \lambda_n x \quad (\text{식 76})$$

여기서 C_n, D_n 은 적분상수

$$(\text{식 74})\text{로부터 } \lambda_n = \frac{n\pi}{b} \quad (n=1,2,3,\dots)\text{이므로 } X_n = C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \quad (\text{식 77})\text{이 됨.}$$

$u(x, y)$ 는 (식 59)에서 $u(x, y) = X(x)Y(y)$ 이므로 (식 77)에서 구한 $X_n = C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right)$ 와 (식 75.1)에서 구한 $Y_n = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$ 을 각각 대입하면,

$$u_n(x, y) = X_n Y_n = \left\{ C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 78})$$

이 되고, 균질한 경계 조건을 만족시킴. (식 78)을 $u(x, y)$ 에 대한 급수 형태로 변경하면 다음과 같음.

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 79})$$

(식 57.1,2)로부터 비균질한 경계 조건은 $u_x(0, y) = f(y)$, $u_x(a, y) = g(y)$ 이므로 경계 조건을 대입하기 위해 (식 79)의 x 에 대한 1차 미분 방정식을 구하면 다음과 같음.

$$u_x(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 80})$$

이제 (식 80)에 (식 57.1)의 경계 조건을 대입하면

$$u_x(0, y) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = f(y) \quad (\text{식 81})$$

가 됨. 이 식은 상수항이 존재하지 않는 푸리에(Fourier) 코사인 급수와 같으므로 코사인 급수항의 계수를

d_n 으로 치환하면 $d_n = D_n \frac{n\pi}{b}$ (식 82)이므로 (식 81)은 다음과 같이 변경할 수 있음.

$$f(y) = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 83})$$

여기서 $f(y)$ 함수의 주기를 0에서 b 로 가정하면 (식 82)의 계수 d_n 은 $d_n = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy$ (식 84)로 구할 수 있고, (식 83)에서 상수항이 존재하지 않으므로 $d_0 = 0$ 이 됨. $d_0 = 0$ 이 되기 위해서는 (식 84)에서 $\int_0^b f(y) dy = 0$ 이 되어야 함을 알 수 있음.

(식 82)와 (식 84)로부터 $D_n \frac{n\pi}{b} = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy$ (식 85)이므로, (식 85)를 D_n 에 대한 식으로

정리하면 $D_n = \frac{2}{n\pi} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy$ (식 86)이 됨. 다음으로 (식 57.2)의 경계 조건을 (식 80)에

대입하면 $u_x(a, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \right] \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = g(y)$ (식 87)이 됨. 이 식은

마찬가지로 상수항이 존재하지 않는 푸리에(Fourier) 코사인 급수와 같으므로 코사인 급수항의 계수를

c_n 으로 치환하면 $c_n = C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right)$ (식 88)이므로 (식 87)은 다음과 같이 변경할 수 있음.

$$g(y) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 89})$$

여기서 $g(y)$ 함수의 주기를 0에서 b 로 가정하면 (식 89)의 계수 c_n 은 $c_n = \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy$ (식 90)로 구할 수 있고, (식 89)에서 상수항이 존재하지 않으므로 $c_0 = 0$ 이 됨. $c_0 = 0$ 이 되기 위해서는 (식 90)에서 $\int_0^b g(y) dy = 0$ 이 되어야 함을 알 수 있음. (식 88)과 (식 90)으로부터

$$C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad (\text{식 91})$$

이므로, (식 86)에서 구한 D_n 을 (식 91)에 대입하면 C_n 을 구할 수 있음. 따라서 (식 91)에서 구한 C_n 과

(식 86)에서 구한 D_n 을 (식 78)에 대입하면 $u(x, y)$ 에 대한 식을 얻을 수 있는데, 구하는 계산식이

복잡하므로 (식 85)와 (식 91)을 적분상수 C_n, D_n 에 대한 행렬식으로 정리하면 다음과 같이 정리할 수 있음.

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{n\pi}{b} \\ \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) & \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \end{bmatrix} \quad (\text{식 92})$$

$u(x, y)$ 에 관한 (식 78), (식 85), (식 91)은 다음과 같음.

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right] \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{식 93})$$

$$\text{여기서, } D_n \frac{n\pi}{b} = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad (\text{식 94})$$

$$C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad (\text{식 95})$$

○ 내부 1차원 선형 변화의 수학적 해석

이제 직사각형 단면의 좌우 경계에 발생한 전류가 내부를 가로지르는 경우를 고려함. 직사각형 단면의 좌우 전위차로 인해 가로 방향으로 선형 전류 변화가 발생한다고 가정하면 내부를 가로지르는 전기 퍼텐셜 에너지는 1차 함수 형태로 표현할 수 있음.

$$X(x) = a_0 x + b_0 \quad (\text{식 96})$$

여기서 a_0 과 b_0 은 임의 상수

(식 59)에서 $u(x, y) = X(x)Y(y)$ 이므로 (식 59)에 (식 96)을 중첩하면 다음과 같음.

$$u(x, y) = X(x)Y(y) + a_0 x + b_0 \quad (\text{식 97})$$

(식 96)을 (식 79)와 (식 96)으로 나타내면,

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 x + b_0 \quad (\text{식 98})$$

가 되고, 균질한 경계 조건을 만족시킴. (식 57.1,2)로부터 비균질한 경계 조건은 $u_x(0, y) = f(y)$, $u_x(a, y) = g(y)$ 이므로 경계 조건을 대입하기 위해 (식 98)의 X 에 대한 1차 미분 방정식을 구하면 다음과 같음.

$$u_x(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 \quad (\text{식 99})$$

이제 (식 99)에 (식 57.1)의 경계 조건을 대입하면 $u_x(0, y) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 = f(y)$ (식 100)이 됨. 이 식은 푸리에(Fourier) 코사인 급수와 같으므로 코사인 급수항의 계수는 (식 85)로부터

$D_n \frac{n\pi}{b} = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy$ (식 101)과 같이 구할 수 있고, 상수항 a_0 은 다음과 같이 쓸 수 있음.

$$2a_0 = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) dy \quad (\text{식 102})$$

다음으로 (식 57.2)의 경계 조건을 (식 99)에 대입하면

$$u_x(a, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \right] \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 = g(y) \quad (\text{식 103})$$

가 됨. 이 식은 마찬가지로 푸리에(Fourier) 코사인 급수와 같으므로 코사인 급수항의 계수는 (식 91)로부터

$C_n \frac{n\pi}{b} \sinh(\frac{n\pi a}{b}) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh(\frac{n\pi a}{b}) = \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos(\frac{n\pi y}{b}) dy$ (식 104)와 같고, 상수항 a_0 은 다음과 같이 구할 수 있음.

$$2a_0 = \frac{2}{b} \int_0^b g(y) dy \quad (\text{식 105})$$

만약 좌측 경계에서 전류가 주입(+I)되어 내부를 지나 우측 경계($x=a$)로 전류가 흘러 나간다(-I)고 한다면, (식 57.1,2)로부터 좌측 경계 조건 $u_x(0,y) = f(y)$ 는 +I가 되고, 우측 경계 조건 $u_x(a,y) = g(y)$ 는 -I가 되어야 함. 그리고 상수항 a_0 는 선형 함수의 미분과 같으므로 $a_0 < 0$ 가 되고, (식 102)와 (식 105)로부터 상수항 a_0 는 다음과 같이 쓸 수 있음.

$$a_0 = -\frac{1}{b} \int_0^b f(y) dy \quad (\text{식 106})$$

$$a_0 = \frac{1}{b} \int_0^b g(y) dy \quad (\text{식 107})$$

따라서 $u(x,y)$ 에 관한 (식 98), (식 101), (식 104)은 다음과 같음.

$$u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \cosh(\frac{n\pi x}{b}) + D_n \sinh(\frac{n\pi x}{b}) \right\} \cos(\frac{n\pi y}{b}) + a_0 x + b_0 \quad (\text{식 108})$$

여기서,

$$D_n \frac{n\pi}{b} = -\frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos(\frac{n\pi y}{b}) dy \quad (\text{식 109})$$

$$C_n \frac{n\pi}{b} \sinh(\frac{n\pi a}{b}) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh(\frac{n\pi a}{b}) = \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos(\frac{n\pi y}{b}) dy \quad (\text{식 110})$$

(식 109)와 (식 110)을 C_n, D_n 에 대한 행렬식으로 정리하면 다음과 같이 정리할 수 있음.

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{n\pi}{b} \\ \frac{n\pi}{b} \sinh(\frac{n\pi a}{b}) & \frac{n\pi}{b} \cosh(\frac{n\pi a}{b}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos(\frac{n\pi y}{b}) dy \\ \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos(\frac{n\pi y}{b}) dy \end{bmatrix} \quad (\text{식 111})$$

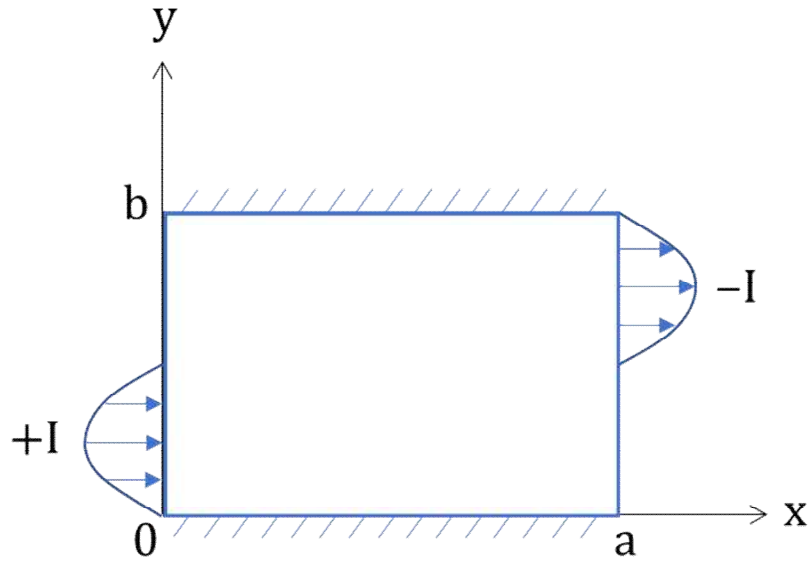
○ 경계 조건 함수 적용(좌측 하단과 우측 상단)

먼저, 직사각형 단면의 좌측 하단 경계에 전류가 발생하여 내부를 가로질러서 우측 상단 경계로 빠져나가는 경우를 고려함. 이때 좌우 경계 조건이 되는 $f(y)$ 와 $g(y)$ 함수, 내부를 지나는 선형 함수를 특정하면 직사각형 단면 내부의 전류 흐름과 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 알 수 있음.

- 사인 함수 경계 조건

$f(y)$ 와 $g(y)$ 함수를 다음 그림과 같이 사인 함수로 가정하고, 직사각형 단면의 좌측 경계($x=0$)에서

수직 방향으로 $0 \leq y \leq \frac{b}{2}$ 의 범위에서 전류가 주입(+I)되어 내부를 지나 우측 경계($x=a$)에서 $\frac{b}{2} \leq y \leq b$ 의 범위로 전류가 흘러 나간다(-I)고 하겠음.



[그림 8] 좌측 하단과 우측 상단에 발생하는 사인 함수의 경계 조건

$$f(y) = \sin\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \quad 0 \leq y \leq \frac{b}{2} \quad (\text{식 112})$$

$$g(y) = \sin\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \quad \frac{b}{2} \leq y \leq b \quad (\text{식 113})$$

(식 112)와 (식 113)을 (식 111)에 대입하면 C_n, D_n 을 구할 수 있고, (식 96)에서 임의 상수 a_0 와 b_0 를 다음과 같이 가정하여 (식 108)에 대입하면 직사각형 단면에서 좌우 경계에 사인 함수 형태로 전류의 흐름이 있을 때 내부를 선형으로 지난다면 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음.

$$a_0 = -\frac{1}{b} \int_0^{\frac{b}{2}} f(y) dy \quad (\text{식 114})$$

$$b_0 = -\frac{a_0}{2} \quad (\text{식 115})$$

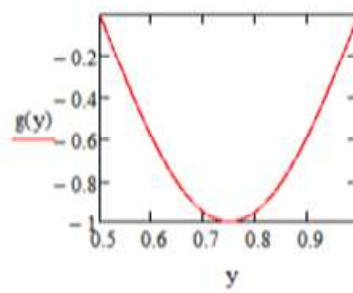
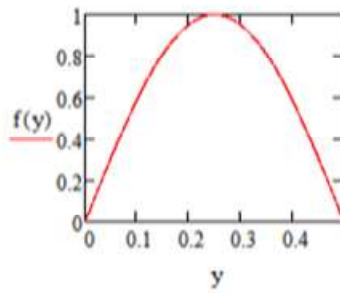
해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$a := 1 \quad b := 1$$

$$f(y) := \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{b}\right) \quad g(y) := \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot y}{b}\right)$$

범위 0 ~ b/2

범위 b/2 ~ b



$$CD(n) := \begin{pmatrix} 0 & \frac{n \cdot \pi}{b} \\ \frac{n \cdot \pi}{b} \cdot \sinh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot a}{b}\right) & \frac{n \cdot \pi}{b} \cdot \cosh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot a}{b}\right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{-2}{b} \cdot \int_0^{\frac{b}{2}} f(y) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \cdot \int_{\frac{b}{2}}^b g(y) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) dy \end{pmatrix}$$

$$C(n) := CD(n)_{0,0} \quad D(n) := CD(n)_{1,0}$$

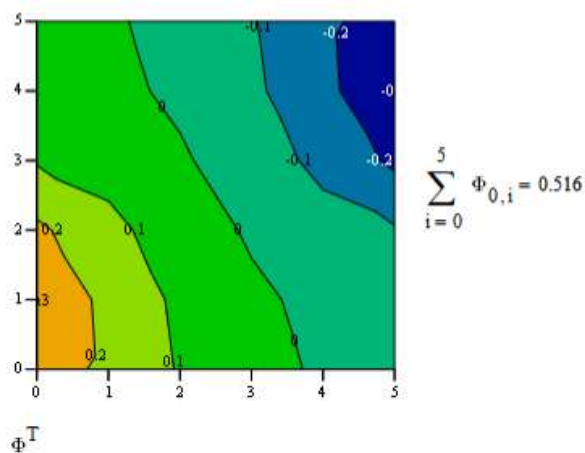
$$C(1) = 0.147 \quad D(1) = -0.135$$

$$a_0 := \frac{-1}{b} \cdot \int_0^{\frac{b}{2}} f(y) dy = -0.318 \quad b_0 := \frac{-a_0}{2}$$

$$u(x, y) := \sum_{n=1}^{10} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{b}\right) + D(n) \cdot \sinh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{b}\right) \right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) \right] + a_0 \cdot x + b_0$$

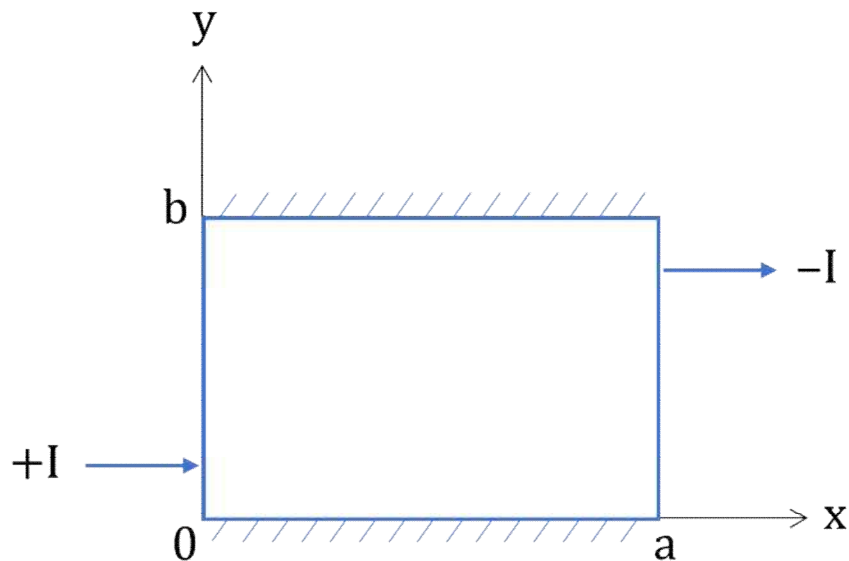
$$\Phi = \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.255 & 0.177 & 0.093 & 0.029 & -0.012 & -0.026 \\ 0.304 & 0.168 & 0.082 & 0.018 & -0.025 & -0.041 \\ 0.22 & 0.125 & 0.051 & -0.012 & -0.065 & -0.091 \\ 0.091 & 0.065 & 0.012 & -0.051 & -0.125 & -0.22 \\ 0.041 & 0.025 & -0.018 & -0.082 & -0.168 & -0.304 \\ 0.026 & 0.012 & -0.029 & -0.093 & -0.177 & -0.255 \end{pmatrix}$$



- 디랙 델타 함수 경계 조건

이제 $f(y)$ 와 $g(y)$ 함수를 한 점에 대한 함수인 디랙 델타 함수로 가정함. 다음 그림과 같이 직사각형 단면의 좌측 경계($x=0$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 전류($+I$)가 주입되어 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.8b$ 인 지점에 전류($-I$)가 흘러 나가게 한다면, 경계 조건의 함수 $f(y)$ 와 $g(y)$ 는 디랙 델타 함수를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있음.



[그림 9] 좌측 하단과 우측 상단에 발생하는 디랙 델타 함수의 경계 조건

$y = 0.2b$ 인 지점의 디랙 델타 함수는 $\int_0^b \delta(y - 0.2b) \cdot f(y) dy = f(0.2b) = 1$ (식 116)이 되고, $y = 0.8b$ 인

지점의 디랙 델타 함수는 $\int_0^b \delta(y - 0.8b) \cdot g(y) dy = g(0.8b) = -1$ (식 117)이 됨. (식 116)과 (식 117)를

(식 111)에 대입하면 C_n, D_n 을 구할 수 있고, (식 96)에서 임의 상수 a_0 와 b_0 를 다음과 같이 가정하여 (식 108)에 대입하면 직사각형 단면에서 좌우 경계에 디랙 델타 함수 형태로 전류의 흐름이 있을 때 내부를 선형으로 지나간다면 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음.

$$a_0 = -\frac{1}{b} \int_0^b f(y) dy \quad (\text{식 118})$$

$$b_0 = -\frac{a_0}{2} \quad (\text{식 119})$$

해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$a := 1 \quad b := 1 \quad y_1 := 0.2 \quad y_2 := 0.8$$

$$CD(n) := \begin{pmatrix} 0 & n \cdot \frac{\pi}{b} \\ n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sinh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) & n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \cosh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{-2}{b} \cdot 1 \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y_1}{b}\right) \\ \frac{2}{b} \cdot -1 \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y_2}{b}\right) \end{pmatrix}$$

$$C(n) := CD(n)_{0,0} \quad D(n) := CD(n)_{1,0}$$

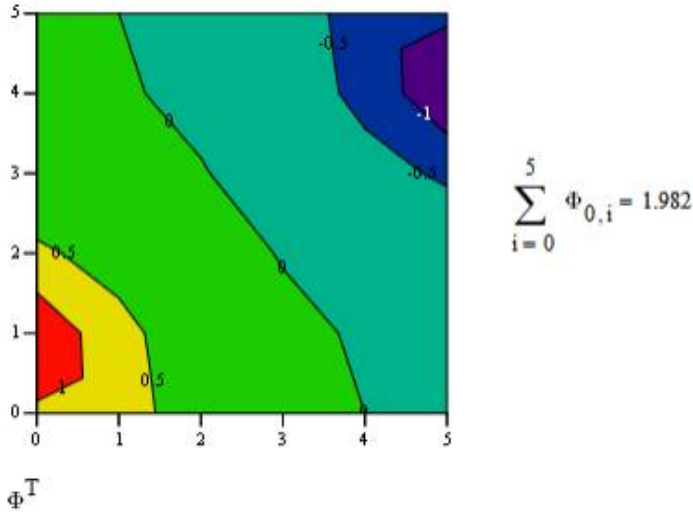
$$C(1) = 0.562 \quad D(1) = -0.515$$

$$a_0 := \frac{-1}{b} = -1 \quad b_0 := \frac{-a_0}{2}$$

$$u(x, y) := \sum_{n=1}^{11} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) + D(n) \cdot \sinh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) \right) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right) \right] + a_0 \cdot x + b_0$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.916 & 0.63 & 0.338 & 0.128 & 9.073 \times 10^{-6} & -0.031 \\ 1.47 & 0.595 & 0.293 & 0.088 & -0.042 & -0.083 \\ 0.552 & 0.379 & 0.169 & -0.021 & -0.169 & -0.245 \\ 0.244 & 0.169 & 0.021 & -0.169 & -0.379 & -0.551 \\ 0.08 & 0.042 & -0.088 & -0.293 & -0.595 & -1.467 \\ 0.027 & -9.776 \times 10^{-6} & -0.128 & -0.338 & -0.63 & -0.912 \end{pmatrix}$$

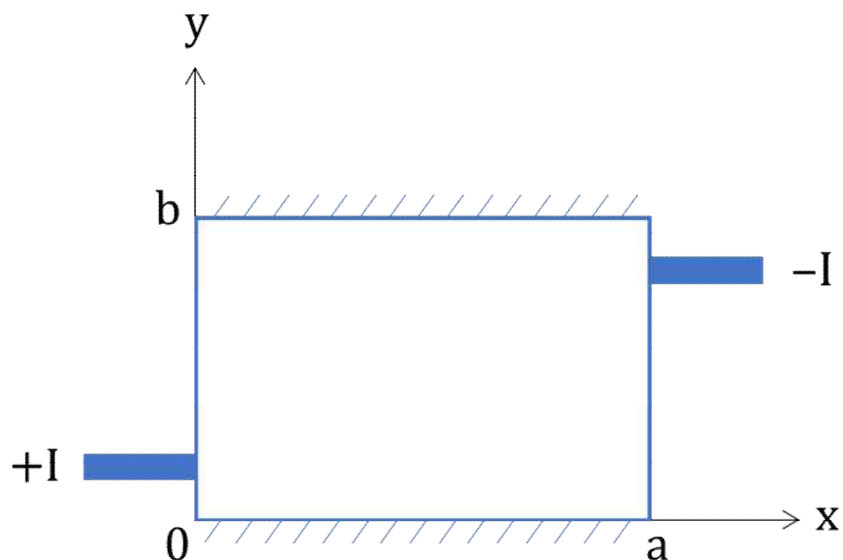


- 상수 함수 경계 조건

다음으로 $f(y)$ 와 $g(y)$ 함수를 어느 정도 폭이 있고 유한한 크기를 가진 값으로 가정함. 다음 그림과 같이 직사각형 단면의 좌측 경계($x=0$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 폭이 0.1이고 높이가 10 정도인 전류(+ I)가 주입되게 함. 그리고 동일한 폭과 높이를 갖되 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.8b$ 인 지점으로 전류(- I)가 흘러 나가게 한다면, 경계 조건의 함수 $f(y)$ 와 $g(y)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있음.

$$f(y)=10 \quad (식\ 120)$$

$$g(y)=-10 \quad (식\ 121)$$



[그림 10] 좌측 하단과 우측 상단에 발생하는 상수 함수의 경계 조건

(식 120)과 (식 121)을 (식 111)에 대입하면 C_n, D_n 을 구할 수 있고, (식 96)에서 임의 상수 a_0 와 b_0 를 다음과 같이 가정하여 (식 108)에 대입하면 직사각형 단면에서 좌우 경계에 일정한 폭과 유한한 크기를 가진 함수 형태로 전류의 흐름이 있을 때 내부를 선형으로 지나간다면 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음.

$$a_0 = -\frac{1}{b} \int_{0.15}^{0.25} f(y) dy \quad (\text{식 122})$$

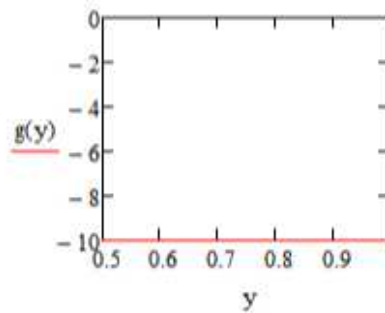
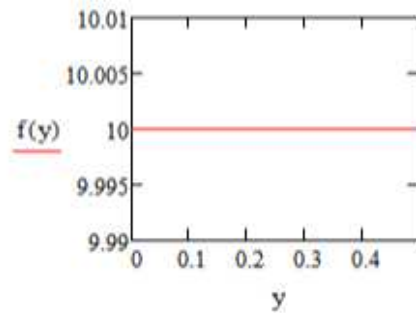
$$b_0 = -\frac{a_0}{2} \quad (\text{식 123})$$

해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$a := 1 \quad b := 1$$

$$f(y) := 10 \quad g(y) := -10$$

$$\text{범위 } 0.15 \sim 0.25 \quad \text{범위 } 0.75 \sim 0.85$$



$$CD(n) := \begin{pmatrix} 0 & n \cdot \frac{\pi}{b} \\ n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sinh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) & n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \cosh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{-2}{b} \int_{0.15}^{0.25} f(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \int_{0.75}^{0.85} g(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \end{pmatrix}$$

$$C(n) := CD(n)_{0,0} \quad D(n) := CD(n)_{1,0}$$

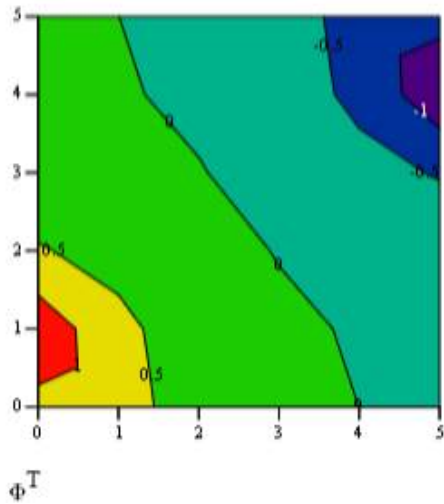
$$C(1) = 0.559 \quad D(1) = -0.513$$

$$a_0 := \frac{-1}{b} \int_{0.15}^{0.25} f(y) dy = -1 \quad b_0 := \frac{-a_0}{2}$$

$$u(x, y) := \sum_{n=1}^{10} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) + D(n) \cdot \sinh\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot x\right) \right) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right) \right] + a_0 \cdot x + b_0$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

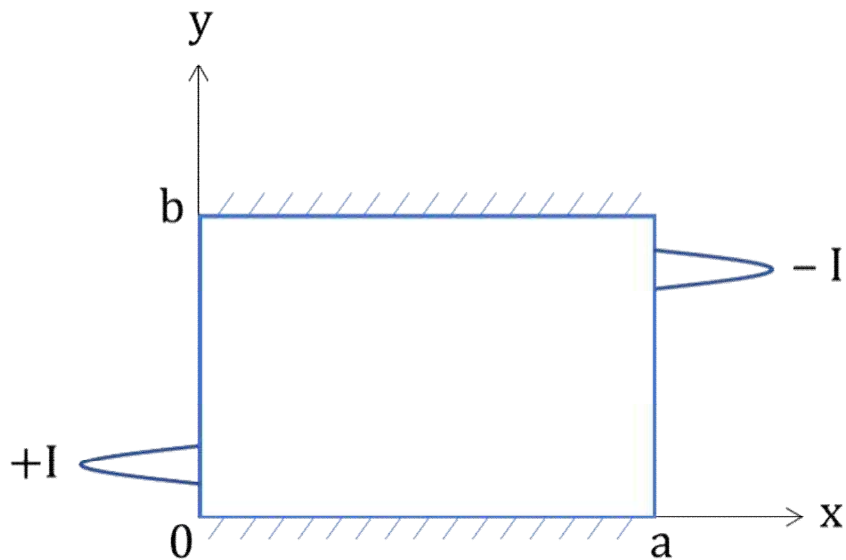
$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.86 & 0.63 & 0.337 & 0.127 & -8.993 \times 10^{-4} & -0.063 \\ 1.359 & 0.592 & 0.292 & 0.088 & -0.043 & -0.107 \\ 0.528 & 0.38 & 0.169 & -0.022 & -0.17 & -0.247 \\ 0.247 & 0.17 & 0.022 & -0.169 & -0.38 & -0.528 \\ 0.107 & 0.043 & -0.088 & -0.292 & -0.592 & -1.359 \\ 0.063 & 8.994 \times 10^{-4} & -0.127 & -0.337 & -0.63 & -0.86 \end{pmatrix}$$



$$\sum_{i=0}^5 \Phi_{0,i} = 1.891$$

- 가우스 함수 경계 조건

마지막으로 $f(y)$ 와 $g(y)$ 함수를 가우스 함수로 가정함. 다음 그림과 같이 직사각형 단면의 좌측 경계($x=0$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 전류($+I$)가 주입되어 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.8b$ 인 지점으로 전류($-I$)가 흘러 나가게 한다면, 경계 조건의 함수 $f(y)$ 와 $g(y)$ 는 가우스 함수를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있음.



[그림 11] 양단에 발생하는 가우스 함수의 경계 조건

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu_1}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{식 124})$$

$$g(x) = -\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_2}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{식 125})$$

(식 124)와 (식 125)를 (식 111)에 대입하면 C_n, D_n 을 구할 수 있고, (식 96)에서 임의 상수 a_0 와 b_0 를 다음과 같이 가정하여 (식 108)에 대입하면 직사각형 단면에서 좌우 경계에 가우스 함수 형태로 전류의 흐름이 있을 때 내부를 선형으로 지나간다면 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음.

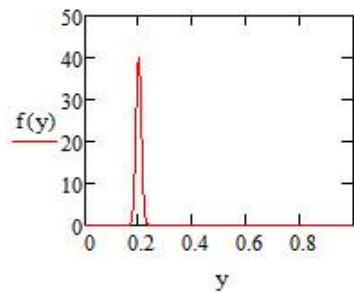
$$a_0 = -\frac{1}{b} \int_0^b f(y) dy \quad (\text{식 126})$$

$$b_0 = -\frac{a_0}{2} \quad (\text{식 127})$$

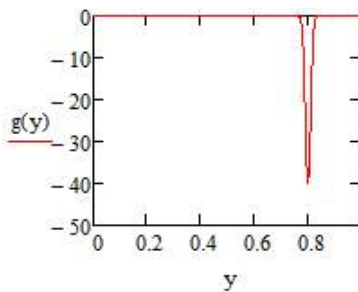
해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$a := 1 \quad b := 1 \quad \sigma := 0.01 \quad \mu_1 := 0.2 \quad \mu_2 := 0.8$$

$$f(y) := \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-0.5 \cdot \left[\frac{(y-\mu_1)}{\sigma} \right]^2}$$



$$g(y) := -\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-0.5 \cdot \left[\frac{(y-\mu_2)}{\sigma} \right]^2}$$



$$CD(n) := \begin{pmatrix} 0 & n \cdot \frac{\pi}{b} \\ n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sinh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) & n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \cosh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{-2}{b} \cdot \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \cdot \int_0^b g(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \end{pmatrix}$$

$$C(n) := CD(n)_{0,0} \quad D(n) := CD(n)_{1,0}$$

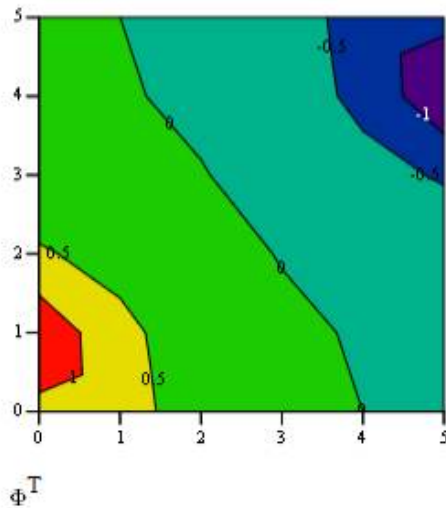
$$C(1) = 0.561 \quad D(1) = -0.515$$

$$a_0 := \frac{-1}{b} \cdot \int_0^b f(y) dy = -1 \quad b_0 := \frac{-a_0}{2}$$

$$u(x,y) := \sum_{n=1}^{10} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) + D(n) \cdot \sinh\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot x\right) \right) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right) \right] + a_0 \cdot x + b_0$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.868 & 0.63 & 0.338 & 0.128 & -1.405 \times 10^{-4} & -0.073 \\ 1.423 & 0.595 & 0.293 & 0.088 & -0.042 & -0.117 \\ 0.536 & 0.379 & 0.169 & -0.021 & -0.169 & -0.257 \\ 0.257 & 0.169 & 0.021 & -0.169 & -0.379 & -0.537 \\ 0.117 & 0.042 & -0.088 & -0.293 & -0.595 & -1.423 \\ 0.072 & 1.402 \times 10^{-4} & -0.128 & -0.338 & -0.63 & -0.868 \end{pmatrix}$$



$$\sum_{i=0}^5 \Phi_{0,i} = 1.891$$

○ 경계 조건 함수 적용(양단 하단부)

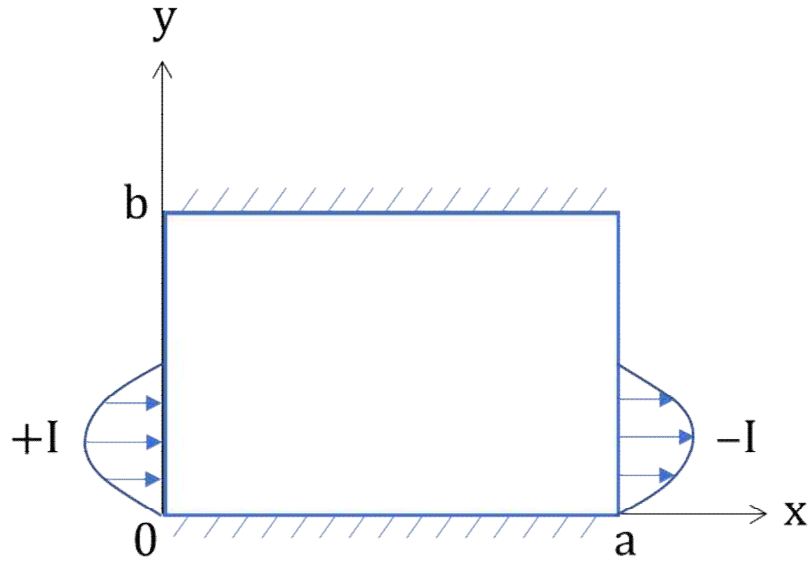
마지막으로 직사각형 단면의 좌측 하단 경계에 전류가 발생하여 내부를 가로질러서 우측 하단 경계로 빠져나가는 경우를 고려함. 이때 좌우 경계 조건이 되는 $f(y)$ 와 $g(y)$ 함수, 내부를 지나는 선형 함수를 특정하면 직사각형 단면 내부의 전류 흐름과 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 알 수 있음.

- 사인 함수 경계 조건

$f(y)$ 와 $g(y)$ 함수를 다음 그림과 같이 사인 함수로 가정하고, 직사각형 단면의 좌측 경계($x=0$)에서

수직 방향으로 $0 \leq y \leq \frac{b}{2}$ 의 범위에서 전류가 주입(+ I)되어 내부를 지나 우측 경계($x=a$)에서

$0 \leq y \leq \frac{b}{2}$ 의 범위로 전류가 흘러 나간다(- I)고 하겠음.



[그림 12] 양단 하단부에 발생하는 사인 함수의 경계 조건

$$f(y) = \sin\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \quad 0 \leq y \leq \frac{b}{2} \quad (\text{식 128})$$

$$g(y) = \sin\left(\frac{2\pi y}{b}\right) \quad \frac{b}{2} \leq y \leq b \quad (\text{식 129})$$

(식 128)과 (식 129)를 (식 111)에 대입하면 C_n, D_n 을 구할 수 있고, (식 96)에서 임의의 상수 a_0 와 b_0 를 다음과 같이 가정하여 (식 108)에 대입하면 직사각형 단면에서 좌우 경계에 사인 함수 형태로 전류의 흐름이 있을 때 내부를 선형으로 지난다면 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음.

$$a_0 = -\frac{1}{b} \int_0^b f(y) dy \quad (\text{식 130})$$

$$b_0 = -\frac{a_0}{2} \quad (\text{식 131})$$

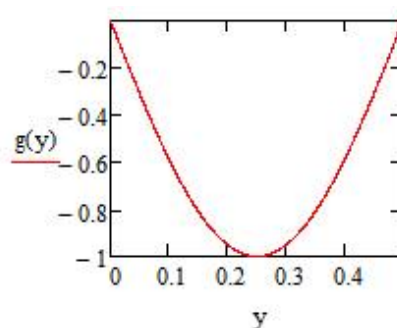
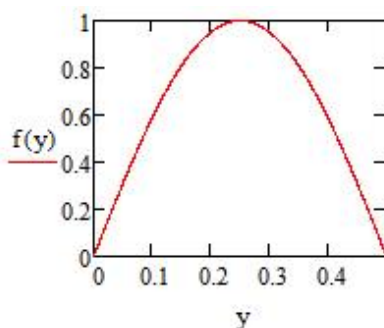
해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$a := 1 \quad b := 1$

$$f(y) := \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right) \quad g(y) := -\sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right)$$

범위 0 ~ b/2

범위 0 ~ b/2



$$CD(n) := \begin{pmatrix} 0 & n \cdot \frac{\pi}{b} \\ n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sinh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) & n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \cosh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{-2}{b} \cdot \int_0^{\frac{b}{2}} f(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \cdot \int_0^{\frac{b}{2}} g(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \end{pmatrix}$$

$$C(n) := CD(n)_{0,0} \quad D(n) := CD(n)_{1,0}$$

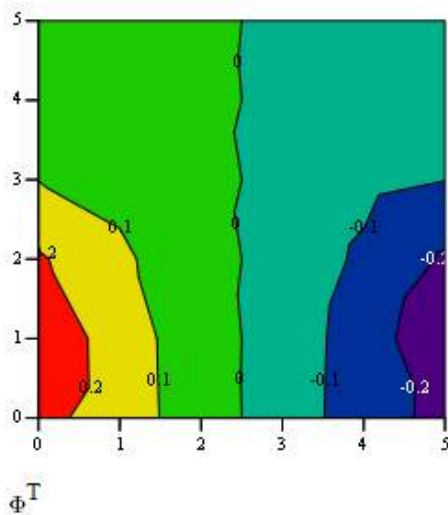
$$C(1) = 0.124 \quad D(1) = -0.135$$

$$a_0 := \frac{-1}{b} \cdot \int_0^{\frac{b}{2}} f(y) dy = -0.318 \quad b_0 := \frac{-a_0}{2}$$

$$u(x, y) := \sum_{n=1}^{10} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) + D(n) \cdot \sinh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) \right) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right) \right] + a_0 \cdot x + b_0$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

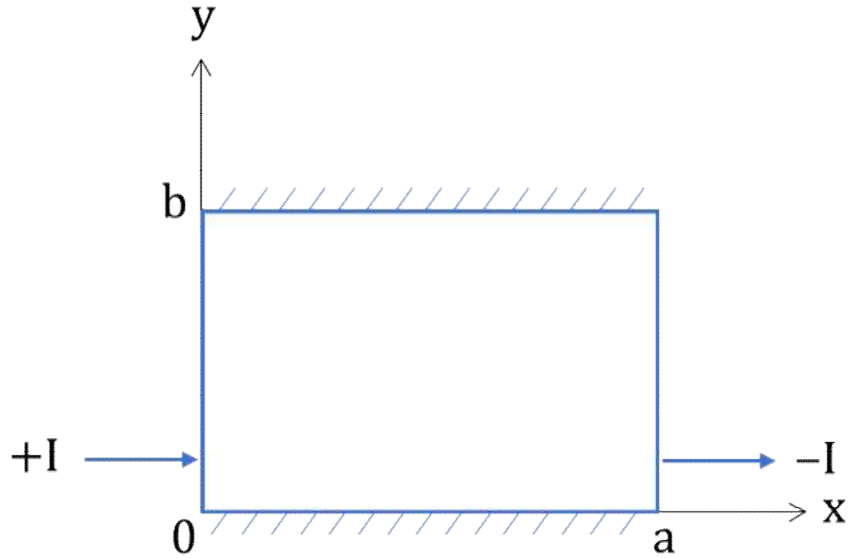
$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.232 & 0.148 & 0.048 & -0.048 & -0.148 & -0.232 \\ 0.285 & 0.145 & 0.046 & -0.046 & -0.145 & -0.285 \\ 0.212 & 0.116 & 0.038 & -0.038 & -0.116 & -0.212 \\ 0.098 & 0.074 & 0.026 & -0.026 & -0.074 & -0.098 \\ 0.06 & 0.048 & 0.018 & -0.018 & -0.048 & -0.06 \\ 0.049 & 0.04 & 0.015 & -0.015 & -0.04 & -0.049 \end{pmatrix}$$



$$\sum_{i=0}^5 \Phi_{0,i} = 2.348 \times 10^{-9}$$

- 디랙 델타 함수 경계 조건

다음 그림과 같이 직사각형 단면의 좌측 경계($x=0$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 전류($+I$)가 주입되어 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 전류($-I$)가 흘러 나가게 한다면, 경계 조건의 함수 $f(y)$ 와 $g(y)$ 는 디랙 델타 함수를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있음.



[그림 13] 양단 하단부에 발생하는 디랙 델타 함수의 경계 조건

좌측 경계($x=0$)에서 $y=0.2b$ 인 지점의 디랙 델타 함수는 $\int_0^b \delta(y-0.2b) \cdot f(y) dy = f(0.2b) = 1$ (식 132)가 되고, 우측 경계($x=a$)에서 $y=0.2b$ 인 지점의 디랙 델타 함수는 $\int_0^b \delta(y-0.2b) \cdot g(y) dy = g(0.2b) = -1$ (식 133)가 됨. (식 132)와 (식 133)을 (식 111)에 대입하면 C_n, D_n 을 구할 수 있고, (식 96)에서 임의 상수 a_0 와 b_0 를 다음과 같이 가정하여 (식 108)에 대입하면 직사각형 단면에서 좌우 경계에 디랙 델타 함수 형태로 전류의 흐름이 있을 때 내부를 선형으로 지나간다면 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음.

$$a_0 = -\frac{1}{h} \int_0^b f(y) dy \quad (\text{식 134})$$

$$b_0 = -\frac{a_0}{2} \quad (\text{식 135})$$

해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$\begin{aligned} a &:= 1 & b &:= 1 & y_1 &:= 0.2 & y_2 &:= 0.2 \\ \text{CD}(n) &:= \left(\begin{array}{cc} 0 & n \cdot \frac{\pi}{b} \\ n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sinh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) & n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \cosh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) \end{array} \right)^{-1} \cdot \left(\begin{array}{c} \frac{-2}{b} \cdot 1 \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y_1}{b}\right) \\ \frac{2}{b} \cdot -1 \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y_2}{b}\right) \end{array} \right) \end{aligned}$$

$$C(n) := CD(n)_{0,0} \quad D(n) := CD(n)_{1,0}$$

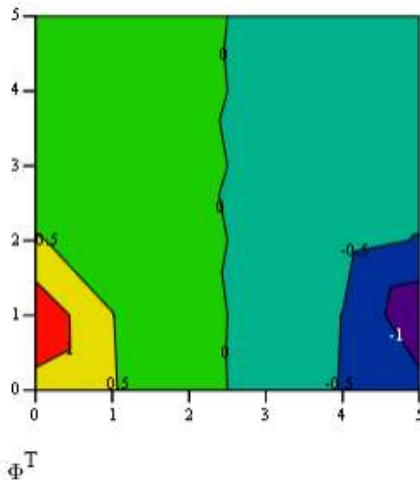
$$C(1) = 0.472 \quad D(1) = -0.515$$

$$a_0 := \frac{-1}{b} = -1 \quad b_0 := \frac{-a_0}{2}$$

$$u(x,y) := \sum_{n=1}^{11} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) + D(n) \cdot \sinh\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot x\right) \right) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right) \right] + a_0 \cdot x + b_0$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

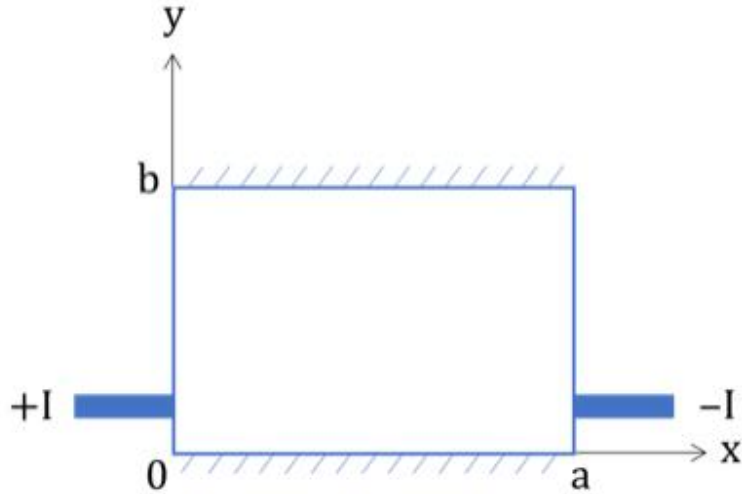
$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.827 & 0.523 & 0.169 & -0.169 & -0.523 & -0.827 \\ 1.398 & 0.508 & 0.156 & -0.156 & -0.508 & -1.398 \\ 0.525 & 0.346 & 0.116 & -0.116 & -0.346 & -0.525 \\ 0.272 & 0.202 & 0.074 & -0.074 & -0.202 & -0.271 \\ 0.153 & 0.129 & 0.049 & -0.049 & -0.129 & -0.152 \\ 0.116 & 0.107 & 0.041 & -0.041 & -0.107 & -0.116 \end{pmatrix}$$



$$\sum_{i=0}^5 \Phi_{0,i} = 1.31 \times 10^{-4}$$

- 상수 함수 경계 조건

다음으로 $f(y)$ 와 $g(y)$ 함수를 어느 정도 폭이 있고 유한한 크기를 가진 값으로 가정함. 다음 그림과 같이 직사각형 단면의 좌측 경계($x=0$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 폭이 0.1이고 높이가 10 정도인 전류(+I)가 주입되게 함. 그리고 동일한 폭과 높이를 갖되 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점으로 전류(-I)가 흘러 나가게 한다면, 경계 조건의 함수 $f(y)$ 와 $g(y)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있음.



[그림14] 양단 하단부에 발생하는 상수 함수의 경계 조건

$$f(y) = 10 \quad (\text{식 136})$$

$$g(y) = -10 \quad (\text{식 137})$$

(식 136)과 (식 137)을 (식 111)에 대입하면 C_n, D_n 을 구할 수 있고, (식 96)에서 임의 상수 a_0 와 b_0 를 다음과 같이 가정하여 (식 108)에 대입하면 직사각형 단면에서 좌우 경계에 일정한 폭과 유한한 크기를 가진 함수 형태로 전류의 흐름이 있을 때 내부를 선형으로 지나간다면 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음.

$$a_0 = -\frac{1}{b} \int_{0.15}^{0.25} f(y) dy \quad (\text{식 138})$$

$$b_0 = -\frac{a_0}{2} \quad (\text{식 139})$$

해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

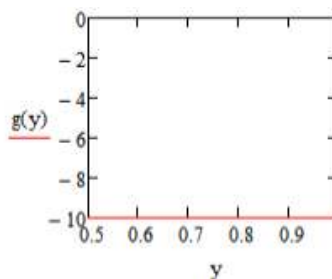
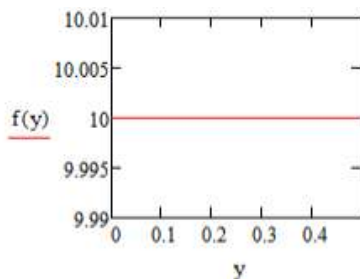
a := 1 b := 1

f(y) := 10

g(y) := -10

범위 0.15 ~ 0.25

범위 0.15 ~ 0.25



$$CD(n) := \begin{pmatrix} 0 & n \cdot \frac{\pi}{b} \\ n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sinh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) & n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \cosh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{-2}{b} \cdot \int_{0.15}^{0.25} f(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \cdot \int_{0.15}^{0.25} g(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \end{pmatrix}$$

$$C(n) := CD(n)_{0,0} \quad D(n) := CD(n)_{1,0}$$

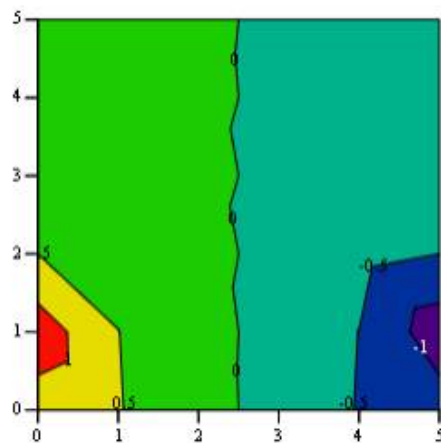
$$C(1) = 0.47 \quad D(1) = -0.513$$

$$a_0 := \frac{-1}{b} \cdot \int_{0.15}^{0.25} f(y) dy = -1 \quad b_0 := \frac{-a_0}{2}$$

$$u(x, y) := \sum_{n=1}^{10} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) + D(n) \cdot \sinh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) \right) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right) \right] + a_0 \cdot x + b_0$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.771 & 0.523 & 0.169 & -0.169 & -0.523 & -0.771 \\ 1.287 & 0.506 & 0.156 & -0.156 & -0.506 & -1.287 \\ 0.5 & 0.347 & 0.116 & -0.116 & -0.347 & -0.5 \\ 0.275 & 0.203 & 0.074 & -0.074 & -0.203 & -0.275 \\ 0.179 & 0.13 & 0.049 & -0.049 & -0.13 & -0.179 \\ 0.152 & 0.108 & 0.041 & -0.041 & -0.108 & -0.152 \end{pmatrix}$$

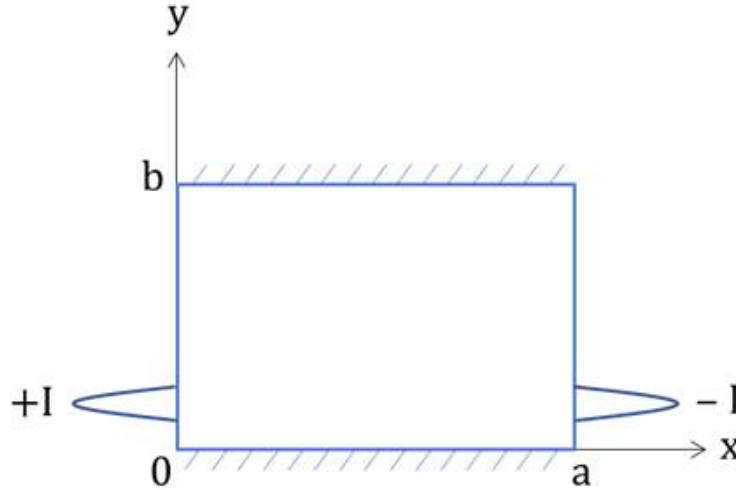


Φ^T

$$\sum_{i=0}^5 \Phi_{0,i} = 4.16 \times 10^{-6}$$

- 가우스 함수 경계 조건

마지막으로 $f(y)$ 와 $g(y)$ 함수를 가우스 함수로 가정함. 다음 그림과 같이 직사각형 단면의 좌측 경계($x=0$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 전류(+I)가 주입되어 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점으로 전류(-I)가 흘러 나가게 한다면, 경계 조건의 함수 $f(y)$ 와 $g(y)$ 는 가우스 함수를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있음.



[그림 15] 양단 하단부에 발생하는 가우스 함수의 경계 조건

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu_1}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{식 140})$$

$$g(x) = -\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_2}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{식 141})$$

(식 140)과 (식 141)을 (식 111)에 대입하면 C_n, D_n 을 구할 수 있고, (식 96)에서 임의 상수 a_0 와 b_0 를 다음과 같이 가정하여 (식 108)에 대입하면 직사각형 단면에서 좌우 경계에 가우스 함수 형태로 전류의 흐름이 있을 때 내부를 선형으로 지나간다면 직사각형 단면 내부의 전기 퍼텐셜 에너지 분포를 살펴볼 수 있음.

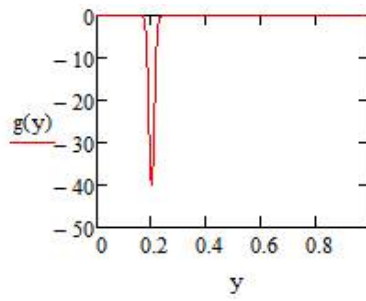
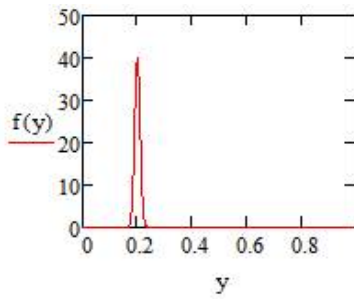
$$a_0 = -\frac{1}{b} \int_0^b f(y) dy \quad (\text{식 142})$$

$$b_0 = -\frac{a_0}{2} \quad (\text{식 143})$$

해를 얻기 위해 공학용 계산 소프트웨어인 Mathcad를 이용하여 구하면 다음과 같음.

$$a := 1 \quad b := 1 \quad \sigma := 0.01 \quad \mu_1 := 0.2 \quad \mu_2 := 0.2$$

$$f(y) := \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-0.5 \cdot \left[\frac{(y - \mu_1)}{\sigma} \right]^2} \quad g(y) := -\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-0.5 \cdot \left[\frac{(y - \mu_2)}{\sigma} \right]^2}$$



$$CD(n) := \begin{pmatrix} 0 & n \cdot \frac{\pi}{b} \\ n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sinh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) & n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \cosh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{-2}{b} \cdot \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \cdot \int_0^b g(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \end{pmatrix}$$

$$C(n) := CD(n)_{0,0} \quad D(n) := CD(n)_{1,0}$$

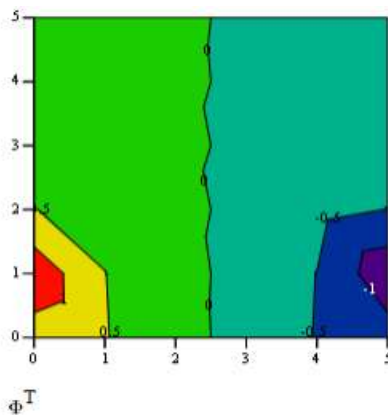
$$C(1) = 0.472 \quad D(1) = -0.515$$

$$a_0 := \frac{-1}{b} \cdot \int_0^b f(y) dy = -1 \quad b_0 := \frac{-a_0}{2}$$

$$u(x, y) := \sum_{n=1}^{10} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) + D(n) \cdot \sinh\left(\frac{n \cdot \pi}{b} \cdot x\right) \right) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right) \right] + a_0 \cdot x + b_0$$

$$\Phi := \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.779 & 0.523 & 0.169 & -0.169 & -0.523 & -0.779 \\ 1.351 & 0.508 & 0.156 & -0.156 & -0.508 & -1.351 \\ 0.509 & 0.346 & 0.116 & -0.116 & -0.346 & -0.509 \\ 0.285 & 0.202 & 0.074 & -0.074 & -0.202 & -0.285 \\ 0.189 & 0.129 & 0.049 & -0.049 & -0.129 & -0.189 \\ 0.162 & 0.107 & 0.041 & -0.041 & -0.107 & -0.162 \end{pmatrix}$$



$$\sum_{i=0}^5 \Phi_{0,i} = -1.959 \times 10^{-4}$$

마지막으로 공학용 어플리케이션 소프트웨어인 MATLAB을 이용하여 [그림 10]과 같이 좌측 하단과 우측 상단에 전류의 흐름이 있는 경계 조건에 대한 해를 구하면 다음과 같음.

```

1  %% Copyright 경기대학교 산학협력단 %%
2  %% EIT용 사각단면 정해석 프로그램 %%
3
4  - clc; clear all;
5
6  %% INPUT %%
7  - a = 1; b = 1; % 단위 mm / a는 x축 길이, b는 y축 길이
8  - elec_width = 0.1; % 단위 mm / 전극 두께
9  - ic = 1; % 전류값
10 - sigma = 1;
11
12 %% 실행되는 코드 %%
13
14 - elec_xy = [0, 0.2*b; 0, 0.4*b; ...
15             0, 0.6*b; 0, 0.8*b; ...
16             a, 0.2*b; a, 0.4*b; ...
17             a, 0.6*b; a, 0.8*b];
18
19 - BCl.current = elec_xy([1 8], :); %* -
20
21 - ic=ic/sigma; elec_i=BCl.current;
22
23 - syms n x y
24 - loc_i1 = elec_i(1,2); loc_i2 = elec_i(2,2);
25 - %loc_im1 = elec_vm(1,2); loc_im2 = elec_vm(2,2);
26
27 - func_1 = (ic/elec_width)*cos(n*pi*y/b); % 전류 흐르는 함수
28
29 - Dn = -2/(n*pi)*int(func_1, loc_i1-elec_width/2, loc_i1+elec_width/2);
30
31 - Cn = 1/(n*pi*sinh(n*pi*a/b))*...
32       (2*(-int(func_1, loc_i2-elec_width/2, loc_i2+elec_width/2))...
33       -Dn*n*pi*cosh(n*pi*a/b));
34
35 - func_3 = (Cn*cosh(n*pi*x/b)+Dn*sinh(n*pi*x/b))*cos(n*pi*y/b);
36
37 - a0 = -1/b*ic; b0 = -a0/2;
38
39 - u = symsum(func_3, n, 1, 10)+a0*x+b0;
40
41
42
43 %% 결과물 확인
44 - dx = 0.2*a; dy = 0.2*b;
45 % 좌표 형성 %
46 - xx = 0:dx:a; yy = 0:dy:b;
47 - [X,Y] = meshgrid(xx,yy);
48 - [ny,nx] = size(X);
49 - potential = zeros(ny,nx);
50 - for i = 1:ny
51 -     for j = 1:nx
52 -         potential(i,j) = double(subs(u, [x y], [X(i,j) Y(i,j)]));
53 -     end
54 - end
55 - contourf(xx,yy,potential,20);

```

1-2. 라플라스 방정식의 수치해석

○ 유한차분법(FDM)

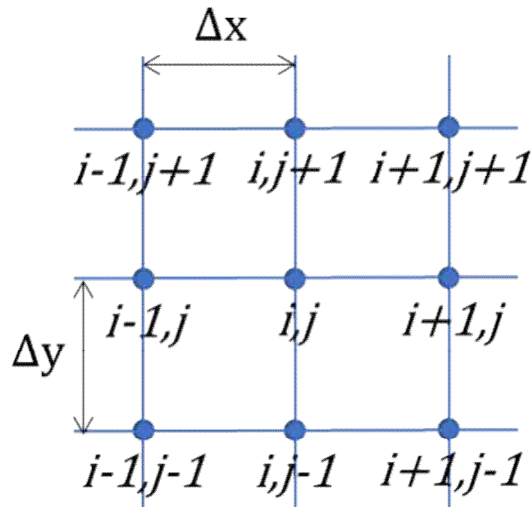
미분방정식의 미분을 격자망으로 구성된 공간의 한 격자에서의 값과 인근 격자와의 거리로 구성된 방정식인 차분식으로 근사하여 수치적으로 해를 구하는 유한차분법을 적용함. 직사각형 단면의 전기 퍼텐셜에 대한 지배 방정식은 직교 좌표계에서 2차 편미분 방정식인 라플라스 방정식임.

$$\sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{식 144})$$

여기서 u 는 전기 퍼텐셜(전위)

σ 는 전기 전도율

유한차분법을 적용하기 위해 직사각형 단면을 가로 간격이 Δx 이고, 세로 간격이 Δy 가 되는 작은 격자망으로 구성하면 다음 그림과 같이 나타낼 수 있음.



[그림 16] 격자망으로 구성된 직사각형 단면

먼저, x 에 대한 1차 편미분 방정식을 [그림 16]에 표현된 격자망을 이용하여 전방차분법과 후방차분법으로 각각 나타내면,

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} \approx \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} \quad (\text{식 145})$$

가 되고, 중앙차분법을 이용해서 x 에 대한 2차 편미분 방정식으로 표현하면 다음과 같음.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x}}{\Delta x} = \frac{\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x}}{\Delta x} \quad (\text{식 146})$$

(식 146)을 정리하여 간단히 나타내면

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} - 2u_{i,j}) \quad (\text{식 147})$$

가 됨. 이제 (식 147)과 유사하게 y 에 대한 2차 편미분 방정식을 차분법으로 나타내면

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta y^2} (u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 2u_{i,j}) \quad (\text{식 148})$$

와 같음. 차분식으로 표현된 (식 147)과 (식 148)을 지배 방정식 (식 144)에 대입하면

$$\sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\sigma}{\Delta x^2} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} - 2u_{i,j}) + \frac{\sigma}{\Delta y^2} (u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 2u_{i,j}) = 0 \quad (\text{식 149})$$

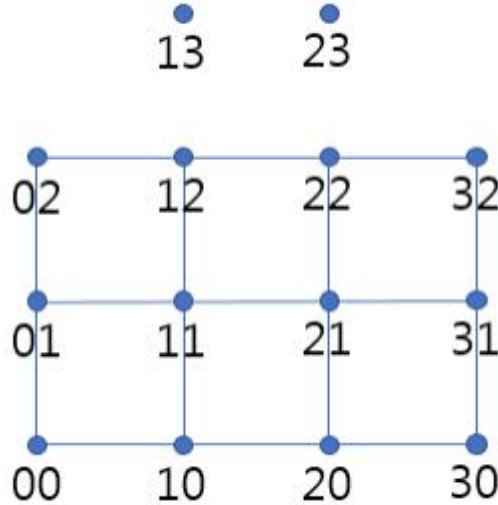
가 되고, 전개하여 u 에 대한 식으로 정리하면 다음과 같음.

$$\frac{\sigma}{\Delta x^2} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) + \frac{\sigma}{\Delta y^2} (u_{i,j+1} + u_{i,j-1}) - \left(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2} \right) u_{i,j} = 0 \quad (\text{식 150})$$

이때 전기 전도율 $\sigma = 1$, 격자망을 구성하는 격자 사이의 거리 $\Delta x = \Delta y = 1$ 이라고 한다면, (식 150)은 다음과 같은 라플라스 차분 방정식으로 표현될 수 있음.

$$u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j} = 0 \quad (\text{식 151})$$

이제 다음 그림과 같이 격자망으로 구성된 직사각형 단면의 한 부분에 경계에서 법선 벡터 방향으로 경계 조건이 있는 경우를 고려하겠음.



[그림 17] 경계 값 u_{12}, u_{22} 에 경계 조건이 있는 직사각형 단면의 격자망

(식 151)에서 $i = 1, j = 1$ 일 때 $u_{2,1} + u_{0,1} + u_{1,2} + u_{1,0} - 4u_{1,1} = 0$ (식 152)가 되고, $i = 2, j = 1$ 일 때

$u_{3,1} + u_{1,1} + u_{2,2} + u_{2,0} - 4u_{2,1} = 0$ (식 153), $i = 1, j = 2$ 일 때 $u_{2,2} + u_{0,2} + u_{1,3} + u_{1,1} - 4u_{1,2} = 0$ (식 154),

$i = 2, j = 2$ 일 때 $u_{3,2} + u_{1,2} + u_{2,3} + u_{2,1} - 4u_{2,2} = 0$ (식 155)가 됨. (식 152)에서 (식 155)까지 경계 값

u_{12}, u_{22} 와 내부 근접 지점의 값 u_{11}, u_{21} 에 대해 행렬로 정리하면 다음과 같음.

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{식 156})$$

경계에서 법선 벡터 방향으로의 미분 값을 나타내는 노이만 경계 조건에 따라 전류 흐름이 있는 직사각형 단면에서의 경계 조건은 $\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = I$ (식 157)로 나타낼 수 있음. 마찬가지로 전류가 주어지지 않은 직사각형 단면에서의 경계 조건은 $\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = 0$ (식 158)이라 할 수 있음. 경계 값 u_{12} 를 기준으로 전류 흐름이 있는 경계 조건을 차분식으로 표현하기 위해 먼저 y 에 대한 1차 편미분 방정식을 [그림 16]에 표현된 격자망을 이용하여 중앙차분법으로 나타내면

$$\frac{\partial u}{\partial y} \approx \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (\text{식 159})$$

가 되고, (식 159)에 $i=1, j=2$ 를 대입하면 $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_{13} - u_{11}}{2\Delta y}$ (식 160)이 됨. 이제 (식 160)을 전류 흐름이 있는 경계 조건을 나타내는 (식 157)에 대입하면 $\sigma \frac{\partial u}{\partial y} = \sigma \frac{u_{13} - u_{11}}{2\Delta y} = I$ (식 161)로 나타낼 수 있음. (식 161)에서 u 에 대한 식으로 정리하면 $u_{13} - u_{11} = I^*$ (식 162), 여기서 $I^* = \frac{2\Delta y \cdot I}{\sigma}$ 가 되고, u_{11} 에 대한 식으로 바꿔주면 $u_{11} = u_{13} - I^*$ (식 163)과 같음. (식 163)에서 u_{13} 은 직사각형 단면 외부에 위치하여 $u_{13} = 0$ 이므로 $u_{11} = -I^*$ (식 164)이 됨. 경계 값 u_{12}, u_{22} 와 내부 근접 지점의 값 u_{11}, u_{21} 로 이루어진 행렬 (식 156)에서 경계 값 u_{12} 를 기준으로 (식 164)의 경계 조건을 반영하면 다음 표와 같이 정리할 수 있음.

[표 1] 경계 값 u_{12} 를 기준으로 경계 조건이 있는 경계면에서의 차분식

u_{12} 기준	u_{11}	u_{21}	u_{12}	u_{22}	
내부	1	0	-4	1	= 0
경계	1				= $-I^*$
	2	0	-4	1	= $-I^*$

경계 값 u_{12} 를 기준으로 [표 1]의 결과를 행렬로 표현하면 다음과 같음.

$$\begin{Bmatrix} 2 & 0 & -4 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{Bmatrix} = -I \quad (\text{식 165})$$

그러므로 경계 값 u_{12}, u_{22} 에 전류 흐름이 있는 경계 조건을 적용하면 (식 156)은 (식 165)와 같이 변형되어 다음과 같이 나타낼 수 있음.

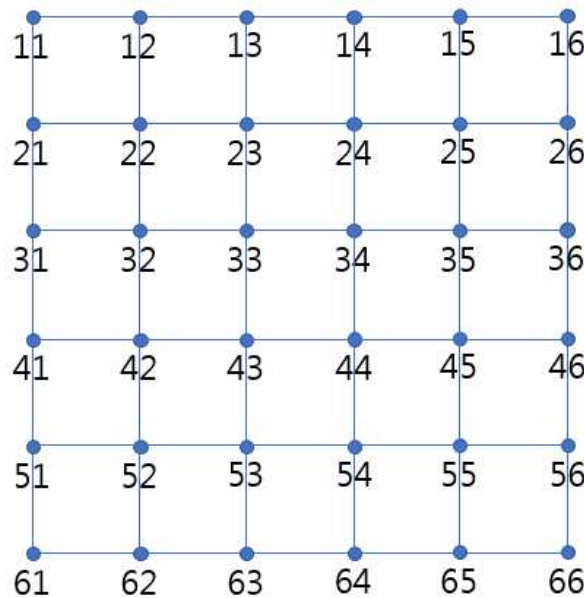
$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I_1^* \\ -I_2^* \end{Bmatrix} \quad (\text{식 166})$$

여기서 $I_1^* = \frac{2\Delta y \cdot I_1}{\sigma}$, $I_2^* = \frac{2\Delta y \cdot I_2}{\sigma}$ (식 167), (식 168)

그러나 (식 165)은 (식 150)로부터 전기 전도율 $\sigma=1$, 격자망을 구성하는 격자 사이의 거리 $\Delta x = \Delta y = 1$ 이라고 가정하여 정리한 (식 151)의 라플라스 차분 방정식으로부터 도출되었기 때문에 (식 166)의 정방행렬에서 행렬 성분 -4는 $-(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2})$ 로, 나머지 행렬 성분에는 $\frac{\sigma}{\Delta x^2}$ 또는 $\frac{\sigma}{\Delta y^2}$ 로 치환해야 함. 전류 흐름을 나타내는 경계 조건의 경우 경계 값 u_{12} 를 기준으로 (식 164)로부터 $u_{11} = -I^* = -\frac{2\Delta y \cdot I}{\sigma}$ (식 169)이므로 $\frac{\sigma}{\Delta y^2}$ 를 양변에 곱해주면 $\sigma \frac{u_{11}}{\Delta y^2} = -\frac{2I}{\Delta y}$ (식 170)이 되므로 (식 23)에서 경계 조건을 나타내는 우변의 $-I^*$ 은 (식 170)으로 치환할 수 있음. 따라서 (식 166)은 다음과 같이 정리할 수 있음.

$$\begin{bmatrix} -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) & \frac{\sigma}{\Delta x^2} & \frac{\sigma}{\Delta y^2} & 0 \\ \frac{\sigma}{\Delta x^2} & -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) & 0 & \frac{\sigma}{\Delta y^2} \\ \frac{2\sigma}{\Delta y^2} & 0 & -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) & \frac{\sigma}{\Delta x^2} \\ 0 & \frac{2\sigma}{\Delta y^2} & \frac{\sigma}{\Delta x^2} & -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2I_1}{\Delta y} \\ -\frac{2I_2}{\Delta y} \end{Bmatrix} \quad (\text{식 171})$$

이제 정해와의 비교를 위해 다음 그림과 같이 직사각형 단면을 동일하게 5*5로 분할하여 (식 171)과 같이 행렬로 나타내기로 함.



[그림 18] 5*5로 분할한 직사각형 단면의 격자망

5*5로 분할한 직사각형 단면의 격자는 총 36개로 구성되고, (식 166)과 같이 정방행렬을 구성하는 행렬 성분은 다음 설명과 같이 구할 수 있음.

[그림 18]에서 직사각형 단면의 내부를 구성하는 16개 지점(22, 23, ... 54, 55)에서는 (식 156)과 같이 기준 값에 -4, 상하좌우로 인접한 지점 값에 1을 대입하고, 경계면 16개 지점(상단; 12, 13, 14, 15, 좌측; 21, 31, 41, 51, 우측; 26, 36, 46, 56, 하단; 62, 63, 64, 65)에서는 (식 165)와 같이 기준 값에 -4, 영역 내부로 인접한 지점 값에 2, 나머지 경계면에서 인접한 지점 값에 1을 대입함. 그러나 코너 부위 4개 지점(11, 16, 61, 66)의 경우에는 직사각형 단면의 좌측과 우측에만 전류 흐름이 주어지고, 상단과 하단에는 제공되는 전류가 없으므로 기준 값에 -4, 상하로 인접한 지점 값에 2, 좌우로 인접한 지점 값에는 1을 대입하기로 함. 이 행렬 성분들을 대입하여 (식 166)과 같이 행렬로 표현하면 다음과 같음.

$$\begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{31} \\ \vdots \\ u_{46} \\ u_{56} \\ u_{66} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ I^* \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -I^* \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{식 172})$$

(식 172)를 (식 171)과 같이 나타내면 다음과 같음.

$$\begin{bmatrix} -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) & \frac{2\sigma}{\Delta y^2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sigma}{\Delta y^2} & -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) & \frac{\sigma}{\Delta y^2} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma}{\Delta y^2} & -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) & \frac{\sigma}{\Delta y^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \frac{\sigma}{\Delta y^2} & -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) & \frac{\sigma}{\Delta y^2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{2\sigma}{\Delta y^2} & -(\frac{2\sigma}{\Delta x^2} + \frac{2\sigma}{\Delta y^2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{31} \\ \vdots \\ u_{46} \\ u_{56} \\ u_{66} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{2I}{\Delta x} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\frac{2I}{\Delta x} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{식 173})$$

[그림 18]에서 직사각형 단면의 격자가 총 36개이므로 (식 172)와 (식 173)은 $[36 \times 36] \cdot \{36 \times 1\} = \{36 \times 1\}$ 가 되고, (식 172)와 (식 173)의 우변은 직사각형 단면의 경계 조건에 따라 달라지게 됨. 예를 들어 정해석의 직사각형 단면에서 한단 경계 조건을 적용하면 직사각형 단면의 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 전류(+I)가 주입되어 $y=0.8b$ 인 지점으로 전류(-I)가 흘러 나가므로 [그림 18]에서 해당 위치(u_{21}, u_{56})를 찾아 각각 경계 조건($\pm I^*$ 또는 $\pm \frac{2I}{\Delta x}$)을 대입함.

다음으로 유한차분법을 이용한 수치 해석을 하기 위해 공학용 어플리케이션 소프트웨어인 MATLAB을 이용하여 [그림 18]과 같이 5*5로 분할한 직사각형 단면을 가로 간격 $\Delta x = 0.01$ 이고, 세로 간격 $\Delta y = 0.01$ 인 격자망으로 구성하고 퍼텐셜 u 의 분포를 구하도록 함.

먼저 정해석 직사각형 단면에서 좌측 하단과 우측 상단에 전류의 흐름이 있는 경계 조건과 같이 직사각형 단면의 좌측 경계($x=0$)에서 수직 방향으로 $y=0.2b$ 인 지점에 폭이 0.1이고 높이가 10 정도인 전류가 주입되게 하고, 동일한 폭과 높이를 갖되 우측 경계($x=a$)에서 수직 방향으로 $y=0.8b$ 인 지점으로 전류가 흘러 나가게 하는 경우를 고려함. 즉, 유한차분법에 적용하기 위한 전류 흐름이 있는 경계 조건은 $a=b=1$ 인 직사각형 단면에서 $x=0$, $0.15 \leq y \leq 0.25$ 일 때 전류가 주입되므로 $-I^*$ 또는 $-\frac{2I}{\Delta x}$ 가 되고, $x=1$, $0.75 \leq y \leq 0.85$ 일 때 전류가 흘러 나가므로 $+I^*$ 또는 $+\frac{2I}{\Delta x}$ 가 됨. 이때 전류 $I = \frac{1}{0.1}$, 전기 전도율 $\sigma = 1$ 로 가정함.

```

1  %% Copyright 경기대학교 산학협력단 %%
2  %% EIT용 사각단면 유한차분해석 프로그램 %%
3  -  clc; clear all; close all;
4
5  %% INPUT 초기 입력값들 형성 %%
6
7  % 입력값들 %
8  -  a = 1; b = 1; % a는 x방향 길이, b는 y방향 길이
9  -  dx = 0.01; dy = 0.01; % Δx와 Δy 입력
10 -  i = 1; % 한점을 대표하는 라인에 맞추어 Δy로 나누어 줌
11
12
13 % 좌표 형성 %
14 -  x = 0:dx:a; y = 0:dy:b;
15 -  [X, Y] = meshgrid(x,y);
16 -  [ny, nx] = size(X);

```

```

17
18 % 전도를 미리 형성해 놓기 %
19 sigma = 1; % 전기전도율
20 sigma_map = ones(ny,nx)*sigma; % 전기전도율 분포
21
22 % 포텐셜 u 행렬과 벡터를 형성하기 %
23 u.matrix = zeros(ny, nx);
24 u.vector = reshape(u.matrix, [nx+ny,1]);
25 BB = zeros(nx+ny, nx+ny); % 역행렬을 위한 행렬
26
27 % 전류가 들어가는 경계면 %
28 i = i/0.1;
29 BC.matrix = zeros(ny, nx);
30 BC.matrix(find((X==0) & (Y>=0.15) & (Y<=0.25))) = -i*2/dy; % +1 전류
31 BC.matrix(find((X==a) & (Y>=0.75) & (Y<=0.85))) = +i*2/dy; % -1 전류
32 BC.vector = reshape(BC.matrix, [nx+ny,1]);
33
34 %% 실행 코드 %%
35
36 %% BB 행렬 조직화 %%
37
38 %% domain 조직화 %%
39 for i = 2:ny-1
40     for j = 2:nx-1
41         BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
42         BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
43         BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +1에 해당
44         BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +1에 해당
45         BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
46         BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
47         BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
48         % 행렬에서 (i,j)위치에 벡터로 변환시: i+(j-1)*ny
49     end
50 end
51
52 %% 경계면 조직화 %%
53 % 수직라인 경계면
54 for i = 2:ny-1
55     j=1;
56     BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
57     BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
58     BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +1에 해당
59     BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +1에 해당
60     BB_temp(i,j+1) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +2에 해당
61     BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
62
63     j=nx;
64     BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
65     BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
66     BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +1에 해당
67     BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +1에 해당
68     BB_temp(i,j-1) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +2에 해당
69     BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
70 end
71

```

```

17
18 % 전도를 미리 형성해 놓기 %
19 sigma = 1; % 전기전도율
20 sigma_map = ones(ny,nx)*sigma; % 전기전도율 분포
21
22 % 포텐셜 u 행렬과 벡터를 형성하기 %
23 u.matrix = zeros(ny, nx);
24 u.vector = reshape(u.matrix, [nx+ny,1]);
25 BB = zeros(nx+ny, nx+ny); % 역행렬을 위한 행렬
26
27 % 전류가 들어가는 경계면 %
28 i = i/0.1;
29 BC.matrix = zeros(ny, nx);
30 BC.matrix(find((X==0) & (Y>=0.15) & (Y<=0.25))) = -i*2/dy; % +1 전류
31 BC.matrix(find((X==a) & (Y>=0.75) & (Y<=0.85))) = +i*2/dy; % -1 전류
32 BC.vector = reshape(BC.matrix, [nx+ny,1]);
33
34 %% 실행 코드 %%
35
36 %% BB 행렬 조직화 %%
37
38 %% domain 조직화 %%
39 for i = 2:ny-1
40     for j = 2:nx-1
41         BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
42         BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
43         BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +1에 해당
44         BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +1에 해당
45         BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
46         BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
47         BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
48         % 행렬에서 (i,j)위치에 벡터로 변환시: i+(j-1)*ny
49     end
50 end
51
52 %% 경계면 조직화 %%
53 % 수직라인 경계면
54 for i = 2:ny-1
55     j=1;
56     BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
57     BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
58     BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +1에 해당
59     BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +1에 해당
60     BB_temp(i,j+1) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +2에 해당
61     BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
62
63     j=nx;
64     BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
65     BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
66     BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +1에 해당
67     BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +1에 해당
68     BB_temp(i,j-1) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +2에 해당
69     BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
70 end
71

```

```

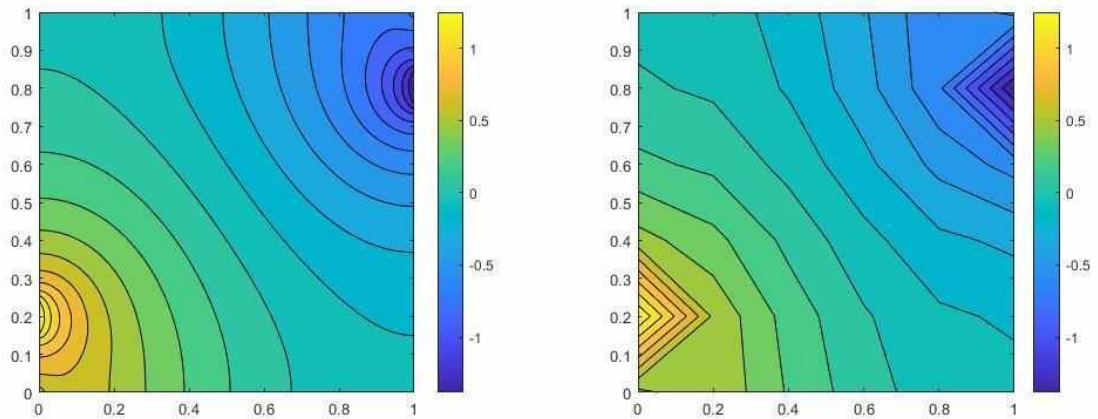
72 % 수평라인 경계면
73
74 for j=2:nx-1
75     i=1;
76     BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
77     BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
78     BB_temp(i+1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +2에 해당
79     BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
80     BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
81     BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
82
83     i=ny;
84     BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
85     BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
86     BB_temp(i-1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +2에 해당
87     BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
88     BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
89     BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
90 end
91
92 % 각 코너 경계 %
93 i = 1; j = 1;
94 BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
95 BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
96 BB_temp(i+1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +2에 해당
97 BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
98 BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
99
100 i = ny; j = 1;
101 BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
102 BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
103 BB_temp(i-1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +2에 해당
104 BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
105 BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
106
107 i = 1; j = nx;
108 BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
109 BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
110 BB_temp(i+1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +2에 해당
111 BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
112 BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
113
114 i = ny; j = nx;
115 BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
116 BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
117 BB_temp(i-1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +2에 해당
118 BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
119 BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx+ny,1])';
120
121 %% 역행렬 계산 %%
122 %u.vector = inv(BB)*BC.vector;
123 u.vector = BB\BC.vector;
124 u.matrix = reshape(u.vector, [ny, nx]);
125
126
127 %% 수학적해와 비교값들 도출 %%
128 dxx = 0.2*a; dyy=0.2*b;
129 xx = 0:dxx:a; yy = 0:dyy:b;
130 [XX, YY] = meshgrid(xx,yy);
131 [nyy, nxx] = size(XX);
132 u.com = zeros(nyy, nxx);

```

```

133
134 - for i = 1:nyy
135 -     for j = 1:nxx
136 -         u.com(i,j) = u.matrix((i-1)*(ny-1)/(nyy-1)+1, (j-1)*(nx-1)/(nxx-1)+1);
137 -     end
138 - end
139
140 - figure(1)
141 - subplot(1,2,1)
142 - contourf(x,y,u.matrix,20)
143 - colorbar
144 - subplot(1,2,2)
145 - contourf(xx,yy,u.com,20)
146 - colorbar

```



유한차분법으로 수치 해석한 직사각형 단면의 전기 퍼텐셜 에너지 분포도는 정해석에서 구한 전기 퍼텐셜 에너지 분포도와 유사함을 알 수 있음. 이제 유한차분법에 의한 수치 해석과 수학적 해석 결과인 정해를 정확한 수치로 비교해보면, 동일한 경계 조건에 대해 무의미한 직사각형 단면의 코너 부위 결과는 무시하고 유한차분법에 의한 전기 퍼텐셜 분포는 [표 2], 정해석의 전기 퍼텐셜 분포는 [표 3]과 같음.

[표 2] 유한차분법에 의한 전기 퍼텐셜 분포

0	0.57479	0.31374	0.11815	-0.00107	0
1.38112	0.56320	0.27530	0.08090	-0.04294	-0.08629
0.51223	0.36964	0.16169	-0.02282	-0.16668	-0.22690
0.22690	0.16668	0.02282	-0.16169	-0.36964	-0.51223
0.08629	0.04294	-0.08090	-0.27530	-0.56320	-1.38112
0	0.00107	-0.11815	-0.31374	-0.57479	0

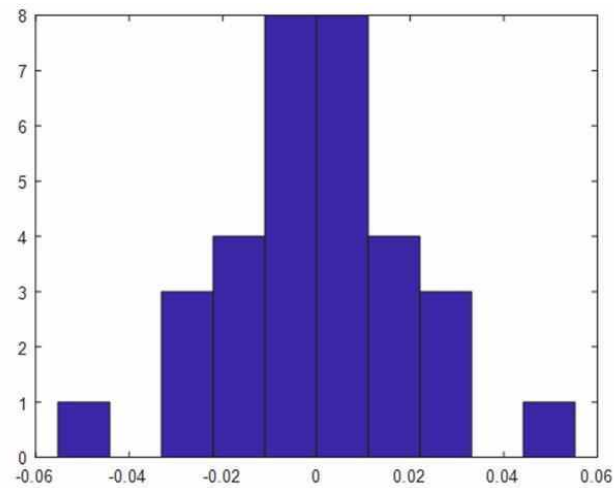
[표 3] 정해석에 의한 전기 퍼텐셜 분포

0	0.6300	0.3370	0.1270	-0.0009	0
1.3590	0.5920	0.2920	0.0880	-0.0430	-0.1070
0.5280	0.3800	0.1690	-0.0220	-0.1700	-0.2470
0.2470	0.1700	0.0220	-0.1690	-0.3800	-0.5280
0.1070	0.0430	-0.0880	-0.2920	-0.5920	-1.3590
0	0.0009	-0.1270	-0.3370	-0.6300	0

[표 2]와 [표 3]의 수치를 비교하여 유한차분법과 정해석의 전기 퍼텐셜 분포 오차를 나타내면 [표 4]와 같고, 이를 히스토그램으로 표현하면 [그림 19]와 같음.

[표 4] 유한차분법과 정해석의 전기 퍼텐셜 분포 오차

0	-0.05521	-0.02326	-0.00885	-0.00017	0
0.02212	-0.02880	-0.01670	-0.00710	0.00006	0.02071
-0.01577	-0.01036	-0.00731	-0.00082	0.00332	0.02010
-0.02010	-0.00332	0.00082	0.00731	0.01036	0.01577
-0.02071	-0.00006	0.00710	0.01670	0.02880	-0.02212
0	0.00017	0.00885	0.02326	0.05521	0



[그림 19] 유한차분법과 정해석의 전기 퍼텐셜 분포 오차 히스토그램

[그림 19]에 보이는 것처럼 유한차분법과 정해석의 전기 퍼텐셜 분포 오차는 정규분포 형태로 나타남을 알 수 있으며, 오차율은 4.4751%를 나타내어 95% 이상 정확도를 보이므로 유한차분법에 의한 수치 해석이 적절함을 알 수 있음.

정해석 풀이

2

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

즉, $\nabla(\sigma \nabla u) = 0$ 식 1

여기서 u 는 전기 퍼텐셜(전위)

σ 는 전도율

$u(x, y)$

1 2 차 편미분 방정식(PDE)인 라플라스 방정식(Laplace's equation)이다.

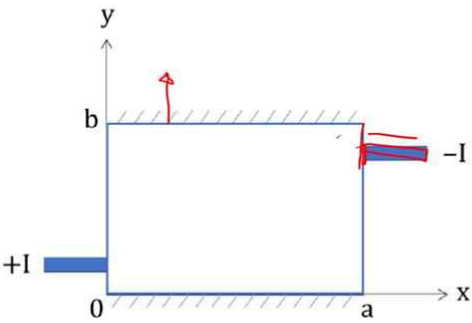
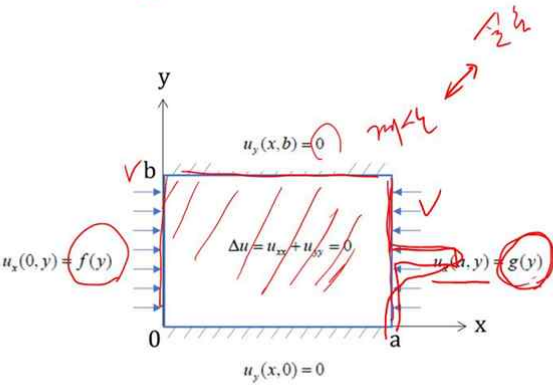
$$\nabla^2 u = \Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad \text{식 2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = I$$

마찬가지로 전류가 주어지지 않은 사각형 영역에서의 경계 조건은

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = 0$$

이라 할 수 있다.



$$u(x, y) = X(x)Y(y) \quad \text{식 5}$$

식 5를 식 2에 대입하면

$$X''(x)Y(y) + X(x)Y''(y) = 0 \quad \text{식 6}$$

가 되고,

$$X''(x)Y(y) = -X(x)Y''(y) \quad \text{식 7}$$

로 정리할 수 있다.

이 식을 다음과 같이 독립변수 x, y 로 정리하고, 모든 x, y 에 대하여 식이 성립할 수 있도록 임의의 상수 λ^2 로 두자.

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = -\frac{Y''(y)}{Y(y)} = \lambda^2 \quad \text{식 8}$$

이제 다음과 같이 두 개의 2차 상미분 방정식(ODE)으로 분리할 수 있다.

$$X''(x) - \lambda^2 X(x) = 0 \quad \text{식 9}$$

$$Y''(y) + \lambda^2 Y(y) = 0 \quad \text{식 10}$$

$$u(x, y) = X(x)Y(y) + (a_0x + b_0)$$

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

$$Y''(y) + \lambda^2 Y(y) = 0 \quad \text{식 10}$$

먼저, 식 10의 일반해(general solution)를 구하면

$$Y(y) = A \cos \lambda y + B \sin \lambda y \quad \text{식 11}$$

여기서 A, B 는 적분상수

식 4.1.2로부터 균질한 경계 조건은 $Y'(0) = 0$, $Y'(b) = 0$ 이므로 식 11-1.1,2

경계 조건을 대입하기 위해 식 11의 1차 미분 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$Y'(y) = -A\lambda \sin \lambda y + B\lambda \cos \lambda y \quad \text{식 12}$$

식 4.1.2로부터 균질한 경계 조건은 $Y'(0) = 0$, $Y'(b) = 0$ 이므로 식 11-1.1,2

경계 조건을 대입하기 위해 식 11의 1차 미분 방정식을 구하면 다음과 같다.

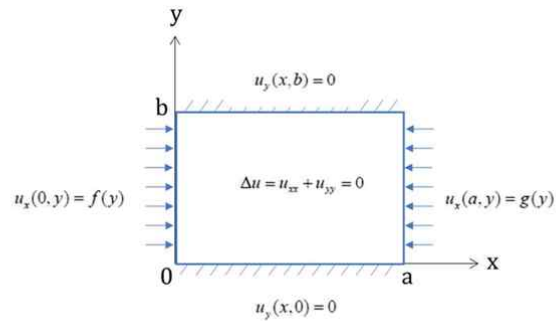
$$Y'(0) = B\lambda = 0 \quad B = 0$$

$$Y'(b) = -A\lambda \cdot \sin \lambda b = 0$$

$$A\lambda = 0 \quad \text{또는} \quad \sin \lambda b = 0$$

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{b}$$

$$Y_n = \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$



$$X''(x) - \lambda^2 X(x) = 0 \quad \text{식 9}$$

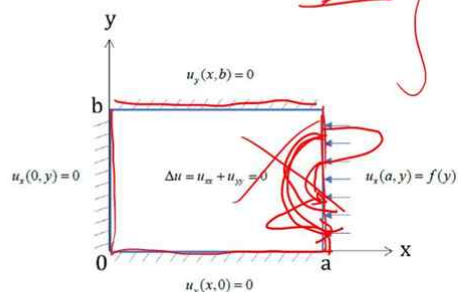
$$X_n = C_n \cosh \lambda_n x + D_n \sinh \lambda_n x \quad \text{식 22}$$

$$X_n = C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right)$$

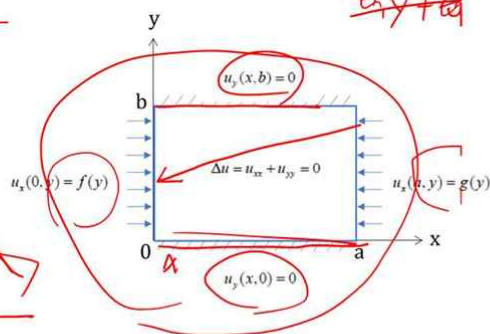
$$u_n(x, y) = X_n Y_n = \left\{ C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

$$u(x, y) = X(x)Y(y)$$



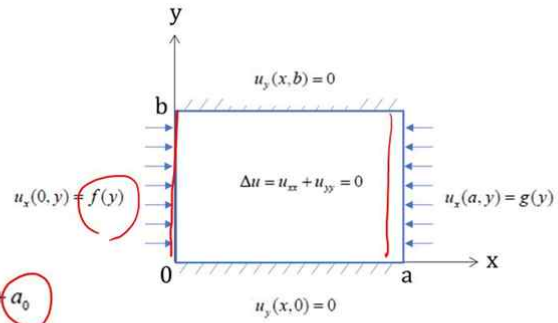
$$u(x, y) = X(x)Y(y) + a_0 x + b_0$$



포인카레 정리 Voltage

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 x + b_0$$

비균질한 경계 조건은 $u_x(0, y) = f(y)$, $u_x(a, y) = g(y)$



$$u_x(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0$$

$$u_x(0, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(D_n \frac{n\pi}{b} \right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 = f(y)$$

푸리에(Fourier) 코사인 급수와 같으므로 코사인 급수항의 계수는 식 31.

$$D_n \frac{n\pi}{b} = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad \text{식 31}$$

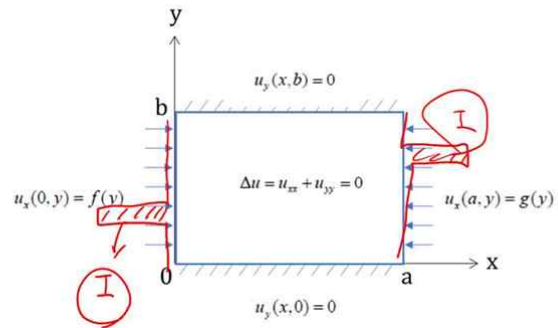
$$2a_0 = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) dy \quad \text{식 49}$$

비균질한 경계 조건은 $u_x(0, y) = f(y)$, $u_x(a, y) = g(y)$

$$u_x(a, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \right] \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 = g(y)$$

$$C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy$$

$$2a_0 = \frac{2}{b} \int_0^b g(y) dy$$



$$a_0 = -\frac{1}{b} \left(\int_0^b f(y) dy \right) = -\frac{1}{b} \int_0^b f(y) dy$$

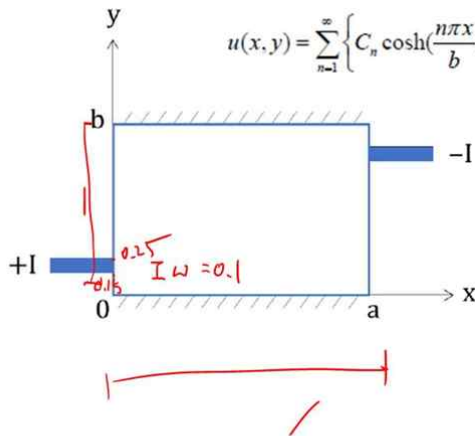
$$a_0 = \frac{1}{b} \left(\int_0^b g(y) dy \right) = \frac{1}{b} \int_0^b g(y) dy$$

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 x + b_0$$

$$C_n + D_n \frac{n\pi}{b} = -\frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad \text{식 56}$$

$$C_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) + D_n \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad \text{식 57}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{n\pi}{b} \\ \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) & \frac{n\pi}{b} \cosh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \end{bmatrix}$$



$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + D_n \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + a_0 x + b_0$$

$$\begin{aligned} f(y) &= 10 \quad \text{식 67} \\ g(y) &= -10 \quad \text{식 68} \\ \frac{I}{w} \times w &= I \\ I &= 1 \\ w & \end{aligned}$$

$$a_0 = -\frac{1}{b} \int_0^b f(y) dy$$

$$b_0 = -\frac{a_0}{2}$$

$$f(y)=10 \quad \text{식 67}$$

$$g(y)=-10 \quad \text{식 68}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{n\pi}{b} \\ \frac{n\pi}{b} \sinh(\frac{n\pi a}{b}) & \frac{n\pi}{b} \cosh(\frac{n\pi a}{b}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos(\frac{n\pi y}{b}) dy \\ \frac{2}{b} \int_0^b g(y) \cdot \cos(\frac{n\pi y}{b}) dy \end{bmatrix}$$

$$CD(n) = \begin{bmatrix} 0 & n \cdot \frac{\pi}{b} \\ n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sinh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) & n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \cosh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \cdot \frac{-2}{b} \int_{0.15}^{0.25} f(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \int_{0.75}^{0.85} g(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \end{bmatrix}$$

Handwritten notes: $0.0, 1.0$ for $CD(n)$; $0.15, 0.25$ for $f(y)$ integral; $0.75, 0.85$ for $g(y)$ integral; $0.15, 0.25$ for $f(y)$ plot; $0.15, 0.25$ for $g(y)$ plot.

식 58 으로 표현된 C_n 과 D_n

$$C_n = C(n)$$

Handwritten notes: $1, 2, 3$ below $C(n)$.

$$C(n) = CD(n)_{0,0} \quad D(n) = CD(n)_{1,0}$$

$$C(1) = 0.559 \quad D(1) = -0.513$$

C_n 과 D_n 의 초기값 ($n=1$) 확인

$$D(n)$$

$a > 1 \quad b > 1$ 사각형 영역의 범위 $0 < x < a, \quad 0 < y < b$ 설정

$$f(y) = 10 \quad g(y) = -10$$

좌측 경계 조건의 함수 $f(y)$ 와 우측 경계 조건의 함수 $g(y)$

$$CD(n) = \begin{bmatrix} 0 & n \cdot \frac{\pi}{b} \\ n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \sinh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) & n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot \cosh\left(n \cdot \pi \cdot \frac{a}{b}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \cdot \frac{-2}{b} \int_{0.15}^{0.25} f(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \\ \frac{2}{b} \int_{0.75}^{0.85} g(y) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) dy \end{bmatrix}$$

식 58 으로 표현된 C_n 과 D_n

$$C_n \quad b_n = 0$$

C_n 과 D_n 의 초기값 ($n=1$) 확인

$$C(n) = CD(n)_{0,0} \quad D(n) = CD(n)_{1,0}$$

$$C(1) = 0.559 \quad D(1) = -0.513$$

$$a_0 = \frac{1}{b} \int_{0.15}^{0.25} f(y) dy = -1$$

$$b_0 = \frac{-a_0}{2}$$

analytical sol

a_0 와 b_0 설정

exact sol

$n=1$

$$u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(C(n) \cdot \cosh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) + D(n) \cdot \sinh\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot x\right) \right) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{b} \cdot y\right) \right] + a_0 + b_0$$

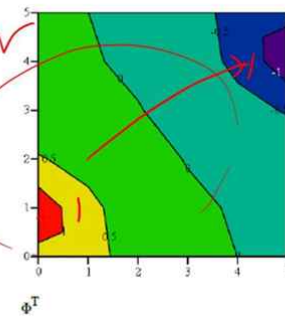
Handwritten notes: $1, 2, 3$ below $C(n)$; $1, 2, 3$ below $D(n)$; $1, 2, 3$ below a_0 ; $1, 2, 3$ below b_0 .

$$u(x,y) = \begin{bmatrix} u(0,0) & u(0,2) & u(0,4) & u(0,6) & u(0,8) & u(1,0) \\ u(0,2) & u(0,2,2) & u(0,4,2) & u(0,6,2) & u(0,8,2) & u(1,2) \\ u(0,4) & u(0,2,4) & u(0,4,4) & u(0,6,4) & u(0,8,4) & u(1,4) \\ u(0,6) & u(0,2,6) & u(0,4,6) & u(0,6,6) & u(0,8,6) & u(1,6) \\ u(0,8) & u(0,2,8) & u(0,4,8) & u(0,6,8) & u(0,8,8) & u(1,8) \\ u(0,1) & u(0,2,1) & u(0,4,1) & u(0,6,1) & u(0,8,1) & u(1,1) \end{bmatrix}$$

사각형 영역을 5*5 로 분할하기 위한 행렬

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.63 & 0.337 & 0.127 & -8.993 \times 10^{-4} & -0.063 \\ 1.359 & 0.592 & 0.292 & 0.088 & -0.043 & -0.107 \\ 0.528 & 0.38 & 0.169 & -0.022 & -0.17 & -0.247 \\ 0.247 & 0.17 & 0.022 & -0.169 & -0.38 & -0.528 \\ 0.107 & 0.043 & -0.088 & -0.292 & -0.592 & -1.359 \\ 0.063 & 8.994 \times 10^{-4} & -0.127 & -0.337 & -0.63 & -0.85 \end{bmatrix}$$

분할 영역의 경계에 해당되는 결과값 u



유한차분법 풀이

Mixed Boundary Value Problem for a Poisson Equation

Solve the mixed boundary value problem for the Poisson equation

$$\nabla^2 u = u_{xx} + u_{yy} = f(x, y) = 12xy$$

shown in Fig. 457a.

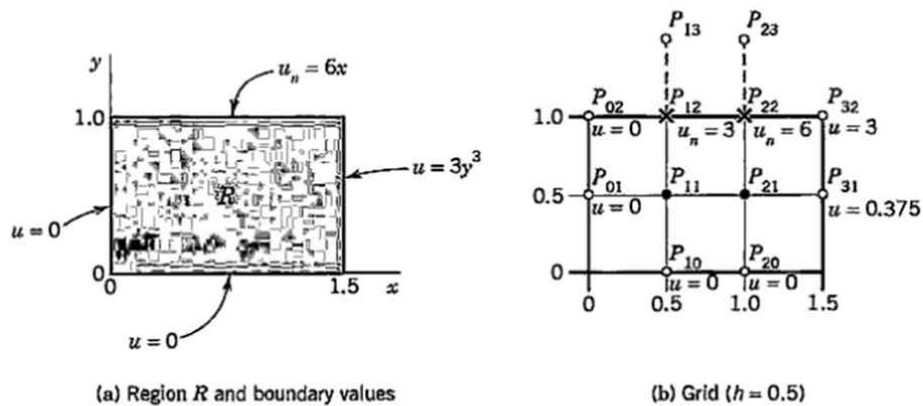


Fig. 457. Mixed boundary value problem in Example 1

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla u) = \sigma u_{xx} + \sigma u_{yy} = \sigma \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x^2} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x}}{\Delta x} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j} - (u_{i,j} - u_{i,j-1})}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta x} \approx \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta x}$$

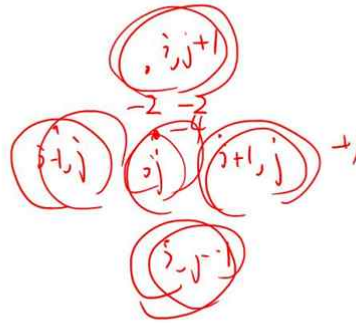
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} (u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 2u_{i,j})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta y^2} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} - 2u_{i,j})$$

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial u}{\partial y^2} = \frac{\sigma}{\Delta x^2} (u_{i,j+1} + u_{i,j-1}) + \frac{\sigma}{\Delta y^2} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j})$$

$$- \left(\frac{2}{\Delta x^2} \sigma(u_{i,j}) + \frac{2}{\Delta y^2} \sigma(u_{i,j}) \right)$$

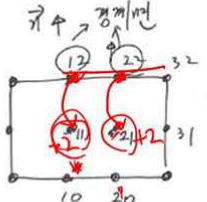
$$u_{i,j-1} \quad u_{i,j} \quad u_{i,j+1}$$



if: $\sigma=1 \quad \Delta x = \Delta y = 1$

$$u_{i,j+1} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i-1,j} - 4u_{i,j} \approx 0 \quad \checkmark$$

$$u_{i,j+1} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i-1,j} - 4u_{i,j} \approx 0$$



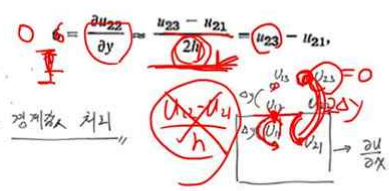
가중: -4, 주위: 1

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{21} & u_{22} \\ -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{21} \\ u_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

norm vector 해방하는 방법: 근점 지점 값

$$3 = \frac{\partial u_{12}}{\partial y} \approx \frac{u_{13} - u_{11}}{2h} = u_{13} - u_{11}$$



$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{또는} \quad \sigma \frac{\partial u}{\partial x} = I \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = I$$

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_2 - u_1}{h} = I \rightarrow u_2 - u_1 = I^*$$

$$u_{13} + u_{11} = \frac{2I \cdot \Delta x}{h}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{21} \\ u_{22} \end{bmatrix} = -I^*$$

설명

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

-4 (-2) (-2)

δx δy

기준

$$\frac{\sigma}{\Delta y^2} \cdot U_{i+1,j}$$

↓
포개인

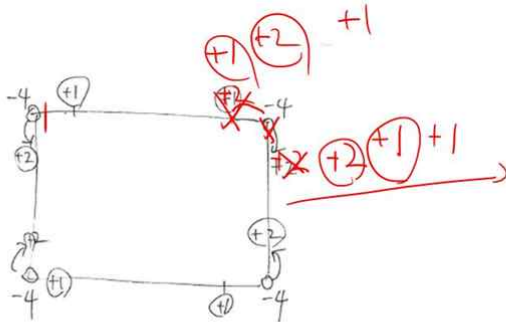
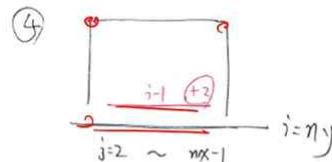
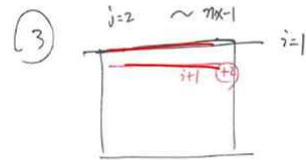
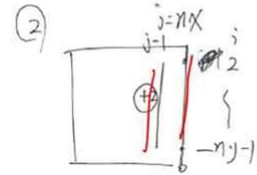
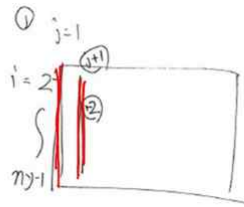
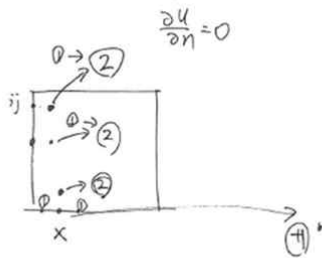
$$U_{i3} - U_{i1} = \frac{I \cdot 2 \cdot \Delta y}{\sigma}$$

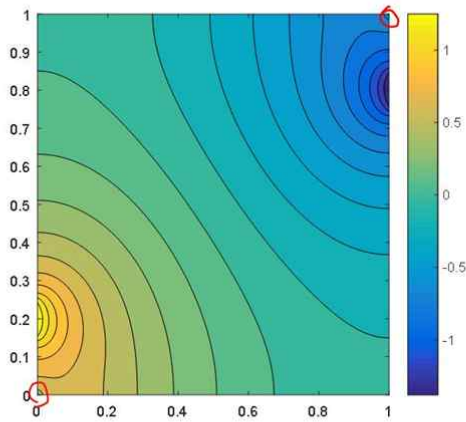
$$U_{i1} = U_{i3} - \frac{I \cdot 2 \cdot \Delta y}{\sigma}$$

기준 맞춘 →

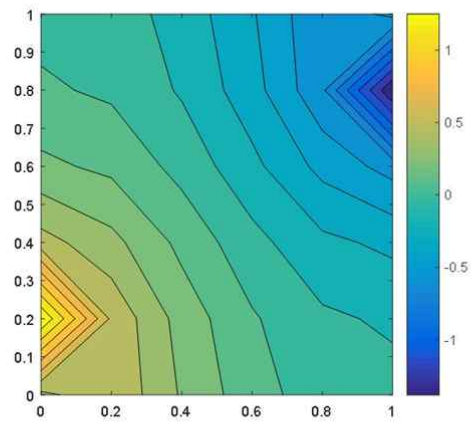
$$\left[\frac{\sigma}{\Delta y^2} U_{i1} = - \frac{I \cdot 2 \cdot \sigma}{\sigma \Delta y^2} = - \frac{2I}{\Delta y^2} \right] \left(\frac{\sigma}{\Delta y^2} \cdot 2 \cdot U_{i1} \right)$$

$-\frac{I}{\Delta y^2}$





✓



✓

정해석

유한차분법

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.86 & 0.63 & 0.337 & 0.127 & -8.993 \times 10^{-4} & -0.063 \\ 1.359 & 0.592 & 0.292 & 0.088 & -0.043 & -0.107 \\ 0.528 & 0.38 & 0.169 & -0.022 & -0.17 & -0.247 \\ 0.247 & 0.17 & 0.022 & -0.169 & -0.38 & -0.528 \\ 0.107 & 0.043 & -0.088 & -0.292 & -0.592 & -1.359 \\ 0.063 & 8.994 \times 10^{-4} & -0.127 & -0.337 & -0.63 & -0.86 \end{pmatrix}$$

$R^2 = \frac{\sum \text{정해석}}{\sum \text{오차}}$

1	2	3	4	5	6
0.4190	0.5748	0.3137	0.1182	0.0011	-0.0219
1.3811	0.5122	0.2201	0.0201	0.0429	-0.0863
0.2269	0.3696	0.207	-0.0228	-0.1667	-0.2269
0.2269	0.1667	0.0228	-0.1617	-0.3696	-0.5122
0.0863	0.0429	-0.0809	-0.2753	-0.5632	-1.3811
-0.0219	0.0011	-0.1182	-0.3137	-0.5748	-0.4190

	A	B	C	D	E	F
1	정해석	FDM	차이값	차이값의 절대값	ln	정해석절대값
2	1.359	1.3811	-0.0221	0.0221	.	1.359
3	0.528	0.5122	0.0158	0.0158	.	0.528
4	0.247	0.2269	0.0201	0.0201	.	0.247
5	0.107	0.0863	0.0207	0.0207	.	0.107
6	0.63	0.5748	0.0552	0.0552	.	0.63
7	0.337	0.3137	0.0233	0.0233	.	0.337
8	0.1247	0.1182	0.0065	0.0065	.	0.1247
9	-0.0009	-0.0011	0.000201	0.0002007	.	0.0008993
10			합	0.1639007	.	3.3335993
11				에러율		0.049166287

$\frac{10\%}{10} = 4.92\%$

$\frac{0.1639}{3.3336}$

EIT_rectangular_analytical_solution_kcl.m

```
%% Copyright 경기대학교 산학협력단 %%
%% EIT용 사각단면 정해석 프로그램 %%

clc; clear all;

%% INPUT %%
a = 1; b = 1; % 단위 mm / a는 x축 길이, b는 y축 길이
elec_width = 0.1; % 단위 mm / 전극 두께
ic = 1; % 전류값
sigma = 1;

%% 실행되는 코드 %%

elec_xy = [0, 0.2*b; 0, 0.4*b; ...
           0, 0.6*b; 0, 0.8*b; ...
           a, 0.2*b; a, 0.4*b; ...
           a, 0.6*b; a, 0.8*b];

BC1.current = elec_xy([1 8], :); %+ -

ic=ic/sigma; elec_i=BC1.current;

syms n x y
loc_i1 = elec_i(1,2); loc_i2 = elec_i(2,2);
%loc_im1 = elec_vm(1,2); loc_im2 = elec_vm(2,2);

func_1 = (ic/elec_width)*cos(n*pi*y/b); % 전류 흐르는 함수

Dn = -2/(n*pi)*int(func_1,loc_i1-elec_width/2,loc_i1+elec_width/2);

Cn = 1/(n*pi*sinh(n*pi*a/b))*....
    (2*(-int(func_1,loc_i2-elec_width/2,loc_i2+elec_width/2))...
    -Dn*n*pi*cosh(n*pi*a/b));

func_3 = (Cn*cosh(n*pi*x/b)+Dn*sinh(n*pi*x/b))*cos(n*pi*y/b);

a0 = -1/b*ic; b0 = -a0/2;

u = symsum(func_3, n, 1, 10)+a0*x+b0;

%% 결과물 확인
dx = 0.2*a; dy = 0.2*b;
```

```

% 좌표 형성 %
xx = 0:dx:a; yy = 0:dy:b;
[X,Y] = meshgrid(xx,yy);
[ny,nx] = size(X);
potential = zeros(ny,nx);
for i = 1:ny
    for j = 1:nx
        potential(i,j) = double(subs(u, [x y], [X(i,j) Y(i,j)]));
    end
end
contourf(xx,yy,potential,20)

```

EIT_rectangular_FDM.m

```

%% Copyright 경기대학교 산학협력단 %%
%% EIT용 사각단면 유한차분해석 프로그램 %%
clc; clear all; close all;

%% INPUT 초기 입력값들 형성 %%

% 입력값들 %
a = 1; b = 1; % a는 x방향 길이, b는 y방향 길이
dx = 0.01; dy = 0.01; %  $\Delta x$ 와  $\Delta y$  입력
i = 1; % 한점을 대표하는 라인에 맞추어  $\Delta y$ 로 나누어 줌

% 좌표 형성 %
x = 0:dx:a; y = 0:dy:b;
[X, Y] = meshgrid(x,y);
[ny, nx] = size(X);

% 전도율 미리 형성해 놓기 %
sigma = 1; % 전기전도율
sigma_map = ones(ny,nx)*sigma; % 전기전도율 분포

% 포텐셜 u 행렬과 벡터를 형성하기 %
u.matrix = zeros(ny, nx);
u.vector = reshape(u.matrix, [nx*ny,1]);
BB = zeros(nx*ny, nx*ny); % 역행렬을 위한 행렬

% 전류가 들어가는 경계면 %
i = i/0.1;
BC.matrix = zeros(ny, nx);
BC.matrix(find((X==0) & (Y>=0.15) & (Y<=0.25))) = -i*2/dy; % +1 전류
BC.matrix(find((X==a) & (Y>=0.75) & (Y<=0.85))) = +i*2/dy; % -1 전류
BC.vector = reshape(BC.matrix, [nx*ny,1]);

```

```
%% 실행 코드 %%
```

```
%% BB 행렬 조직화 %%
```

```
%% domain 조직화 %%
```

```
for i = 2:ny-1
    for j = 2:nx-1
        BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
        BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
        BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +1에 해당
        BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +1에 해당
        BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
        BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
        BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1])';
        % 행렬에서 (i,j)위치를 벡터로 변환시: i+(j-1)*ny
    end
end
```

```
%% 경계면 조직화 %%
```

```
% 수직라인 경계면
```

```
for i = 2:ny-1
    j=1;
    BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
    BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
    BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +1에 해당
    BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +1에 해당
    BB_temp(i,j+1) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +2에 해당
    BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1])';

    j=nx;
    BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
    BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
    BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +1에 해당
    BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +1에 해당
    BB_temp(i,j-1) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +2에 해당
    BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1])';
end
```

```
% 수평라인 경계면
```

```
for j=2:nx-1
    i=1;
    BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
    BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
    BB_temp(i+1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +2에 해당
    BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
    BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
```

```

BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

i=ny;
BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
BB_temp(i-1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +2에 해당
BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);
end

% 각 코너 경계 %
i = 1; j = 1;
BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
BB_temp(i+1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +2에 해당
BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

i = ny; j = 1;
BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
BB_temp(i-1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +2에 해당
BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j+1); % x 방향 +1에 해당
BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

i = 1; j = nx;
BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
BB_temp(i+1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i+1,j); % y 방향 +2에 해당
BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

i = ny; j = nx;
BB_temp = zeros(ny,nx); %저장을 위한 임시행렬
BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4에 해당
BB_temp(i-1,j) = (2/dy^2)*sigma_map(i-1,j); % y 방향 +2에 해당
BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j-1); % x 방향 +1에 해당
BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

%% 역행렬 계산 %%
%u.vector = inv(BB)*BC.vector;
u.vector = BB\BC.vector;
u.matrix = reshape(u.vector, [ny, nx]);

%% 수학적해와 비교값들 도출 %%

```

```

dxx = 0.2*a; dyy=0.2*b;
xx = 0:dxx:a; yy = 0:dyy:b;
[XX, YY] = meshgrid(xx,yy);
[nyy, nxx] = size(XX);
u.com = zeros(nyy, nxx);

for i = 1:nyy
    for j = 1:nxx
        u.com(i,j) = u.matrix((i-1)*(ny-1)/(nyy-1)+1, (j-1)*(nx-1)/(nxx-1)+1);
    end
end

figure(1)
subplot(1,2,1)
contourf(x,y,u.matrix,20)
colorbar
subplot(1,2,2)
contourf(xx,yy,u.com,20)
colorbar

```

2차원 전류 흐름 정해석 풀이

$$\sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$\text{즉, } \nabla(\sigma \nabla u) = 0 \quad \text{식 1}$$

여기서 u 는 전기 퍼텐셜(전위)

σ 는 전도율

! 2 차 편미분 방정식(PDE)인 라플라스 방정식(Laplace's equation)이다.

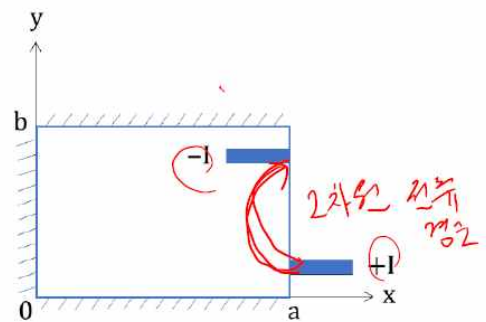
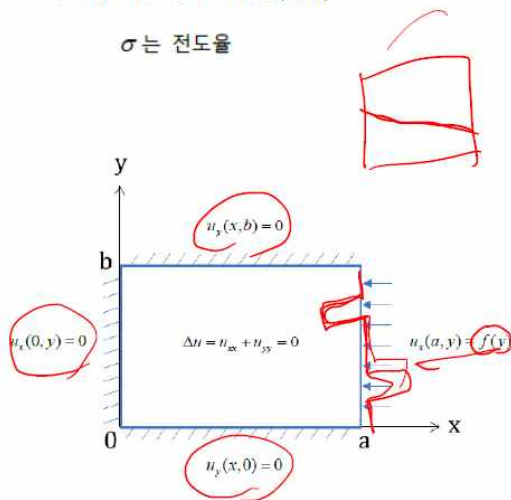
$$\nabla^2 u = \Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad \text{식 2}$$

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = I$$

마찬가지로 전류가 주어지지 않은 사각형 영역에서의 경계 조건은

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = 0$$

이러 할 수 있다.



$$u_x(0, y) = 0 \quad u_x(a, y) = f(y) \quad \text{식 3-1,2}$$

$$u_y(x, 0) = 0 \quad u_y(x, b) = 0 \quad \text{식 4-1,2}$$

) 경계조건

$$u(x, y) = X(x)Y(y) \quad \text{식 5}$$

식 5 를 식 2 에 대입하면

$$X''(x)Y(y) + X(x)Y''(y) = 0 \quad \text{식 6}$$

가 되고,

$$X''(x)Y(y) = -X(x)Y''(y) \quad \text{식 7}$$

임의의 상수 λ^2 로 두자.

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{Y''(y)}{Y(y)} = -\lambda^2 \quad \text{식 8}$$

변수분리

이제 다음과 같이 두 개의 2 차 상미분 방정식(ODE)으로 분리할 수 있다.

$$X''(x) - \lambda^2 X(x) = 0 \quad \text{식 9}$$

$$Y''(y) + \lambda^2 Y(y) = 0 \quad \text{식 10}$$

먼저, 식 10 의 일반해(general solution)를 구하면

$$Y(y) = A \cos \lambda y + B \sin \lambda y \quad \text{식 11}$$

여기서 A, B 는 적분상수

식 4.1.2 로부터 균질한 경계 조건은 $Y'(0) = 0$, $Y(b) = 0$ 이므로 식 11-1.1,2

경계 조건을 대입하기 위해 식 11 의 1 차 미분 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$Y'(y) = -A\lambda \sin \lambda y + B\lambda \cos \lambda y \quad \text{식 12}$$

따라서 $\lambda \neq 0$ 이므로 식 14.1 에 따라 $B = 0$ 이 되고

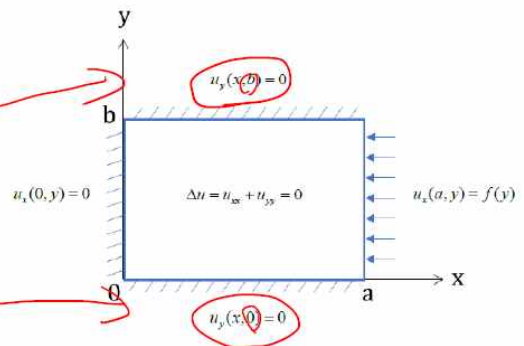
식 12 은 다음과 같다.

$$Y'(y) = -A\lambda \sin \lambda y \quad \text{식 15}$$

$$Y'(b) = -A\lambda \sin \lambda b = 0$$

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{b} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \text{로 정리할 수 있다. 식 20}$$

$$Y(y) = A \cos \lambda y$$



$$X_n = C_n \cosh \lambda_n x + D_n \sinh \lambda_n x \quad \text{식 22}$$

$$X'_n(0) = D_n \lambda_n = 0 \text{ 이 되고, 식 25}$$

$$\lambda_n \neq 0 \text{ 이므로 } D_n = 0 \text{ 이 된다. 식 26}$$

$$X'_n = C_n \lambda_n \sinh \lambda_n x \quad \text{식 27}$$

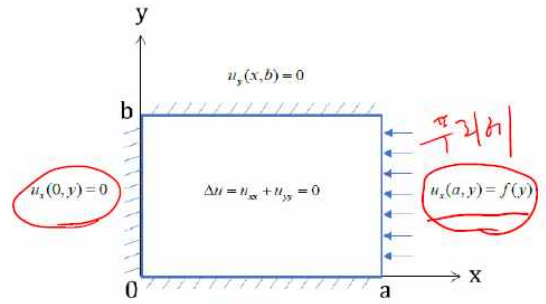
$$X_n = C_n \cosh \lambda_n x \text{ 이고, 식 28}$$

$$X_n = \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \quad X_0 = 1(C_0 = 1)$$

$$u_n(x, y) = X_n Y_n = \cosh\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

$$u_0(x, y) = X_0 Y_0 = 1 \quad \text{식 30}$$

$A_n \cdot C_n \rightarrow A_n$
상수 1개



$$u(x, y) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

여기서 A_0 와 A_n 은 임의 상수 푸리에

$$u_x(a, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{a}\right) \right\} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = f(y)$$

푸리에 공식

$$f(y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad \text{식 35}$$

여기서 $f(y)$ 함수의 주기를 0에서 b로 가정하면 식 35의 계수 a_n 은

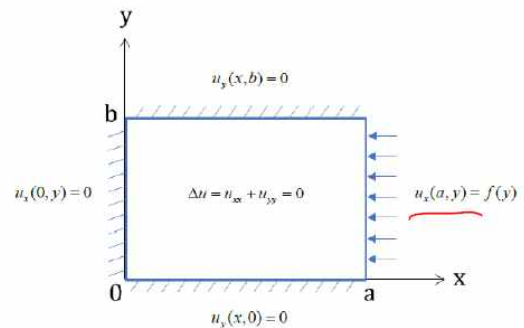
$$a_n = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad \text{식 36}$$

푸리에 공식 사용

$$A_n \frac{n\pi}{b} \sinh\left(\frac{n\pi a}{a}\right) = \frac{2}{b} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad \text{식 37}$$

이므로, 식 37를 A_n 에 대한 식으로 정리하면

$$A_n = \frac{2}{n\pi \cdot \sinh\left(\frac{n\pi a}{a}\right)} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \text{ 가 된다. 식 38}$$



$$u(x, y) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad \text{식 39}$$

$$\text{여기서 } A_n = \frac{2}{n\pi \cdot \sinh\left(\frac{n\pi a}{a}\right)} \int_0^b f(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad \text{식 40}$$

$$f(y) = \int_{0.15}^{0.25} 10 \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \int_{0.75}^{0.85} (-10) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \quad \text{식 1}$$

MATHECAD

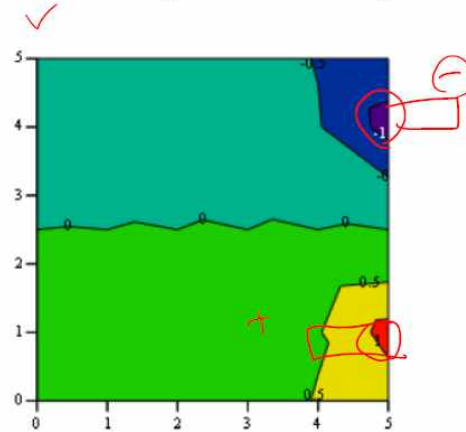
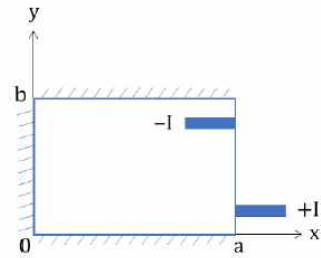
$$A(n) = \frac{2}{n\pi \sinh\left(\frac{n\pi a}{b}\right)} \cdot \left(\int_{0.15}^{0.25} 10 \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \int_{0.75}^{0.85} -10 \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \right)$$

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{10} \left(A(n) \cosh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} u(0,0) & u(0.2,0) & u(0.4,0) & u(0.6,0) & u(0.8,0) & u(1,0) \\ u(0,0.2) & u(0.2,0.2) & u(0.4,0.2) & u(0.6,0.2) & u(0.8,0.2) & u(1,0.2) \\ u(0,0.4) & u(0.2,0.4) & u(0.4,0.4) & u(0.6,0.4) & u(0.8,0.4) & u(1,0.4) \\ u(0,0.6) & u(0.2,0.6) & u(0.4,0.6) & u(0.6,0.6) & u(0.8,0.6) & u(1,0.6) \\ u(0,0.8) & u(0.2,0.8) & u(0.4,0.8) & u(0.6,0.8) & u(0.8,0.8) & u(1,0.8) \\ u(0,1) & u(0.2,1) & u(0.4,1) & u(0.6,1) & u(0.8,1) & u(1,1) \end{pmatrix}$$

사각형 영역을 5*5로 분할하기 위한 행렬

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.009 & 0.107 & 0.108 & 0.296 & 0.523 & 0.706 \\ 0.072 & 0.087 & 0.137 & 0.243 & 0.463 & 1.18 \\ 0.027 & 0.033 & 0.052 & 0.094 & 0.177 & 0.253 \\ -0.027 & -0.033 & -0.052 & -0.094 & -0.177 & -0.253 \\ -0.072 & -0.087 & -0.137 & -0.243 & -0.463 & -1.18 \\ -0.009 & -0.107 & -0.108 & -0.296 & -0.523 & -0.706 \end{pmatrix}$$



매트랩 코드

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla u) = \sigma u_{xx} + \sigma u_{yy} = \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x}}{\Delta x} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j} - (u_{i,j} - u_{i,j-1}))}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta x} \approx \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} (u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 2u_{i,j})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\Delta y^2} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} - 2u_{i,j})$$

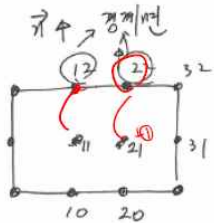
$$\sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\sigma}{\Delta x^2} (u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 2u_{i,j}) + \frac{\sigma}{\Delta y^2} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} - 2u_{i,j})$$

$$= \frac{2\sigma}{\Delta x^2} (u_{i,j} - u_{i,j-1}) + \frac{2\sigma}{\Delta y^2} (u_{i,j} - u_{i,j+1})$$

$$\text{if } \sigma=1 \quad \Delta x = \Delta y = 1$$

$$u_{i,j+1} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i,j+1} - 4u_{i,j} \approx 0$$

$$u_{i,j+1} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i,j+1} - 4u_{i,j} \approx 0$$



가중: -4, 주위: 1

$$\begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{bmatrix}$$

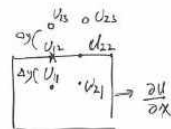
$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} & u_{12} & u_{22} \\ -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

B.C. 강제조건
norm vector 해방하는 방법
근점지점 값

$$3 = \frac{\partial u_{12}}{\partial y} \approx \frac{u_{13} - u_{11}}{2h} = u_{13} - u_{11}$$

$$6 = \frac{\partial u_{22}}{\partial y} \approx \frac{u_{23} - u_{21}}{2h} = u_{23} - u_{21}$$

경계값 처리



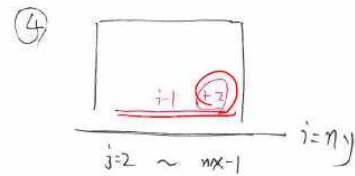
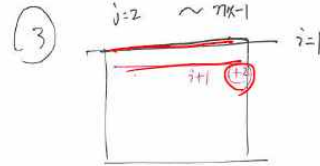
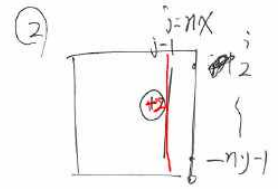
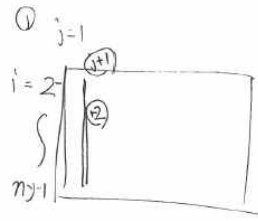
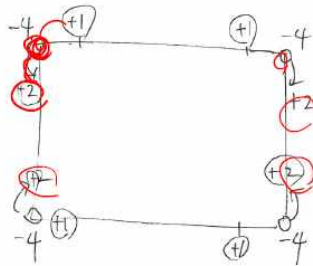
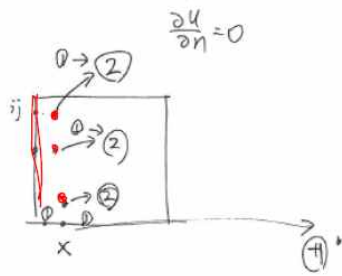
$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{또는} \quad \sigma \frac{\partial u}{\partial n} = I \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = I$$

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial y} = \sigma \frac{u_{13} - u_{11}}{2 \Delta y} = I \rightarrow u_{13} - u_{11} = I^*$$

$$u_{11} = u_{13} - I^* \quad u_{12} \text{ 기준}$$

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} & u_{12} & u_{22} \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 2 & 0 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \\ u_{12} \\ u_{22} \end{bmatrix} = -I^*$$



xx 초기 입력값들 형성 xx

```
% 입력값들 %
a = 1; b = 1; % a는 x방향 길이, b는 y방향 길이
dx = 0.01; dy = 0.01; % Δx와 Δy 입력
i = 1; % 한점을 대표하는 라인에 맞추어 Δy로 나누어 줌
```

```
% 좌표 형성 %
```

```
x = 0:dx:a; y = 0:dy:b;
[X, Y] = meshgrid(x,y);
[ny, nx] = size(X);
```

```
% 전도율 미리 형성해 놓기 %
```

```
sigma = 1; % 전기전도율
sigma_map = ones(ny,nx)*sigma; % 전기전도율 분포
```

```
% 포텐셜 u 행렬과 벡터를 형성하기 %
```

```
u.matrix = zeros(ny, nx);
u.vector = reshape(u.matrix, [nx*ny,1]);
BB = zeros(nx*ny, nx*ny); % 역행렬을 위한 행렬
```

```
% 전류가 들어가는 경계면 치
```

```
i = i/0.1;
BC.matrix = zeros(ny, nx);
BC.matrix(find((X==a) & (Y>=0.15) & (Y<=0.25))) = -i*2/dx; % +1 전류
BC.matrix(find((X==a) & (Y>=0.75) & (Y<=0.85))) = +i*2/dx; % -1 전류
BC.vector = reshape(BC.matrix, [nx*ny,1]);
```

```

%% domain 조직화 %%
for i = 2:ny-1
    for j = 2:nx-1
        BB_temp = zeros(ny,nx); %재질을 위한 임시행렬
        BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4배 해당
        BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +1배 해당
        BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +1배 해당
        BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +1배 해당
        BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +1배 해당
        BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);
        % 행렬에서 (i,j) 위치를 벡터로 변환시: i+(j-1)*ny
    end
end

```

```

%% 경계면 조직화 %%
% 수직라인 경계면
for i = 2:ny-1
    j=1;
    BB_temp = zeros(ny,nx); %재질을 위한 임시행렬
    BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4배 해당
    BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +1배 해당
    BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +1배 해당
    BB_temp(i,j+1) = (2/dy^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +2배 해당
    BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

    j=nx;
    BB_temp = zeros(ny,nx); %재질을 위한 임시행렬
    BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4배 해당
    BB_temp(i-1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +1배 해당
    BB_temp(i+1,j) = (1/dy^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +1배 해당
    BB_temp(i,j-1) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +2배 해당
    BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);
end

```

```

% 수평라인 경계면
for j=2:nx-1
    i=1;
    BB_temp = zeros(ny,nx); %재질을 위한 임시행렬
    BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4배 해당
    BB_temp(i+1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
    BB_temp(i-1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
    BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +1배 해당
    BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +1배 해당
    BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

    i=ny;
    BB_temp = zeros(ny,nx); %재질을 위한 임시행렬
    BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4배 해당
    BB_temp(i+1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
    BB_temp(i-1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
    BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +1배 해당
    BB_temp(i,j+1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +1배 해당
    BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);
end

```

```

% 좌 -4배 곱하기
i = 1; j = 1;
BB_temp = zeros(ny,nx); %재질을 위한 임시행렬
BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4배 해당
BB_temp(i-1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
BB_temp(i+1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +1배 해당
BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

% 우 -4배 곱하기
i = ny; j = nx;
BB_temp = zeros(ny,nx); %재질을 위한 임시행렬
BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4배 해당
BB_temp(i-1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
BB_temp(i+1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +1배 해당
BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

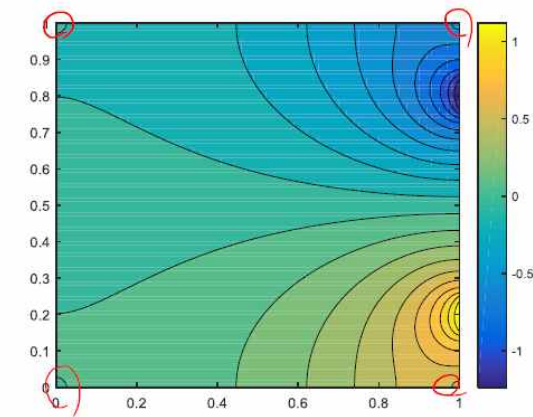
% 하 -4배 곱하기
i = ny; j = nx;
BB_temp = zeros(ny,nx); %재질을 위한 임시행렬
BB_temp(i,j) = (-2/dx^2-2/dy^2)*sigma_map(i,j); % 기준이 되는 점 -4배 해당
BB_temp(i-1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
BB_temp(i+1,j) = (2/dx^2)*sigma_map(i,j); % y 방향 +2배 해당
BB_temp(i,j-1) = (1/dx^2)*sigma_map(i,j); % x 방향 +1배 해당
BB(i+(j-1)*ny,:) = reshape(BB_temp, [nx*ny,1]);

```

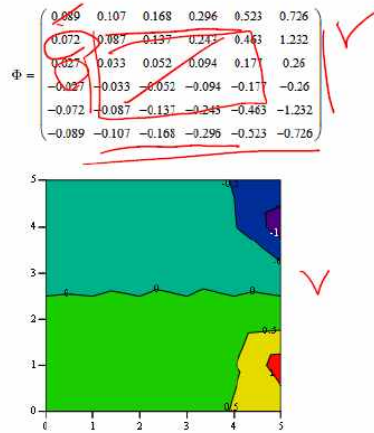
```

%% 역행렬 계산 %%
%u.vector = inv(BB)+BC.vector;
u.vector = BB\BC.vector;
u.matrix = reshape(u.vector, [ny, nx]);
contourf(x,y,u.matrix,20)
colorbar

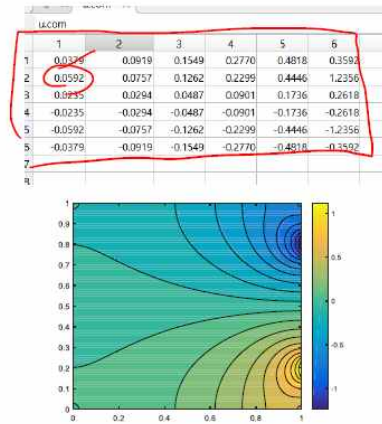
```



정해석



수치해석



정해	수치해석	차이절댓값	정해절댓값
-0.072	-0.05925	0.01275135	0.072
-0.027	-0.02354	0.00346218	0.027
0.027	0.023538	0.00346218	0.027
0.072	0.059249	0.01275135	0.072
0.107	0.091943	0.01505741	0.107
0.168	0.154901	0.01309936	0.168
0.296	0.276997	0.01900267	0.296
0.523	0.481779	0.04122072	0.523
-0.107	-0.09194	0.01505741	0.107
-0.168	-0.1549	0.01309936	0.168
-0.296	-0.277	0.01900267	0.296
-0.523	-0.48178	0.04122072	0.523
-1.232	-1.23558	0.00357715	1.232
-0.26	-0.26179	0.00178643	0.26
0.26	0.261786	0.00178643	0.26
1.232	1.235577	0.00357715	1.232
		0.21991456	5.37%
			4%

2. 역해석 알고리즘 개발

○ 전기 임피던스 토모그래피 (Electrical Impedance Tomography, EIT)

- 전기 임피던스 토모그래피 (EIT)는 물체의 경계에 전기 퍼텐셜 데이터를 이용하여 물체 내부의 전기전도율 분포를 역해석하여 영상으로 도출하는 기법임. EIT 시스템은 크게 전기 퍼텐셜 측정(forward problem)과 이미지 재구성(inverse problem)의 두 부분으로 나눌 수 있는데, 전기 퍼텐셜 측정은 EIT forward problem으로 이미지 재구성은 EIT inverse problem으로 설명됨.

○ EIT forward problem

- EIT는 전류를 주입하여 전압 데이터를 얻는 과정인 전기 퍼텐셜 측정에서부터 오차가 발생하게 됨. 따라서 이러한 EIT forward problem을 해결하기 위해서는 EIT에 적합한 전극모델이 필요한데 여러 전극모델 중에서, 완전전극모델 (Complete Electrode Model, CEM)을 사용하였고 실제로 가장 정확한 전극모델임.
- 완전전극모델(CEM)은 전극을 물체 표면에 접촉하여 전극과 물체 표면 사이의 저항까지 고려하는 셉트 효과(shunting effect)와 컨택 임피던스 (contact impedance)를 고려한 전극모델임.
- 도메인 Ω 에서 전기 퍼텐셜 u 와 전기전도율 σ 의 지배 방정식인 라플라스 방정식 (Laplace equation)은 다음과 같음.

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla u) = 0, \quad \bar{r} \in \Omega, \quad (\text{식 174})$$

여기서 $\bar{r}$ 는 2차원 평면좌표계이고 [16], 완전전극모델(CEM)에서의 경계조건은 다음과 같음.

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \quad \bar{r} \in \partial\Omega \setminus \bigcup_{l=1}^L e_l, \quad (\text{식 175})$$

$$\int_{e_l} \sigma \frac{\partial u}{\partial n} dS = I_l, \quad \bar{r} \in e_l, l = 1, \dots, L \quad (\text{식 176})$$

$$u + z_l \sigma \frac{\partial u}{\partial n} = U_l, \quad \bar{r} \in e_l, l = 1, \dots, L, \quad (\text{식 177})$$

$$\sum_{l=1}^L I_l = 0, \quad \sum_{l=1}^L U_l = 0. \quad (\text{식 178})$$

여기서 z_l 는 전극과 물체 사이의 컨택 임피던스이고, n 은 단위법선벡터, U_l 은 l 번째 전극의 전기 퍼텐셜, e_l 은 l 번째 전극의 위치, L 은 전극의 수, S 는 도메인 Ω 의 경계면임.

- (식 175)에서 전극이 없는 경계에서는 어떠한 전류도 흐르지 않음을 나타냄. (식 176)에서 전극이 있는 경계의 l 번째 전극에 흐르는 총 전류 I_l 은 그 전극을 따라 흐르는 전류 밀도를 적분하여 구할 수 있음. (식 177)은 콘크리트에 부착된 전극에서 컨택 임피던스로 인해 전기 퍼텐셜 차이가 발생함을 나타냄. (식 178)은 전류가 키르히호프의 전류 법칙을 만족해야 한다는 것을 의미하고, 전기 퍼텐셜의 기준 레벨이 변하지 않는다는 것을 뜻함.

○ EIT inverse problem

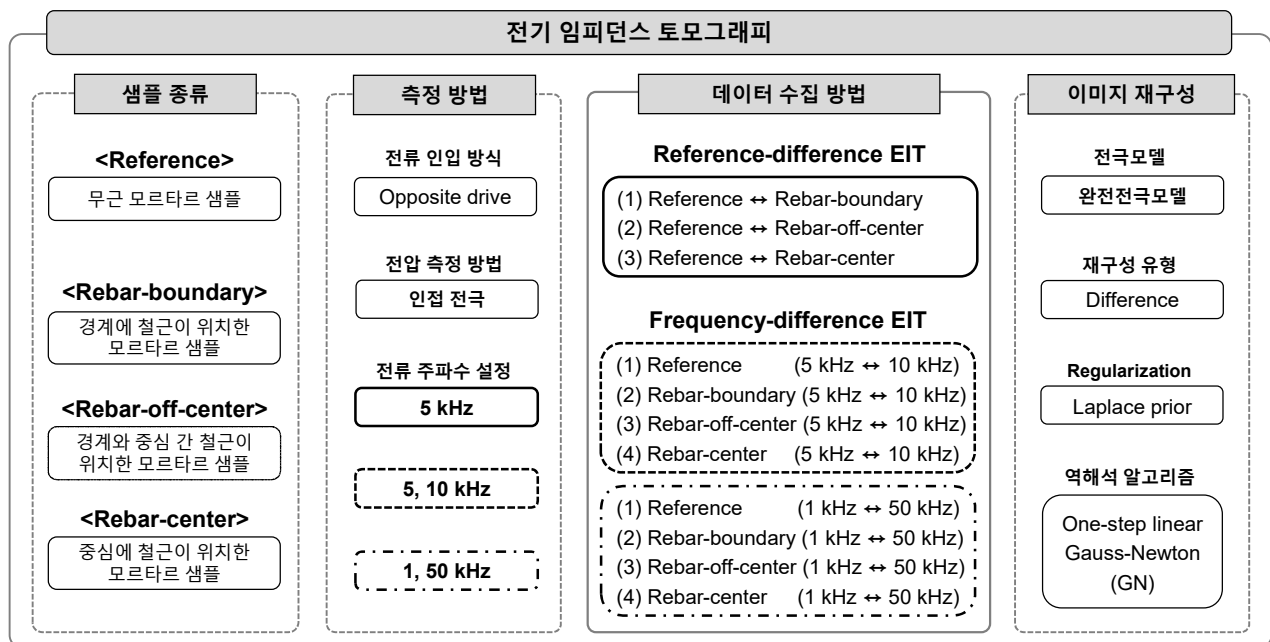
- EIT inverse problem은 경계의 전압 데이터로부터 물체 내부의 전기전도율 분포를 역해석하는 이미지 재구성을 말함. EIT를 이용한 이미지 재구성은 X-ray CT보다 수학적으로 더 복잡하고 까다롭다고 할 수 있음. X-ray CT는 X-ray가 일직선으로 물체를 통과하여 배면에 영사하는 방식인 단순역투영법(simple back projection)의 알고리즘으로 이미지를 재구성하는 반면, EIT는 확산영상기법(diffusive imaging

modality)으로 주입된 전류가 물체 내부를 온전히 다 투과한 후 이미지를 재구성.

- 따라서 EIT를 이용한 이미지 재구성은 사소한 측정 오류로도 이미지 재구성에 심각한 역해석 오차를 발생시킬 수 있을 만큼 민감하다는 점에서 ill-posed 비선형 역해석 문제(non-linear inverse problem)라 할 수 있음.

○ Time-difference EIT와 Frequency-difference EIT 차이

- Time-difference EIT는 초기 데이터인 레퍼런스 데이터에 비해 시간에 따라 물체 내부의 전기전도율이 어떻게 변화하는지 비교함. 따라서 Time-difference EIT는 변화 전·후 두 개의 전압 측정 데이터가 필요하고, 단 하나의 전류 주파수만 사용됨.
- 시멘트 기반 재료에서 전기전도율은 시멘트 구조, 공극율, 철근이나 균열 등과 같이 다른 단계와 여러 경우에 따라 상당히 다른 양상을 보여줌. 그리하여 콘크리트의 습윤 상태나 균열 형태를 모니터링하는데 이 방법을 활용하는 시도가 몇몇 연구에서만 이루어져 왔음.
- 본 연구에서는 시간에 따른 전기전도율 변화를 예측하는 것이 아니라 철근이 없는 샘플을 레퍼런스 데이터로 하여 철근이 있는 샘플의 철근을 감지하는데 이 방법을 활용하므로 Time-difference가 아닌 Reference-difference method로 바꾸어 사용함.
- Frequency-difference EIT는 전류 주파수에 따라 물체의 전기전도율이 달라진다는 사실에 기반하여, 주파수를 달리하여 주파수에 따라 물체 내부의 전기전도율 분포가 어떻게 달라지는지 이미지로 재구성함. 그러므로 이 방법은 한 시점에 두 개의 다른 주파수에 따라 측정된 전압 데이터가 필요함.
- 실험 프로그램은 [그림 20]과 같이 앞서 말한 Reference-difference EIT와 Frequency-difference EIT 시스템을 이용하여 1, 5, 10, 50 kHz의 각기 다른 전류 주파수에서 시멘트 모르타르 속에 들어있는 철근의 다양한 위치를 감지하도록 설계됨.



[그림 20] 실험 프로그램

○ 사용 재료와 샘플 제작

- 모르타르 샘플 제작에 사용된 재료는 쌍용양회공업의 제1종 포틀랜드 시멘트와 주문진 표준사가 채택됨. 제강슬래그 잔골재 (Fine Steel Slag Aggregates, FSSAs)는 전기 아크로(EAF) 부산물인 제강슬래그를 생산하는 에코마이스터로부터 제공되었음.
- 본 연구에서 잔골재로 사용된 규사와 FSSAs의 입도는 광회절입도분석기(HELOS, Sympatec, Germany)로 측정되었는데, 규사의 평균 입도는 200 μm , FSSAs의 평균 입도는 270 μm 이었음. FSSAs의 화학적 조성은 S8 Tiger XRF 분광기 (Bruker, Billerica, MA, USA)의 X선 형광 (X-Ray Fluorescence, XRF)을 이용하여 분석되었고, [표 5]와 같음.
- [표 5]에 정리된 바와 같이 FSSAs는 상대적으로 철 함유량이 높아서 전기전도율이 높은 성질을 나타냄. 그리하여 본 연구에서도 시멘트 모르타르의 전기전도율을 향상시키기 위해 FSSAs를 사용하였음.

[표 5] FSSAs의 화학적 조성 (wt%)

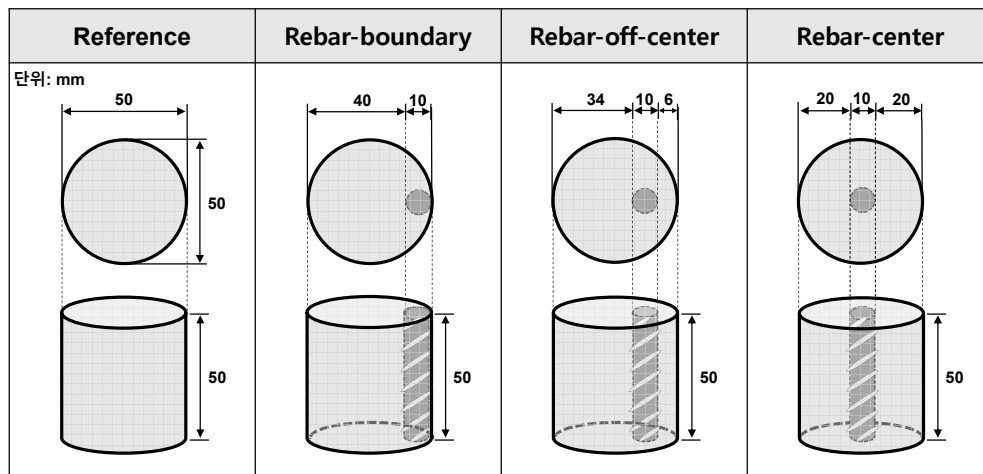
Fe_2O_3	ZnO	CuO	CaO	SiO_2	MnO	PbO	BaO	Sb_2O_3	Al_2O_3	기타
74.32	10.62	3.43	3.10	2.18	2.10	1.32	0.73	0.45	0.29	1.45

- 플로우 및 압축강도시험에 따른 단위 중량당 모르타르 샘플의 배합비는 [표 6]과 같음. 물-시멘트비 (w/c)는 0.20이고, 워커빌리티 향상을 위해 고형분 25%, 물 75%의 폴리카르본산계 유동화제 (SP)가 사용되었음. 먼저 포틀랜드 시멘트, 실리카흙, 실리카 파우더, 규사, FSSAs 등과 같은 분말 재료들을 실험실 배합기에서 5분 정도 건비빔한 후 유동화제를 넣고 물을 조금씩 추가한 뒤 5분간 더 혼합하였음. 배합된 모르타르는 압축강도시험용 50 mm $\times$ 50 mm $\times$ 50 mm의 큐빅 몰드와 EIT 측정용 직경과 높이가 각각 50 mm인 실린더 몰드에 성형되었음.

[표 6] 단위 중량당 모르타르 샘플의 배합비

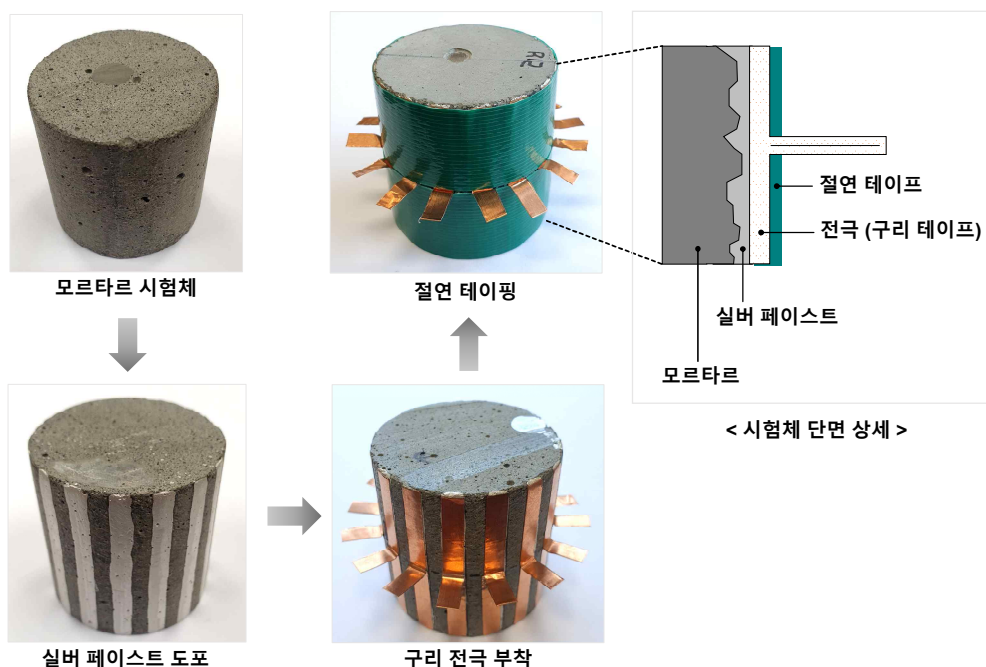
포틀랜드 시멘트	실리카흙	실리카 파우더	규사	FSSAs	물	유동화제 (SP)
1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	0.2	0.044

- EIT 측정을 위한 모르타르 샘플 제작에는 길이 50 mm의 D10 이형철근이 사용되었음. 철근을 실린더 몰드 바닥에 수직하게 경계로부터 측정된 해당 위치에 고정하고 모르타르를 부어 성형하였음.
- 철근의 유무, 경계로부터 측정된 철근의 정착 위치에 따라 달리 제작된 샘플의 모습은 [그림 21]과 같음.

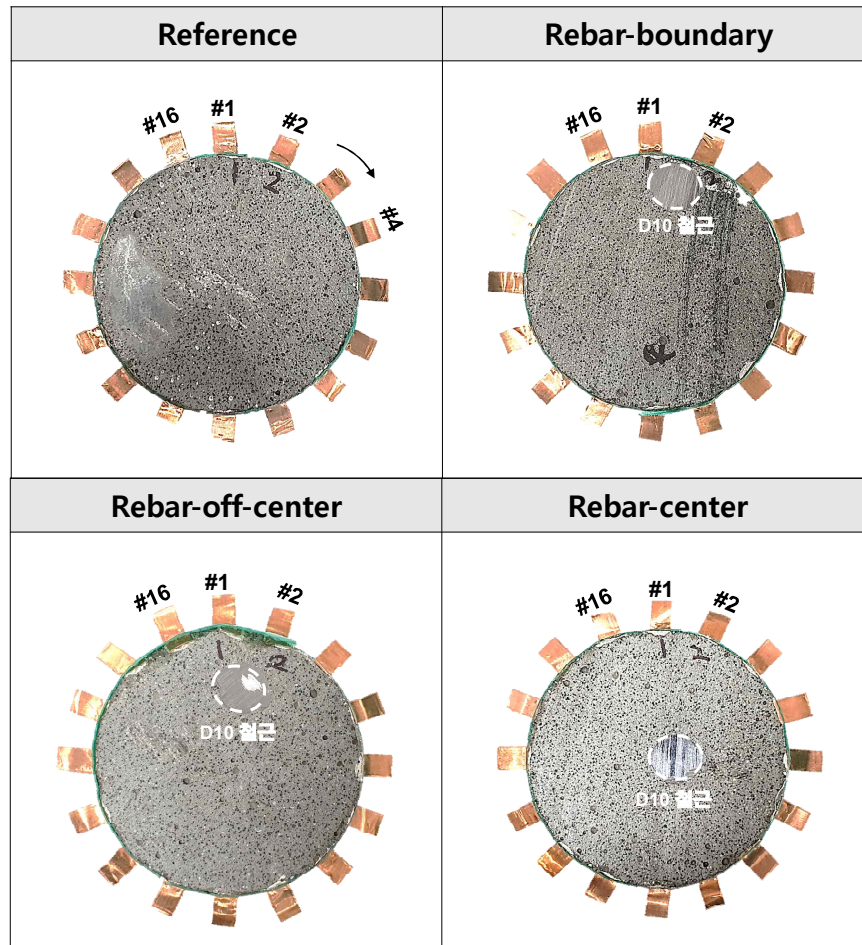


[그림 21] EIT 측정용 모르타르 샘플

- 먼저 <Reference> 샘플은 무근 모르타르 샘플을 말하고, 철근이 있는 샘플은 경계로부터 측정된 철근의 위치에 따라 구분하였음. <Rebar-boundary> 샘플은 경계에 철근이 위치한 경우, <Rebar-off-center> 샘플은 경계와 중심 간 철근이 위치한 경우, 마지막으로 <Rebar-center> 샘플은 중심에 철근이 위치한 경우를 말함.
- 몰드에 채워진 모르타르 혼합물은 콘크리트 진동 다짐 테이블에서 공극을 제거하는 다짐 후 상대습도 99 %, 온도 23 °C에서 48시간 동안 양생하였음. 탈형한 뒤에도 3일 동안 90 °C 고온의 물 속에서 양생하였음. 이후 시험체는 강도시험과 EIT 측정까지 상온 상태의 항온항습기에 두었음.
- 굳지 않은 모르타르 샘플의 유동성은 ASTM C1437에 따라 플로우 콘 테이블 테스트를 이용하여 측정되었음. 압축강도 시험은 재령 28일에 3개의 동일한 무근 정육면체 샘플로 수행하였음.
- [그림 22]는 모르타르 샘플의 표면에 전극을 부착하는 과정을 나타내었고, [그림 23]은 전극 설치 후 위에서 본 모든 샘플의 모습임. [그림 22]와 같이 먼저 실린더 모르타르 샘플의 원주면에 균일한 간격과 폭을 유지하며 실버 페이스트를 바르고, 총 16개의 폭 5 mm 구리 테이프 전극을 실버 페이스트 위에 부착하였음.
- 여기서 실버 페이스트를 사용하는 이유는 시험체 표면에 전극이 잘 부착될 수 있도록 하기 위함. 모르타르 샘플 표면은 거칠어서 전극과 밀착시키기 어렵고, 전극이 잘 접촉되지 않으면 샘플마다 컨택 임피던스가 일치하지 않아 측정 오류가 발생할 수 있음.
- 기존 연구에서도 전기 저항 토모그래피(Electrical Resistance Tomography, ERT)에서 전극을 콘크리트에 접촉시킬 때 전도성이 있도록 구리 전극과 황산구리 용액에 적신 스폰지를 사용하였음. Lynch 등의 EIT 연구에서도 콘크리트 표면에 구리 전극을 부착하는데 콜로이드 실버 페이스트를 사용하였음.
- 따라서, 본 연구에서는 전극과 모르타르 표면 간 접착력을 높이기 위해 접착제 타입의 실버 페이스트를 사용하였음. 그 후 모든 샘플에 절연 테이핑을 하여 전극이 있는 쪽은 더 잘 고정되게 하고 전극이 없는 쪽은 절연이 될 수 있게 하였음. 이는 식(175)에서 전극이 없는 경계에서는 어떠한 전류도 흐르지 않는다는 가정에서 시행되었음.



[그림 22] EIT 측정용 실린더 모르타르 샘플의 전극 부착 과정



[그림 23] 전극 설치 후 위에서 본 모습 (전극 번호는 #1부터 시계방향 순)

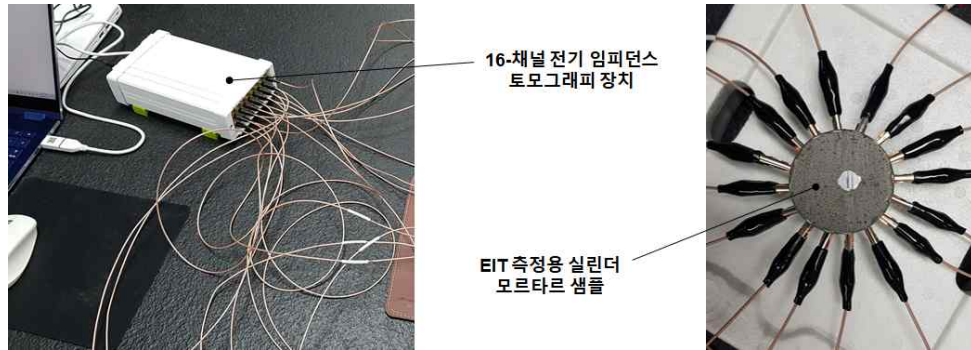
○ 마이크로 CT 측정

- 고에너지 X-ray 마이크로 CT 장치 (high-energy X-ray micro-CT system, SkyScan 1173, Bruker, Belgium)를 이용하여 실린더 모르타르 샘플 전체분에 대해 단층촬영을 하였음. 단층촬영에 사용된 X-ray source의 전압은 130 kV, 전류는 60 μ A이고, 0.3° 회전마다 노출 시간은 0.5 s씩 X-ray가 투사되었음.
- 매 시험체마다 2,200장의 2D 이미지가 재구성되었고, 2D 이미지는 2240 × 2240 픽셀의 해상도를 나타내며 픽셀의 크기는 29.93 μ m임. 본 연구에서는 2,200장 중 1,100번째 2D 이미지를 대표로 선택하여 EIT 이미지 재구성을 입증하는데 활용하였음.
- 선택된 마이크로 CT 이미지는 노이즈를 제거하기 위해 매끄럽게 한 뒤 binarize하여 2진법의 형태로 시각화하였음. 즉, 철근의 연회색 레벨과 구리 전극은 "0 (black)", 나머지 부분은 "1 (white)"로 하였음.

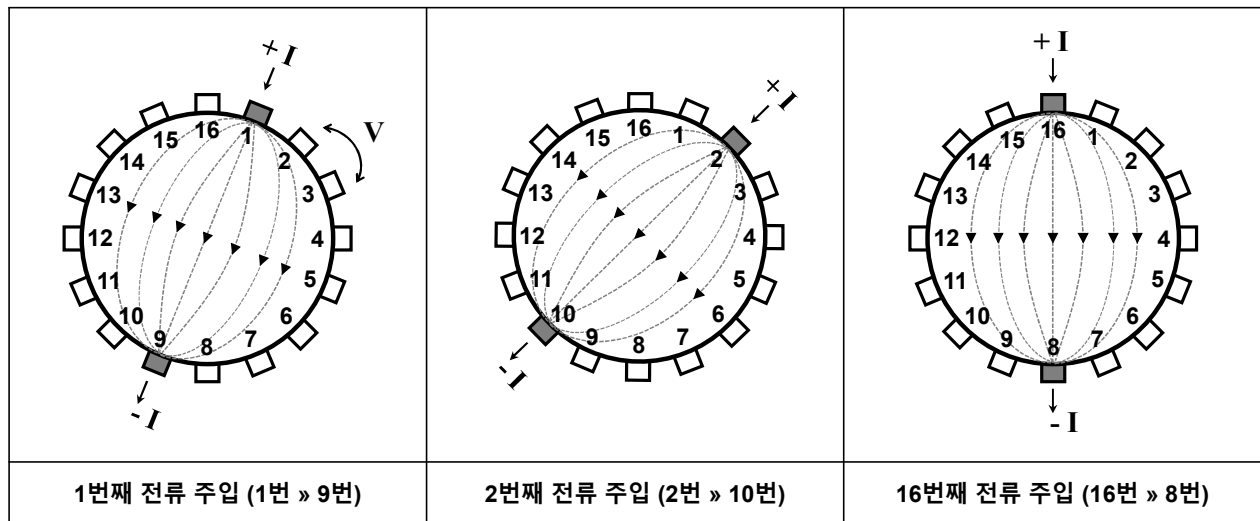
○ EIT 측정

- 전기 퍼텐셜 데이터를 얻기 위한 EIT 측정은 전기 임피던스 토모그래피 장치 (Sciospec EIT16, Sciospec Scientific Instruments GmbH, Germany)를 이용하였고, 장치 셋업은 [그림 24]와 같음.
- 16-채널 EIT 장비의 각 채널은 차례대로 시험체에 부착된 구리 전극에 시계방향 순으로 연결되었고, 전기 퍼텐셜 데이터를 측정한 뒤 측정된 데이터는 바로 이미지 재구성 작업을 위한 컴퓨터로 전송되었음.
- 전기 퍼텐셜 데이터를 얻기 위해 [그림 25]와 같이 1.0 mA의 전류가 opposite current drive pattern으로 주입되었음. 먼저 1번 전극에서 9번 전극으로 전류를 주입하고 난 다음 current drive pattern이 한 전극씩 회전하여 전류가 모든 전극에 주입되도록 반복하였음.

- 전류 주입 단계마다 인접 전극 간 전압이 산출되었고, 노이즈를 최소화하기 위해 전류가 주입된 전극은 제외하였음. opposite direction 전류 주입은 전류가 물체 전체를 온전히 다 지나갈 수 있게 하므로 전류를 더 면밀하게 주입하는 것이 가능함.



[그림 24] 전기 퍼텐셜 데이터를 얻기 위한 EIT 측정 장치 셋업



[그림 25] Opposite current drive pattern

- 각 샘플은 전류 주파수를 달리하여 전기 퍼텐셜 데이터를 측정하였는데 본 연구에서는 [표 7]과 같이 1, 5, 10, 50 kHz의 4가지 주파수에 대해 측정하였음.
- 측정된 전기 퍼텐셜 데이터뿐만 아니라 데이터를 수집하는 3가지 방법 - (1) 5 kHz의 Reference-difference, (2) 5, 10 kHz의 Frequency-difference, (3) 1, 50 kHz의 Frequency-difference도 차후 EIT 이미지 재구성에 적용됨.
- Reference-difference 방법에서는 5 kHz 단일 주파수의 전압 데이터를 활용하여 철근이 있는 샘플의 이미지를 재구성하였고, Frequency-difference 방법에서는 2개의 다른 주파수, 즉 5, 10 kHz와 더 넓은 범위의 1, 50 kHz 전류 주파수의 전압 데이터 2세트를 활용하여 이미지를 재구성하였음.

○ EIT의 이미지 재구성

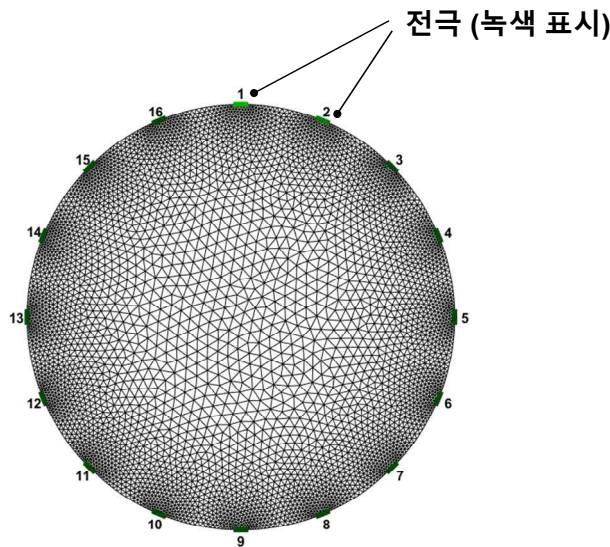
- 측정된 전압 데이터를 매트랩으로 불러들인 후, 오픈 소스 매트랩 기반 소프트웨어 패키지인 전기 임피던스 토모그래피 및 확산 광학 토모그래피 재구성 소프트웨어 (Electrical Impedance tomography and Diffuse Optical tomography Reconstruction Software, EIDORS)를 사용하여 이미지를 재구성하였음.

- EIDORS가 원래 의료 영상용으로 수조에서의 이상 현상을 감지하기 위해 개발되었기 때문에 본 연구에서는 EIDORS 스크립트를 수정하여 시멘트 기반 재료에 적용될 수 있게 하였음.
- 완전전극모델(CEM)을 기반으로 Laplace prior, One-step linear Gauss-Newton (GN) 알고리즘을 적용하여 EIT 이미지를 재구성하였음. 이 알고리즘은 EIT의 비선형 ill-posed 역해석 문제를 최적화 문제로 바꿔서 역해석 문제를 더 잘 다룰 수 있도록 개발되었고, EIT 이미지 화질 개선, 실시간 영상 지원 등 이점이 많아 최근 EIT 이미지 재구성에 널리 사용되고 있음.

[표 7] 철근 위치와 전류 주파수에 따른 데이터 수집 방법

샘플 종류	철근 위치에 따라	데이터 수집 방법		
		Reference-difference	Frequency-difference	
		단일 주파수	좁은 범위 주파수	넓은 범위 주파수
무근 모르타르 샘플	Reference	5 kHz	5 kHz	1 kHz
철근 모르타르 샘플	Rebar-boundary		10 kHz	50 kHz
	Rebar-off-center			
	Rebar-center			

- [그림 26]은 본 연구에서 forward problem을 시뮬레이션하기 위해 유한요소법 (FEM)에서 사용하는 2D distmesh grid를 나타냄. 이 distmesh는 2,304개의 요소들로 구성되었는데 본 연구에서 사용된 FEM 모델은 경계에서 더 많은 요소로 나누어지고 도메인의 중심을 향할수록 점점 더 적은 수의 요소로 나누어짐. 전극 주변 지역은 중요한 측정 포인트로 전류 밀도가 높기 때문이며 FEM 모델에서 경계에 더 많은 요소를 나누는 것이 좋음.



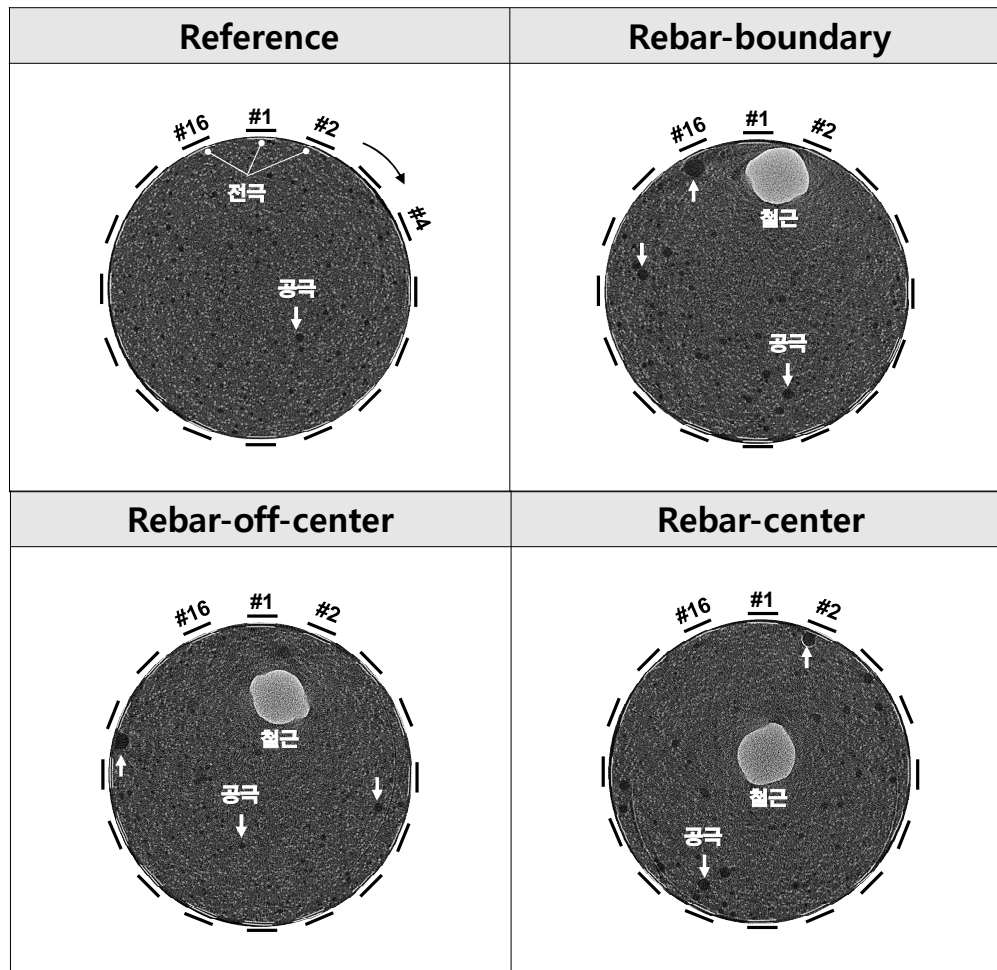
[그림 26] 2D FEM distmesh grid

○ 마이크로 CT 이미지 재구성

- [그림 27]은 무근 또는 경계로부터 측정된 철근의 위치에 따라 구분된 시멘트 모르타르 샘플의 단면 모습을 나타냄. [그림 27]의 2,3,4번째 그림에 보여진 것과 같이 시멘트 모르타르 매트릭스는 진회색 레벨로 보여지는 반면, 철근은 연회색 레벨로 매우 선명하게 나타남.
- 이는 마이크로 CT 이미지의 회색 레벨 분포가 물체 내의 물질 밀도에 따라 달라지는데 철과 구리의 밀도가 모르타르 매트릭스보다 더 높기 때문임. 철근은 1번 전극과 2번 전극 사이에 방사상으로 위치하고 있으며 구리 전극들은 모르타르 샘플 경계를 따라 얇은 흰색의 조각들로 보여짐.
- 샘플 제작 과정에서 충분히 다짐을 하였음에도 공극들이 검은색 원 형태로 발견되었다 ([그림 27]에

흰색 화살표로 표시). FSSAs 입자는 철 함유량이 높아서 매우 작은 흰색 점으로 보이는데 모르타르 매트릭스 내에 균일하게 분포되었음을 알 수 있음.

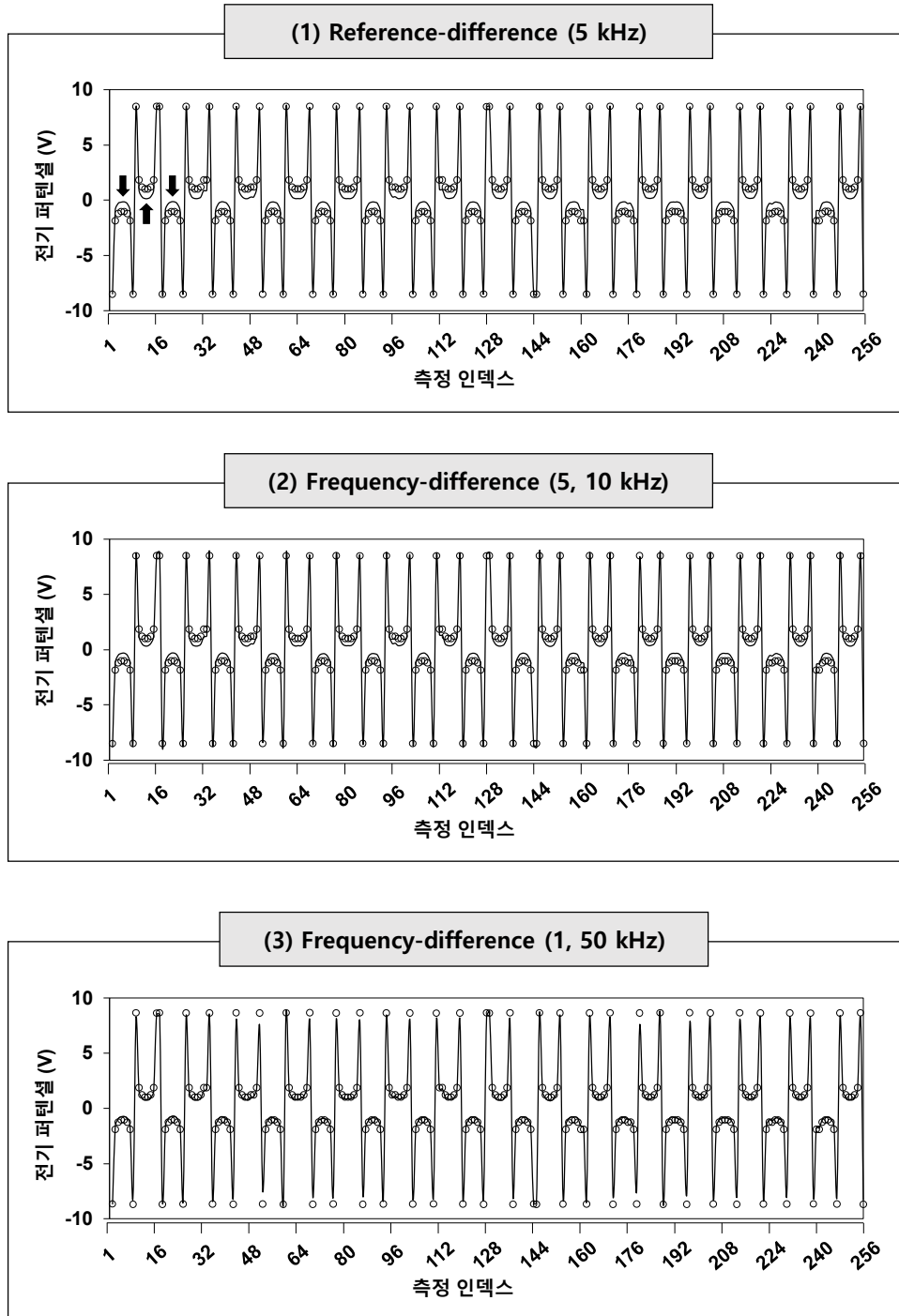
- 모든 샘플이 동일한 배합 비율로 제작되었다 할지라도 샘플마다 FSSAs의 분포나 공극이 명확하게 다를 수 있음.



[그림 27] 시멘트 모르타르 샘플 단면의 마이크로 CT 이미지 (전극 위치는 검은색 선 표시)

○ 전기 퍼텐셜 측정

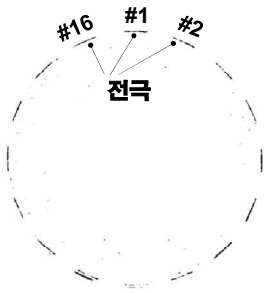
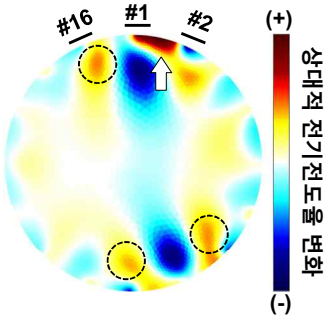
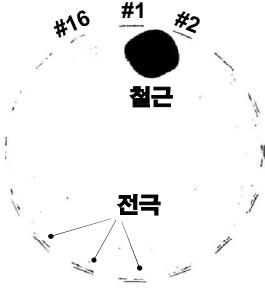
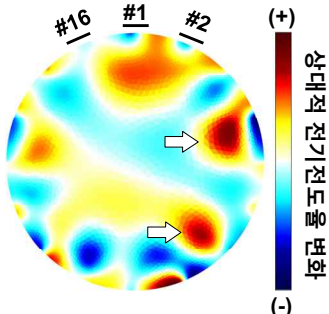
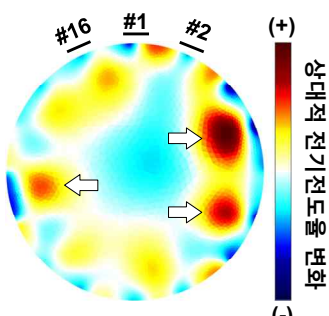
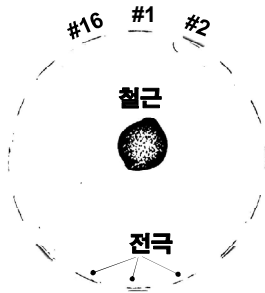
- forward model의 시뮬레이션 퍼텐셜 데이터와 (1) 5 kHz의 Reference-difference, (2) 5, 10 kHz의 Frequency-difference, (3) 1, 50 kHz의 Frequency-difference의 3가지 방법에 따라 다르게 측정한 퍼텐셜 데이터를 [그림 28]에서 비교하였음.
- 대부분 시뮬레이션 데이터와 측정 데이터가 거의 일치하는 것을 볼 수 있는데, [그림 28]의 첫 번째 그림에서 검은색 화살표로 표시한 것처럼 Reference-difference 방법에 의한 결과는 전기 퍼텐셜이 '0'과 가까운 범위에서 약간의 차이가 발생하는 것을 알 수 있음.
- 이처럼 forward modeling 오차는 재구성의 질을 저하시키는 것으로 알려져 있음. 3가지 방법 중에서 1, 50 kHz의 Frequency-difference 방법에 따라 측정한 데이터와 시뮬레이션 데이터가 가장 일치하는 것을 알 수 있었고, 본 연구의 forward modeling 결과가 정확함을 나타냄.



[그림 28] 시뮬레이션 데이터 (‘○’ 부호)와 측정 데이터 (선으로 표기) 비교

○ EIT 이미지 재구성

- [그림 29]는 Reference-difference 방법에 의해 재구성한 EIT 이미지와 binarized 마이크로 CT 이미지를 나타냄. 원본 마이크로 CT 이미지를 철근과 전극을 제외하고 대부분의 노이즈를 제거하여 2진법의 형태로 잘 시각화하였기에 binarized 마이크로 CT 이미지에서 철근 및 전극의 위치와 경계가 원본 이미지에서보다 더 선명하게 보임.
- 반면 재구성한 EIT 이미지에서 철근은 시멘트 모르타르 매트릭스보다 전기전도율이 더 높으므로 전기전도율에 대해서는 뚜렷한 대비를 보여줘야 함. 빨간색 부분은 포지티브 전기전도율, 파란색 부분은 네거티브 전기전도율 변화를 나타내는데, difference 알고리즘은 상대적인 전기전도율 변화를 나타내기 때문에 네거티브 값도 나올 수 있음.

	재구성한 EIT	Binarized 마이크로 CT
Reference	무근 Reference 샘플 이미지 재구성 불가	
Rebar-boundary		
Rebar-off-center		
Rebar-center		

[그림 29] Reference-difference 방법에 의해 재구성한 EIT와 binarized 마이크로 CT 이미지

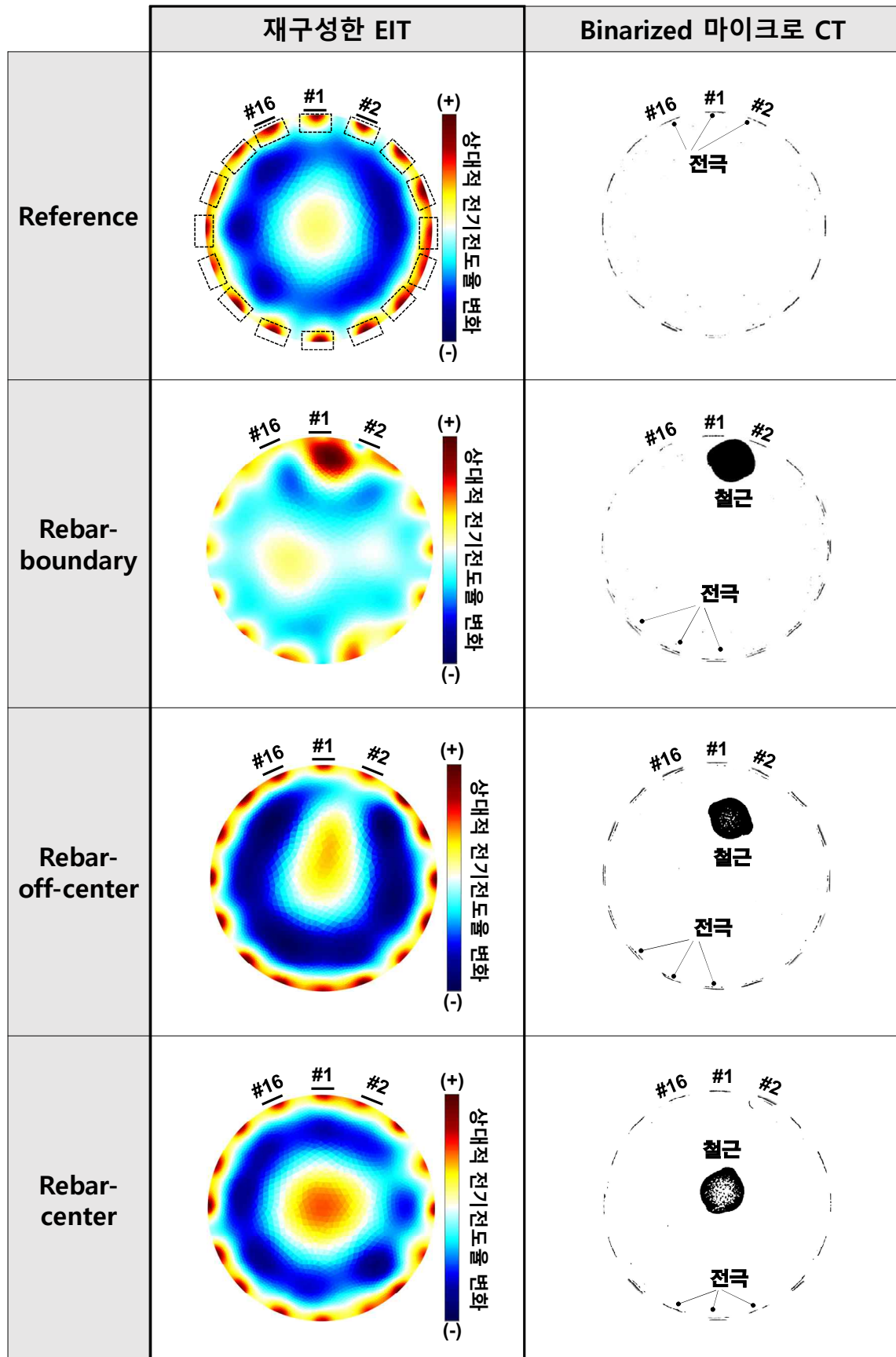
- Reference-difference 방법은 철근이 없는 샘플과 철근이 있는 샘플 등과 같이 2개의 다른 데이터가 필요하므로 [그림 29]의 첫 번째 행 그림에서처럼 <Reference> 샘플을 구현하기는 불가능하고 철근이 있는 샘플만 이미지 재구성이 가능함.
- [그림 29]의 두 번째 행 그림에서 화살표로 표시된 빨간색 부분을 보면 1번 전극과 2번 전극 사이의 경계에서 가장 높은 전기전도율을 보여주는 것을 알 수 있음. 이는 binarized 마이크로 CT 이미지에서 유사한 위치에 철근이 존재하는 것으로 관찰되므로 빨간색 부분이 철근의 위치를 나타냄.
- 그러나 빨간색 부분의 형태가 binarized 마이크로 CT 이미지에서 보이는 것처럼 철근의 원형 단면의 모습과 다르고, 더 낮은 전기전도율 변화를 나타내는 연한 빨간색 부분이 군데군데 점선으로 표시된

위치에서도 나타남. 그러므로 Reference-difference 방법은 향후 노이즈와 철근을 구별하는 방법 등과 같은 추가적인 연구가 필요함.

- [그림 29]의 3,4번째 행 그림에서 화살표로 표시된 빨간색 부분을 보면 <Rebar-off-center> 샘플과 <Rebar-center> 샘플의 EIT 이미지가 완전히 부정확한 철근의 위치를 나타내는 것을 알 수 있음. Reference-difference 방법은 철근이 전극으로부터 멀어질수록 더 잘못된 결과를 보여주는데, EIT 이미지 재구성은 수학적으로 비선형 ill-posed 문제이고 측정 데이터의 사소한 오류가 이미지 재구성에 큰 오차를 야기할 수 있음.
- Reference-difference 방법에서 채택한 2개의 샘플이 본질적으로 동일한 샘플이 아니기 때문에 2개 샘플 간 컨택 임피던스와 전극 위치가 서로 일치하지 않을 수 있음. 예를 들어 실버 페이스트를 도포할 때 도포량에 미묘한 차이가 있을 수 있고, 구리 전극을 철저히 부착하더라도 전극 위치 오차 등이 있을 수 있음.
- 앞서 [그림 27]의 1,2번째 행 그림과 같이 <Reference> 샘플과 철근이 있는 샘플의 배합비가 동일하더라도 FSSAs의 분포나 공극, 심지어 미세공극까지 모든 샘플들의 미세 구조는 엄밀하게 일치하지 않음. 이러한 모든 요인들이 전기전도율 변화에 영향을 줄 수 있음. 그러나 정확한 EIT 이미지 재구성을 위해서는 철근의 유무를 제외하고 모두 동일한 실험 조건을 가져야 함.
- 만약 <Reference> 샘플에서 철근 외 전류 흐름에 영향을 주는 요인이 있다면 재구성된 EIT 이미지는 잘못된 결과를 초래함. 그러므로 철근뿐만 아니라 앞서 언급한 여러 요인들이 불가피한 측정 오류를 발생시키고 부정확한 EIT 이미지를 재구성하도록 전류 흐름에 영향을 미쳤을 것으로 판단됨.
- 물론 Time-difference 방법이 의학 분야에서 폐환기를 모니터링하는 것처럼 시간에 따라 동일한 물체 내부의 전기전도율 변화를 감지하는데 있어 더 유용하다 할지라도 철근의 유무나 콘크리트 내 철근의 위치를 정하는 것은 부정확한 EIT 이미지를 재구성하기 때문에 오히려 더 까다로움.
- [그림 30]은 5, 10 kHz의 전류 주파수를 적용한 Frequency-difference 방법을 이용하여 재구성한 EIT 이미지와 binarized 마이크로 CT 이미지를 나타냄. Reference-difference 방법과 달리 이 방법은 [그림 30]의 첫 번째 행 그림에서처럼 무근 <Reference> 샘플도 이미지 재구성이 가능함. 왜냐하면 Frequency-difference 방법은 측정할 때 2개의 다른 주파수를 가진 전류를 주입하기 때문에 단 하나의 동일한 샘플로부터 2개의 다른 전기 퍼텐셜 데이터 세트를 얻을 수 있음.
- 먼저 <Reference> 샘플의 재구성한 전기전도율 분포를 보면 사각형으로 표시한 경계에서 높은 전기전도율을 나타냄. 이 위치는 binarized 마이크로 CT 이미지에서 전극의 위치와 유사한 것을 확인할 수 있음. 이와 같은 현상은 기존 ERT 연구 결과에서도 언급하였는데, 전도성 황산구리 용액을 흡수하여 젖은 콘크리트 표면이 전극 근처에서 높은 전기전도율을 나타내도록 하였고 콘크리트 매트릭스의 전기전도율도 일부분 증가시켰을 것이라고 했음 [11].
- 본 연구에서는 접착력을 높이기 위해 용액 대신 접착제 타입의 실버 페이스트를 사용하였지만 이 또한 전극 주변 모르타르 매트릭스의 전기전도율 변화에 일부 영향을 미쳤으리라 판단됨. 이러한 영향은 [그림 30]의 2,3,4번째 행 그림에서 볼 수 있듯 다른 샘플에서도 관찰됨.
- [그림 30]의 두 번째 행 그림에서 1번 전극과 2번 전극 사이 경계에 빨간 부위가 철근이 위치하는 것을 나타내고, binarized 마이크로 CT 이미지에서도 철근의 모양과 유사한 위치를 나타냄. 앞서 [그림 29]의 두 번째 행 그림에 나타난 Reference-difference 방법에 의한 이미지 재구성 결과와 달리 철근의 위치를 제외한 다른 곳에서 높은 전기전도율을 보이는 노이즈가 관찰되지 않음. 따라서 Frequency-difference 방법이 Reference-difference 방법보다는 더 우수한 감지 능력을 나타낸다고 할 수 있음.
- [그림 30]의 세 번째 행 그림에서 <Rebar-off-center> 샘플의 철근 위치는 상대적으로 낮은 전기전도율을 보이지만 [그림 30]의 마지막 행 그림에서 <Rebar-center> 샘플의 경우 본 연구에 사용된 철근의 지름이 10 mm인 것과 철근의 중심 위치까지 잘 감지되었음. 그러므로 철근이 있는 시멘트 기반 재료의 EIT 이미지 재구성에 있어 Reference-difference 방법보다 Frequency-difference 방법이 철근의

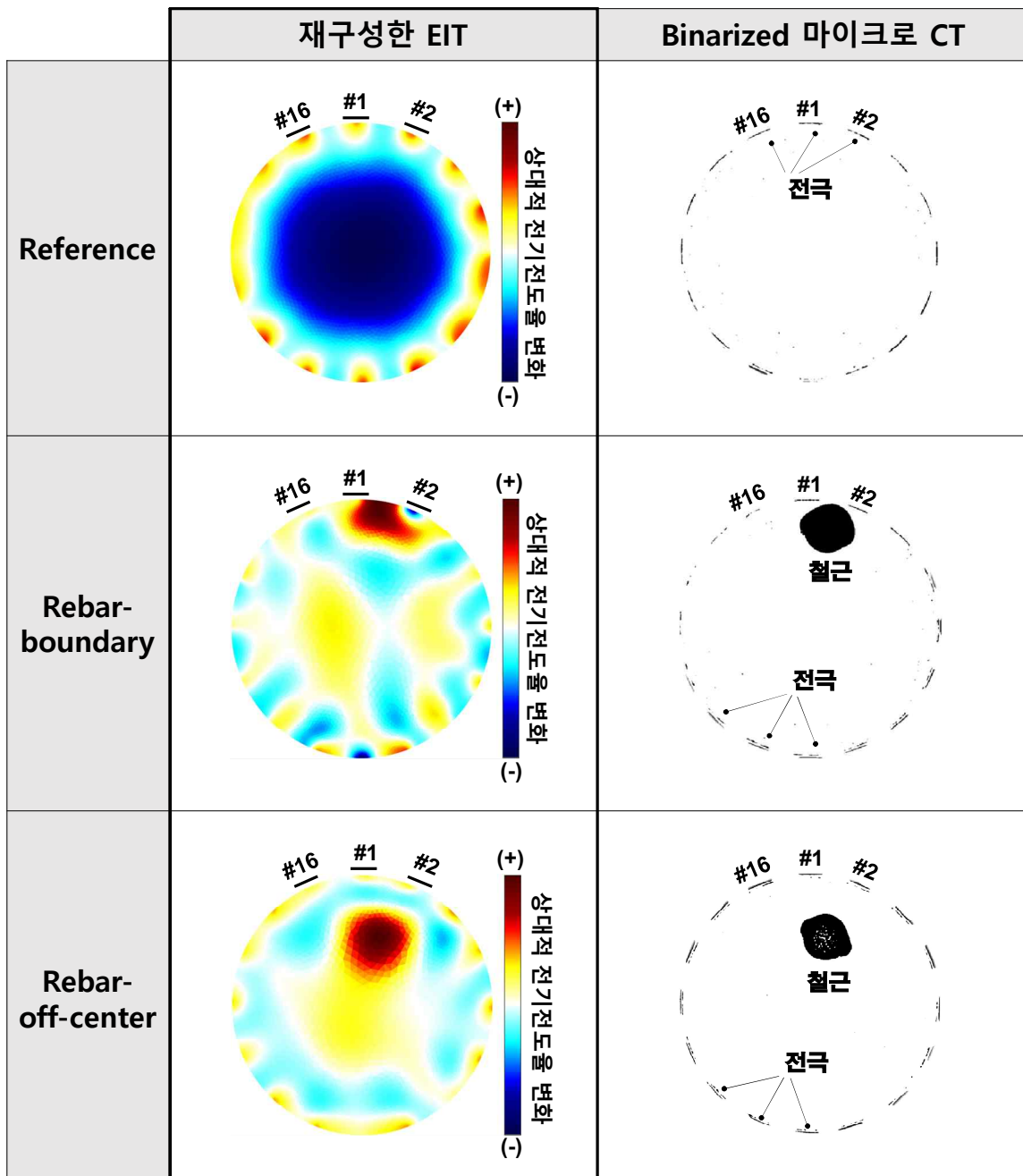
위치를 찾는데 더 정확하고 신뢰할 만하다고 할 수 있음.

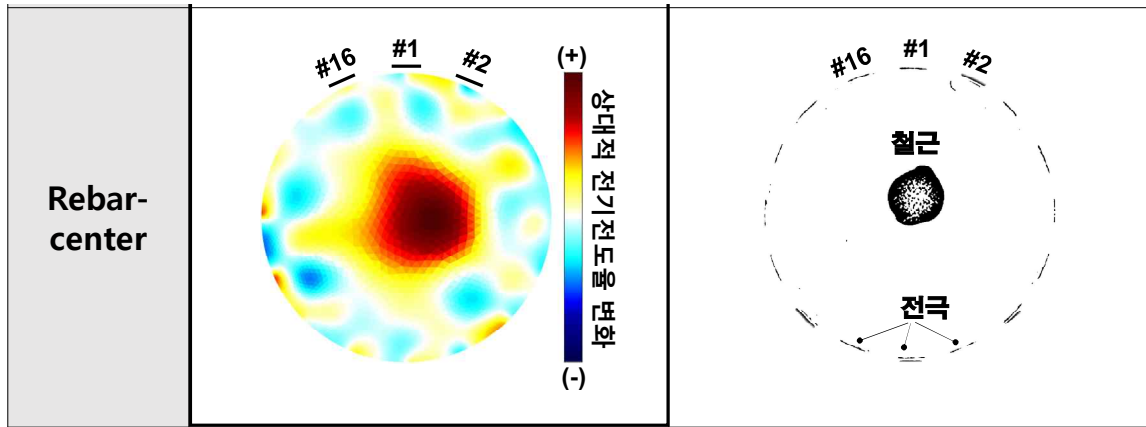
- Frequency-difference 방법은 단 하나의 동일한 샘플로 측정 데이터를 얻을 수 있으므로 실험 오류를 줄일 수 있고 양호한 EIT 이미지 재구성을 하여 정확한 forward 모델 시뮬레이션이 가능함.



[그림 30] Frequency-difference (5, 10 kHz) 방법에 의해 재구성한 EIT와 binarized 마이크로 CT 이미지

- [그림 31]은 1, 50 kHz의 넓은 범위 전류 주파수를 적용한 Frequency-difference 방법을 이용하여 재구성한 EIT 이미지와 binarized 마이크로 CT 이미지를 나타냄.
- 넓은 범위의 주파수에서도 <Reference> 샘플은 [그림 30]의 첫 번째 그림과 유사하게 샘플 내부에 철근 없이 경계를 따라 전극만 보여줌. [그림 31]의 2,3,4번째 행 그림을 보면 5, 10 kHz의 Frequency-difference 방법에 의한 이미지 재구성 결과와 비교했을 때 전극으로부터의 거리에 상관없이 3개 모두 철근의 위치가 매우 잘 감지된 것을 알 수 있음. 이는 주입된 전류 주파수 차가 커지면서 철근의 전기전도율 변화가 증가했기 때문임 [38,39].
- 그러나 높은 쪽 전기전도율 변화 분포를 보면 철근이 중심에 가까워질수록 더 넓게 퍼지지만 샘플 경계에서는 잘 집중되는 것을 볼 수 있는데, 이는 아마도 (1) 본 연구에서 사용된 distmesh FEM 모델과 (2) 전극 주변을 측정하는 데 있어 높은 민감성 때문이라 판단됨.
- 먼저 distmesh FEM 모델에서 요소의 크기가 경계 쪽으로는 세분되는 반면 중심 쪽으로는 성기고 넓음. 따라서 요소의 개수가 동일하더라도 중심에서보다 경계에서 더 집중되는 모습을 나타냄. 둘째, 재구성된 전기전도율의 불확실성이 샘플의 중심 쪽으로 갈수록 증가함. 기존에 전기전도율 예측값의 불확실한 정도를 말하는 posterior variance가 실린더 샘플의 중심에서 증가한 반면 전극 주변에서는 감소하였다는 연구 결과가 있는데, 이는 측정이 전극 주변의 전기전도율에 가장 민감하기 때문임 [11].





[그림 31] Frequency-difference (1, 50 kHz) 방법에 의해 재구성한 EIT와 binarized 마이크로 CT 이미지

○ 결론

- 본 연구에서 시멘트 모르타르 속에 들어있는 철근을 감지하기 위해 16-채널 EIT 장비를 사용하여 Frequency-difference EIT를 연구하였음.
- 철근이 없는 샘플과 철근이 있는 경우 경계로부터 측정된 철근의 정착 위치에 따라 경계, 경계와 중심 간, 중심에 철근이 위치한 샘플로 구별하여 EIT 측정을 하였고, EIT 이미지를 재구성을 위해 매트랩 기반 소프트웨어 EIDORS의 스크립트를 2개의 다른 데이터 수집 방법인 Reference-difference 방법과 Frequency-difference 방법으로 활용하였음.
- Laplace prior regularization, One-step linear Gauss-Newton (GN) 알고리즘을 적용하여 EIT 이미지를 재구성하였으며 마지막으로 재구성한 EIT 이미지를 binarized 마이크로 CT 이미지와 비교하여 검증하였음. 상세 내용은 다음과 같음.

1. Reference-difference 데이터를 사용한 EIT 이미지 재구성은 시멘트 모르타르 내부의 철근을 감지하는데 적합하지 않았음. 비록 전극에 가까운 철근은 정확한 모양이 아닐지라도 여러 재구성 노이즈와 함께 감지되었지만, 전극으로부터 멀어질수록 철근은 재구성 오차로 인해 잘 감지되지 않았음.
2. Reference-difference 방법을 실시하기 위해서는 <Reference> 샘플, 철근이 있는 샘플 모두 철근의 유무를 제외하고 모두 동일한 실험 조건을 가져야 함. 그러나 실제로 컨택 임피던스의 불일치, 전극 위치 오차, 공극이나 FSSAs 등과 같은 내부 구성요소의 분포 차이 등이 물체 내 전류 흐름에 영향을 미쳐 불가피한 측정 오류를 발생시키고 부정확한 EIT 이미지를 재구성하는데 영향을 주었음.
3. Frequency-difference EIT는 시멘트 모르타르 내 철근을 감지하는데 있어 Reference-difference EIT보다 더 정확하고 신뢰할 만한 결과를 보여주었음. 재구성한 EIT 이미지가 binarized 마이크로 CT 이미지에 잘 부합되었는데, Frequency-difference EIT는 단 하나의 동일한 샘플로 측정 데이터를 얻을 수 있어 실험 오류를 줄일 수 있고 양호한 EIT 이미지 재구성을 하여 정확한 forward 모델 시뮬레이션이 가능함.
4. Frequency-difference EIT에서 재구성된 이미지는 사용된 2개의 주파수 범위에 많은 영향을 받았음. 넓은 범위 Frequency-difference EIT가 좁은 범위의 주파수를 사용했을 때보다 전극으로부터의 거리에 상관없이 철근의 위치와 모양을 더 잘 감지하였음. 그러나 철근과 관련된 전기전도율 변화 분포를 보면 철근이 중심에 가까워질수록 더 넓게 퍼지지만 경계에 철근이 있는 경우 잘 집중되는 것을 볼 수 있었는데, 이는 아마도 (1) 본 연구에서 사용된 distmesh FEM 모델과 (2) 전극 주변을 측정하는 데 있어 높은 민감성 때문이라 판단됨.

3. 신경망학습기반 철근 탐지 기술 개발

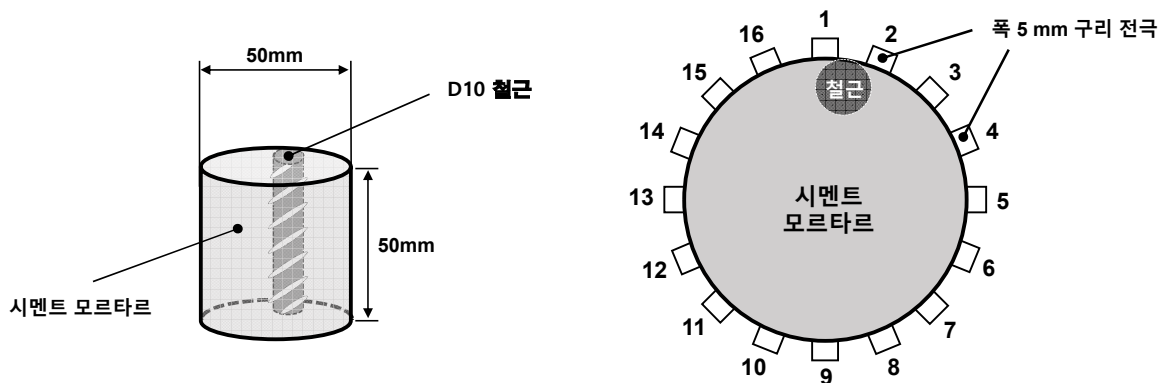
○ 샘플 준비

- 본 연구에서 모르타르 샘플 제작에 사용된 재료는 제1종 포틀랜드 시멘트, 규사, 제강슬래그 잔골재 (fine steel slag aggregates, FSSAs) 등이고, 물-시멘트비 (w/c)는 0.2, 단위 중량당 모르타르 샘플의 배합비는 [표 8]과 같음.
- 먼저 포틀랜드 시멘트, 실리카흙, 실리카 파우더, 규사, FSSAs 등과 같은 분말 재료들을 실험실 배합기에서 5분 정도 건비빔한 후 폴리카르본산계 유동화제 (SP)를 넣고 물을 조금씩 추가한 뒤 5분간 더 혼합하였음.

[표 8] 단위 중량당 모르타르 샘플의 배합비

Portland cement	Silica fume	Silica powder	Silica sand	FSSAs	Water	SP
1.0	0.15	0.25	0.5	0.5	0.2	0.044

- 철근이 매입된 시멘트 모르타르 샘플을 제작하기 위해 길이 50 mm의 D10 이형철근, 직경과 높이가 모두 50 mm인 실린더 몰드가 사용되었음.
- 14개의 모르타르 샘플이 모두 제작되었는데, 먼저 철근이 샘플의 반경 방향으로 동일한 간격을 갖도록 철근을 실린더 몰드 안에 고정된 뒤 철근이 고정된 몰드에 모르타르 혼합물을 부어 넣고 콘크리트 진동 다짐 테이블에서 다짐하였음.
- 그 후 상대습도 99 %, 온도 23 °C에서 처음 48시간 동안 양생하였고, 탈형한 뒤 3일 동안 90 °C 고온의 물에서 양생하였으며 이후 EIT 측정까지 23 °C의 항온습습기에 두었음. 각 시험체의 수분 함유량은 콘크리트 매트릭스의 전기전도율에 영향을 미치는 주요 요인이며, 이로 인해 EIT 재구성 결과에도 영향을 줄 수 있음 [34]. 그러므로 본 연구에서는 수분 함유량 차이로 인한 오차가 발생하지 않게 샘플 간 수분 함유량이 동일하도록 모든 시험체를 엄격히 관리하였음.
- [그림 32]는 철근이 매입된 시멘트 모르타르 샘플의 모습을 도식화하고 EIT 측정을 위해 전극을 설치한 후 시험체를 위에서 본 모습임. 총 16개의 폭 5 mm 구리 테이프 전극을 실린더 모르타르 샘플의 원주면에 균일한 간격을 갖도록 접착제 타입의 실버 페이스트와 절연 테이프를 이용하여 부착하였음.



[그림 32] 시멘트 모르타르 샘플의 철근과 전극 설치 모습

○ Frequency-difference EIT

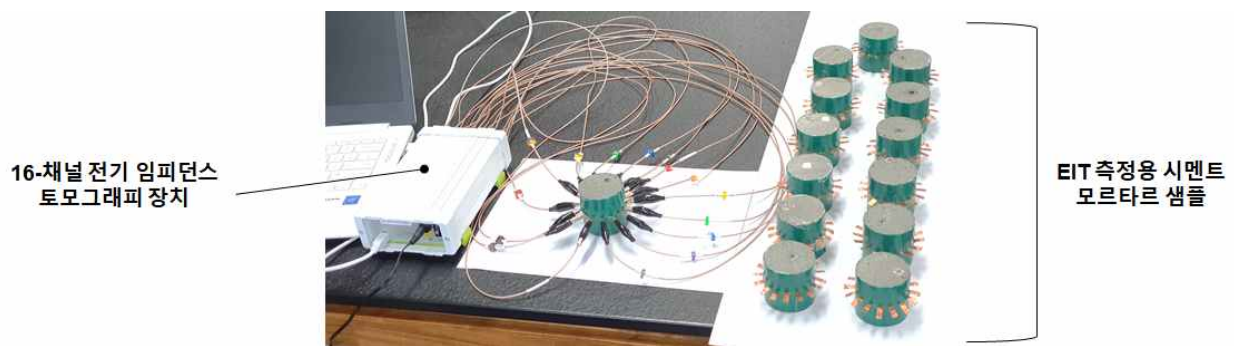
- Frequency-difference EIT는 2개의 다른 주파수를 가진 전류를 주입하여 내부의 전기전도율 분포 이미지를 재구성하는 EIT 방법의 한 종류임 [35]. 보통 Time-difference EIT로 알려진

Reference-difference EIT가 주로 많은 분야, 예를 들어 실시간 폐환기 모니터링 등에서 사용되어 왔는데 [36], 변화 전 초기 측정 데이터인 레퍼런스 데이터를 이용하여 물체 내부의 일시적인 전기전도율 변화를 예측함.

- 건설 재료 분야에서는 몇 연구에서 콘크리트의 시간에 따른 물 유입이나 균열을 감지하기 위해 이 방법을 연구해 왔으나 [21,37], 콘크리트에 매입된 철근을 감지하기 위해서는 Reference-difference EIT를 수행할 수 없음. 왜냐하면 철근은 처음 콘크리트 타설 시 묻혀서 레퍼런스 데이터 즉, 철근이 없는 콘크리트 데이터가 존재할 수 없기 때문임.
- 그러나 Frequency-difference EIT는 레퍼런스 데이터 없이 이미지 재구성을 할 수 있으므로 본 연구에서 시멘트 모르타르 매트릭스 내 철근을 감지하는데 Frequency-difference EIT 방법을 이용하여 EIT 이미지를 재구성하였음.

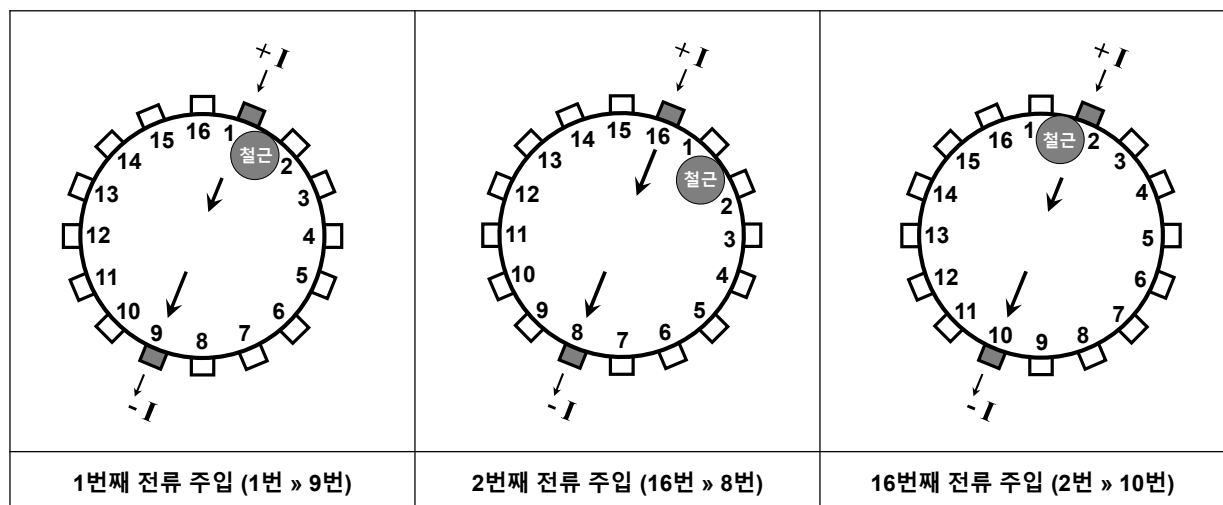
○ EIT 측정과 이미지 재구성

- 전기 퍼텐셜 데이터를 얻기 위한 EIT 측정 실험 셋업은 [그림 33]과 같음. EIT 측정은 철근이 매입된 시멘트 모르타르 시험체에 16-채널 EIT 장비 (Sciospec EIT16, Sciospec Scientific Instruments GmbH, Germany)를 이용하여 측정하였는데, 각 채널은 차례대로 시험체에 부착된 구리 전극에 연결되었음.



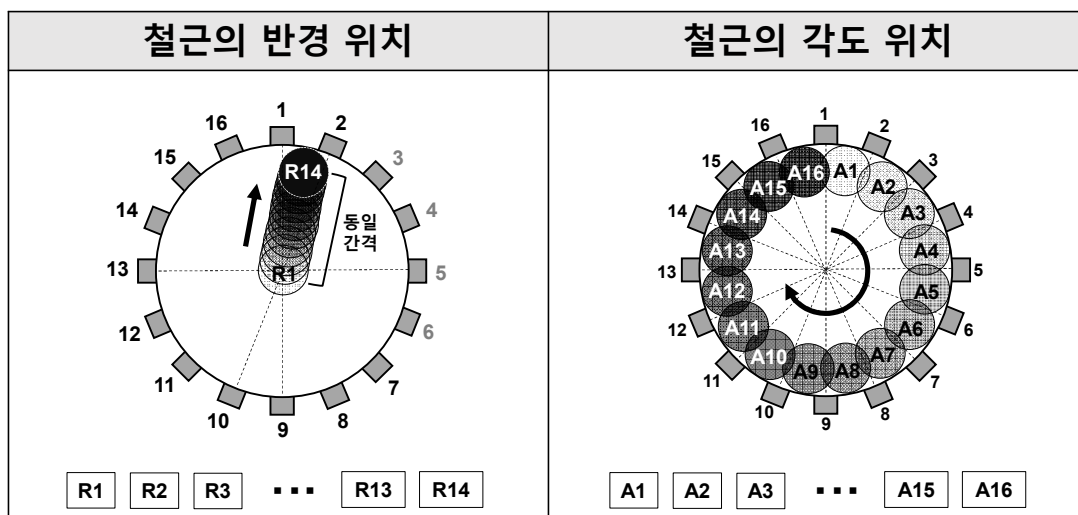
[그림 33] EIT 측정 실험 셋업

- 1, 50 kHz의 2가지 주파수를 가진 1.0 mA의 전류가 [그림 34]와 같이 opposite current drive pattern으로 샘플에 주입되었음. 측정 시 발생할 수 있는 노이즈를 방지하고자 전류는 매 측정마다 5번씩 주입되었음. 전기 퍼텐셜 데이터가 노이즈 없이 일관성 있는지 확인하고 측정 데이터를 EIT 이미지 재구성 과정에 사용하였음.



[그림 34] EIT 장비의 전류 주입 채널과 샘플의 전극을 연결하는 방법

- 다른 각도 위치에서 철근을 보여주는 EIT 이미지를 얻기 위해 [그림 34]에 나타난 바와 같이 샘플을 시계방향으로 돌리면서 모든 전극에 대해 측정하여 각 샘플마다 16번씩 측정하였음. 먼저 [그림 34]의 첫 번째 그림처럼 전류 주입 채널을 1번 전극에 연결하여 측정한 뒤 모든 채널과 전극을 분리함. 그 다음으로 [그림 34]의 두 번째 그림처럼 전류 주입 채널을 16번 전극에 연결하여 측정하고 동일 절차를 반복하여 순차적으로 측정한 후에 마지막으로 [그림 34]의 세 번째 그림처럼 전류 주입 채널을 2번 전극에 연결하여 측정하고 끝냄.
- [그림 35]는 반경과 각도 위치로 철근의 위치를 분류하는 방법을 나타냄. 먼저 [그림 35]의 왼쪽 그림에서 철근의 반경 위치를 보면 샘플 중심에 철근이 있는 경우 R1이 되고, R2부터 동일 간격으로 멀어져 샘플 경계에 철근이 있는 경우를 R14로 함. [그림 35]의 오른쪽 그림에서 철근의 각도 위치를 보면 1번 전극과 2번 전극 사이에 철근이 있는 경우 A1, 2번 전극과 3번 전극 사이에 철근이 있는 경우 A2, 시계방향을 따라 마지막으로 16번 전극과 1번 전극 사이에 철근이 있는 경우 A16으로 함. 그리하여 본 연구에서는 총 224번 EIT 측정이 수행되었음.



[그림 35] 철근을 반경과 각도 위치로 구분하여 EIT 이미지 데이터를 분류

- EIT 이미지 재구성은 오픈 소스 매트랩 기반 소프트웨어 패키지인 전기 임피던스 토모그래피 및 확산 광학 토모그래피 재구성 소프트웨어 (Electrical Impedance tomography and Diffuse Optical tomography Reconstruction Software, EIDORS)를 사용하였음 [38,39].
- 본 연구에서는 완전전극모델(CEM), Tikhonov regularization, One-step Gauss-Newton (GN) 재구성 알고리즘을 적용하였는데, 이는 가장 흔히 사용되는 EIT 재구성 알고리즘 중 하나임 [40]. 또한 Laplace prior는 regularization matrix로 활용되었음. 본 연구에서 사용된 Laplace prior, Tikhonov regularized GN 재구성 알고리즘은 다른 알고리즘과 비교했을 때 더 나은 재구성 결과를 산출한다고 알려져 있음 [41].
- regularization matrix는 EIDORS를 사용하여 계산되었고 regularization parameter는 0.1로 하였음. EIT 유한요소법 (FEM) 모델에서 중심보다 경계에서 더 작고 뾰족하게 더 많은 요소로 나누어지는 distmesh grid를 사용하는데, 대체로 EIT 이미지 재구성을 할 때 추천되는 모델임 [44]. 컨택 임피던스 값은 매트랩에서 maximum log-likelihood estimation에 기반하여 비선형 회귀 분석을 통해 예측하였음.

○ X-ray 마이크로 토모그래피 측정

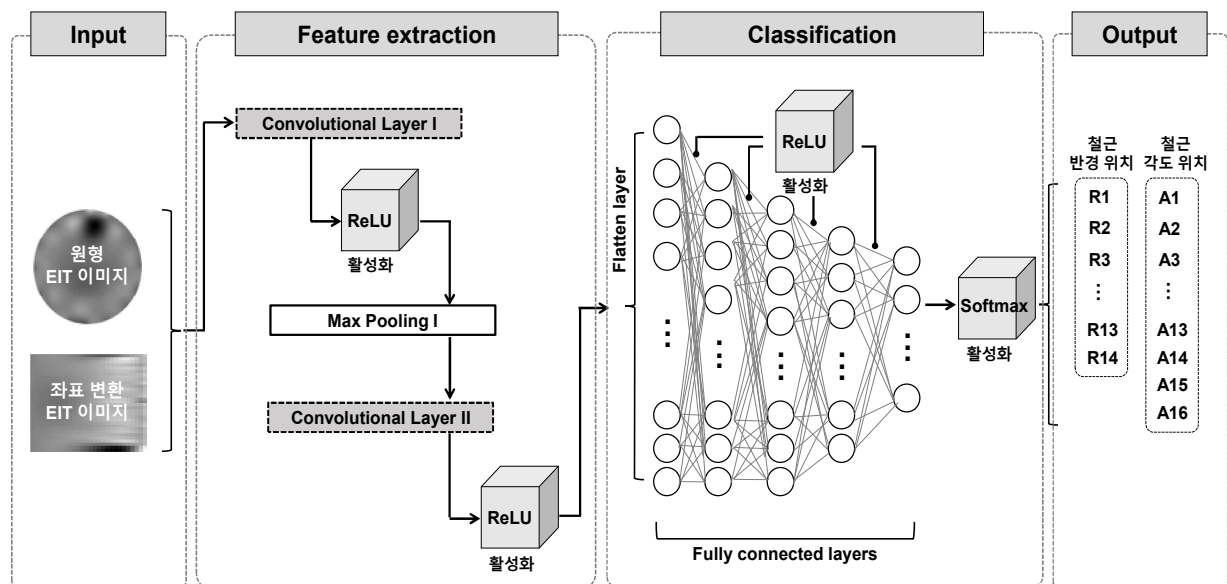
- EIT 측정과 딥러닝 모델의 테스트 결과를 검증하기 위해 X-ray computed tomography (CT) 기술이 활용되었음. 모든 샘플을 고에너지 X-ray 마이크로 CT 장치 (high-energy X-ray micro-CT system, SkyScan 1173, Bruker, Belgium)를 이용하여 단층촬영 하였음. 단층촬영에 사용된 X-ray source의

전압은 130 kV, 전류는 60 μ A이고, 0.3° 회전마다 노출 시간은 0.5 s씩 X-ray가 투사되었음.

- 하나의 샘플마다 2240 × 2240 픽셀의 해상도를 나타내는 2,200장의 이미지가 재구성되었고, 픽셀의 크기는 대략 30 μ m임. 2,200장의 재구성된 이미지 중 샘플 높이의 중간 부분에 있는 이미지를 대표로 선택하여 비교를 위해 활용하였음.
- 마지막으로 선택된 X-ray CT 이미지는 binarize하여 철근 위치는 “black”으로 나머지 시멘트 매트릭스 부분은 “white”로 하는 2진법의 형태를 나타내도록 시각화하였음.

○ CNN(Convolutional Neural Network) 아키텍처

- EIT 이미지에서 철근의 위치를 감지하기 위한 CNN 모델 학습은 파이썬으로 작성된 딥러닝 프레임워크로 백엔드가 텐서플로우인 Keras 프레임워크를 사용하여 수행되었음 [45].
- 제안된 CNN의 전체 아키텍처는 [그림 36]과 같음. 화살표는 진행 순서를 나타내며 블록은 2개의 convolutional layer, 1개의 pooling layer, 5개의 fully connected layer로 구성되어 있음.
- 모든 convolutional layer의 kernel 사이즈는 3 × 3, stride는 1, convolution에 사용된 필터의 수는 첫 번째 convolutional layer에서 32개, 두 번째 convolutional layer에서 64개임. convolutional layer는 input 이미지에서 이미지 특징을 추출함 [30]. 본 연구에서는 3 × 3 matrix인 작은 convolution 필터가 픽셀 단위 이미지를 따라 이동하면서 특징을 탐색하여 행렬 요소들을 곱하고 더해서 feature map이라 하는 output matrix를 만들게 됨 [30].



[그림 36] EIT 이미지에서 철근을 감지하기 위한 CNN 전체 아키텍처

- convolution 과정 후 feature map이 비선형성을 나타낼 수 있게 활성화 함수가 사용됨. sigmoid 함수, hyperbolic tangent 함수, Rectified Linear Units (ReLU) 함수 등과 같은 비선형 활성화 함수 중에서 딥러닝 모델에는 주로 ReLU 함수가 가장 적합하다고 여겨짐 [30]. 따라서 본 연구에서도 ReLU 함수를 사용하였음.
- 다음으로 max pooling layer가 중요한 정보는 유지하되 feature map의 크기를 줄이기 위해 사용됨 [30]. 딥러닝에서 계산 시간을 절약하고 overfitting이 발생하는 것을 방지해줌.
- 이어서 multiple fully connected layer가 사용되는데, fully connected layer는 input을 라벨로 분류하기 위해 convolution에서 추출된 특징과 pooling 과정을 사용함 [31].
- 마지막 layer에서 활성화 함수의 한 종류인 Softmax 함수가 분류 문제에서 흔히 사용됨 [46]. Softmax

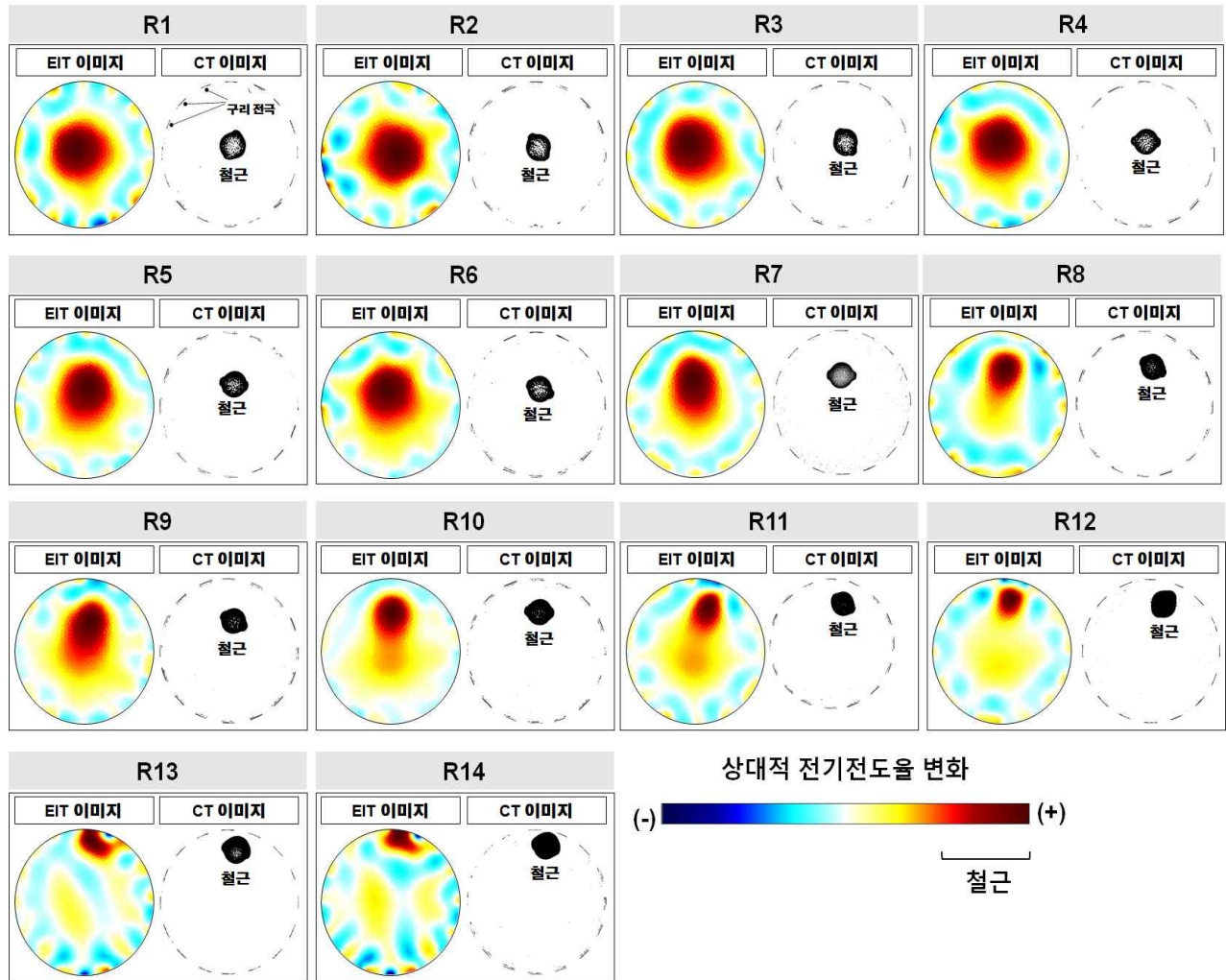
함수를 사용하면 최종 output을 가장 확률이 높은 클래스로 간주할 수 있음. 본 연구에서는 철근 위치를 반경 위치로 R1, R2, ..., R14로 분류하거나 각도 위치로 A1, A2, ..., A16로 분류하기 위해 Softmax layer를 사용하였음.

○ input 데이터 세트

- EIT 측정으로 총 224개의 재구성된 EIT 이미지가 수집되었고 재구성된 EIT 이미지를 각각 철근의 반경과 각도 위치에 따라 라벨링하였음.
- 원형 EIT 이미지 원본은 RGB 값을 가진 2,304개의 요소로 구성되었는데, 본 연구에서는 EIT 이미지 원본을 2개의 input 데이터 세트 - (1) grayscale 원형 EIT 이미지와 (2) grayscale 직교 좌표 변환 EIT 이미지로 재조정하였음. 먼저 컬러 EIT 이미지 원본을 grayscale로 전환시키고 35 × 35 픽셀로 크기를 재조정하였음. 다음에는 grayscale로 전환된 EIT 이미지를 좌표 변환을 통해 사각 이미지로 변경하였음.
- 이처럼 변형된 이미지에서 x축은 반경 위치를 나타내고 y축은 각도 위치를 나타내는데, 이렇게 하면 철근의 위치 정보를 더 잘 나타낼 수 있게 됨. 좌표 변환은 매트랩에서 직접 작성한 스크립트를 통해 수행되었음.
- 마지막으로 224개의 이미지 중에서 201개의 이미지는 학습용 데이터 세트로, 나머지 23개의 이미지는 테스트용 데이터 세트로 구분하여 테스트 양이 전체의 0.1 정도가 되도록 2개의 input 데이터 세트로 나누었음. 단, 테스트용 데이터에는 모든 라벨이 골고루 포함되도록 하였음.

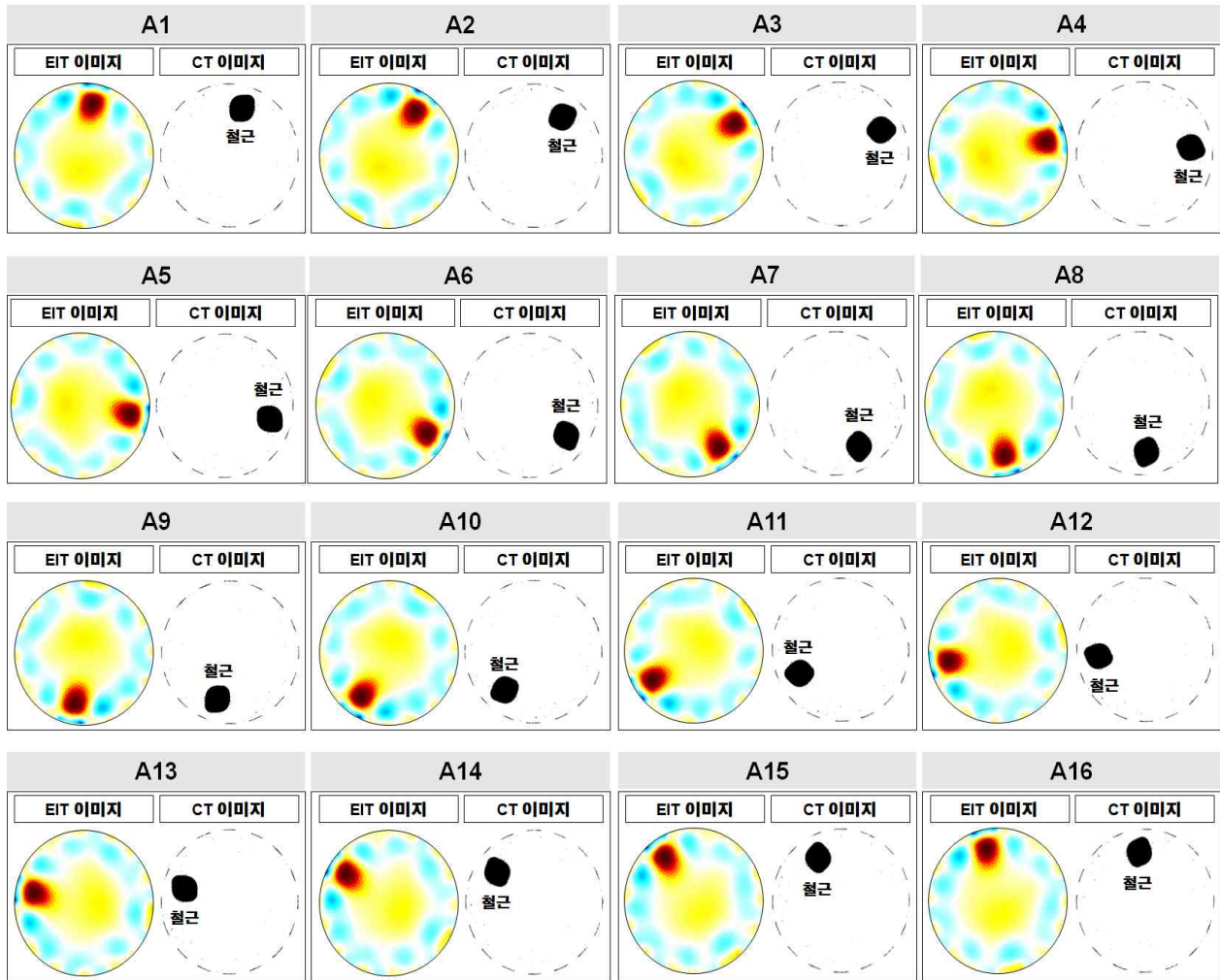
○ 재구성한 EIT 이미지

- [그림 37]은 Frequency-difference 방법에 의해 재구성한 EIT 이미지와 binarized X-ray CT 이미지를 나타냄. [그림 37-1]에서는 철근의 반경 위치가 샘플 중심 R1에서부터 점점 바깥쪽으로 이동하여 경계 R14까지 변화하는 모습을 나타냄. 반면 [그림 37-2]에서는 철근의 각도 위치가 1번 전극과 2번 전극 사이 A1에 있을 때를 시작으로 시계방향으로 이동하며 변화하는 모습을 나타냄.



[그림 37-1] 철근의 반경 위치로 재구성한 EIT 이미지와 binarized X-ray CT 이미지

- EIT 이미지에서 철근은 [그림 37]에서 빨간색 부분으로 보이는데 시멘트 모르타르 매트릭스와 뚜렷하게 구별됨. 또한 X-ray CT 이미지에서 확인할 수 있듯이 빨간색 부분과 실제 철근 위치도 잘 부합하는 것을 알 수 있음. 따라서 본 연구에서 사용한 EIT 재구성 방법과 EIT 측정은 시멘트 모르타르 샘플에 매입된 철근의 존재를 잘 나타낸다고 할 수 있음.
- 비록 EIT 이미지의 해상도가 X-ray CT 이미지처럼 이형철근의 상세 단면까지 보여줄 만큼 높지 않더라도 대략적인 철근 위치는 EIT 이미지에서도 충분히 추정할 수 있음. 게다가 높은 전기전도율을 보이는 부분이 노이즈 없이 철근 위치에서만 나타난다는 점에서 볼 때 EIT 이미지에서 철근으로 인한 분명하고 고유한 대비가 철근 위치에 대한 정보를 잘 나타낸다고 할 수 있음.
- 주목할 점은 [그림 37-2]의 각 이미지가 각각 다른 전기 퍼텐셜 측정 데이터에서 재구성된 이미지인데도 불구하고 회전에 의한 차이를 제외하고 샘플 간 전기전도율 변화 분포가 매우 유사함을 알 수 있음. 이러한 사실은 EIT 재구성 과정이 매우 ill-posed 비선형 문제라서 사소한 측정 오류에도 심각한 오차를 발생할 수 있다는 점에서 볼 때 [47], 본 연구의 EIT 측정이 제대로 수행되었음을 나타냄.



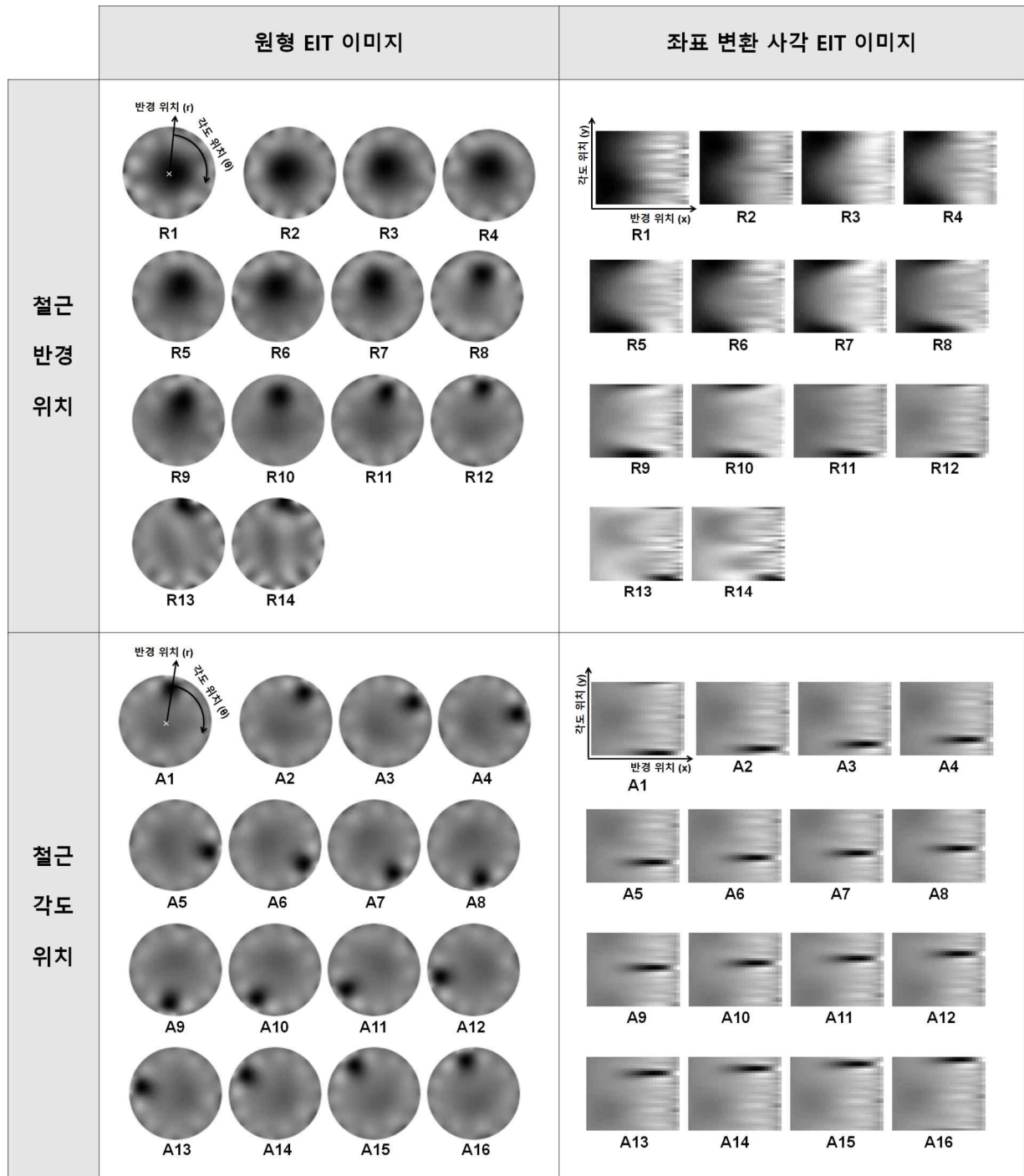
[그림 37-2] 철근의 각도 위치로 재구성한 EIT 이미지와 binarized X-ray CT 이미지

- 그러나 본 연구에서는 모든 샘플에 D10 철근을 사용하여 철근 크기가 동일한데 철근으로 인한 상대적으로 높은 전기전도율 변화 분포는 샘플마다 다른 것을 볼 수 있음. 철근이 중심에 가까워질수록 더 넓게 퍼지는 반면 철근이 샘플 경계에 있을 때에는 집중되는 모습을 나타냄. 그리하여 중심과 가깝게 철근이 있는 샘플 간에 철근의 위치가 매우 비슷하게 보임. 특히 [그림 37-1]에서 철근이 중심 근처에 있는 R1부터 R6 샘플까지 그러하데, 이러한 이유로 EIT 이미지에서 철근의 위치를 정확히 파악하는 것은 어려움.

○ 딥러닝용 input 데이터

- [그림 38]은 [그림 37]의 EIT 이미지 원본을 grayscale로 전환한 EIT 이미지 input 데이터 세트를 나타냄. 빨간색 픽셀은 “0”과 가까운 값으로 라벨링 되고 grayscale 이미지에서 어두운 픽셀로 보여짐.
- [그림 38]의 첫 번째 행 왼쪽 그림은 철근의 반경 위치에 따라 달라지는 grayscale 원형 EIT 이미지를 나타내고, [그림 38]의 첫 번째 행 오른쪽 그림은 좌표 변환 사각 EIT 이미지를 나타내는데 x축은 반경 위치, y축은 각도 위치를 나타냄.
- 예를 들어 중심에 철근이 위치한 R1 샘플의 경우 [그림 38]의 첫 번째 행 왼쪽 그림에서는 가장 어두운 부분이 중심에서 보이게 되지만 [그림 38]의 첫 번째 행 오른쪽 그림에서는 R1 샘플에서 가장 어두운 부분이 x축을 따라 최소값을 나타내는 사각 이미지의 왼쪽 부분에 위치하게 됨.
- 마찬가지로 경계에 철근이 위치한 R14 샘플의 경우 가장 어두운 부분이 [그림 38]의 첫 번째 행 왼쪽 그림에서는 경계에 위치하지만 [그림 38]의 첫 번째 행 오른쪽 그림에서는 x축을 따라 최대값을 나타내는 오른쪽 부분에 위치하게 됨. 철근이 중심에 가까울수록 [그림 38]의 첫 번째 행 오른쪽

그림에서 y축 방향으로 대비되는 차이 없이 모호한 모습을 볼 수 있는데, 이는 [그림 37]의 EIT 이미지 원본에서 확인할 수 있듯이 철근이 중심에 가까워질수록 서로 너무 많이 겹치게 되었기 때문으로 보임.

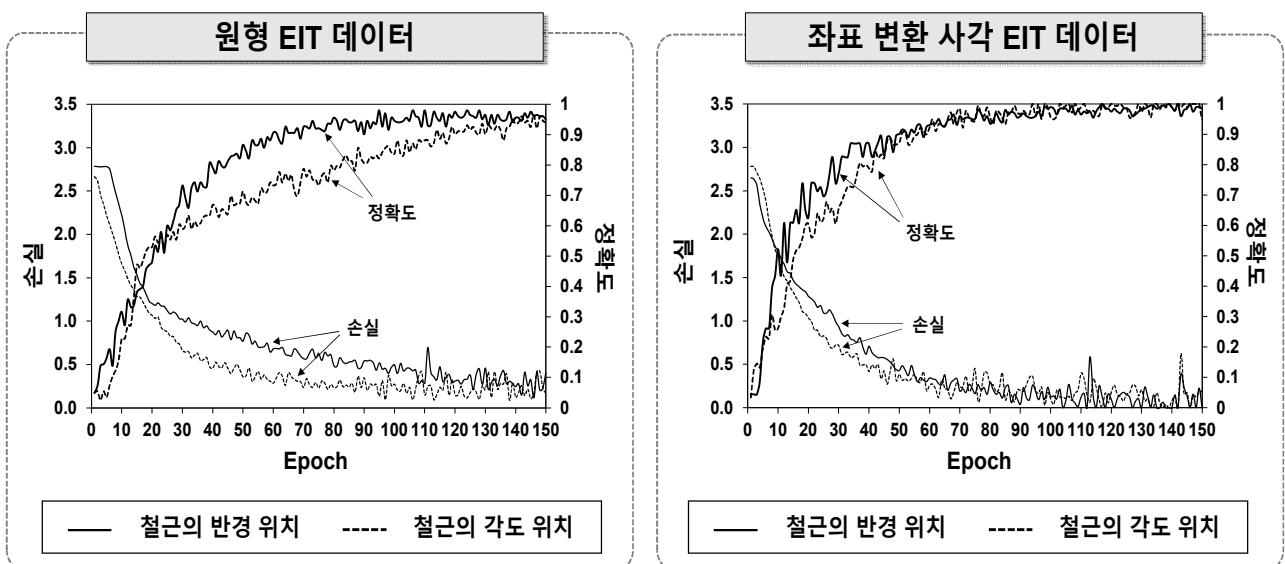


[그림 38] 딥러닝용 grayscale EIT 이미지 input 데이터 세트

- [그림 38]의 두 번째 행 왼쪽 그림은 철근의 각도 위치에 따라 달라지는 grayscale 원형 EIT 이미지를 나타내고, [그림 38]의 두 번째 행 오른쪽 그림은 [그림 38]의 첫 번째 행 오른쪽 그림과 같은 방식으로 좌표 변환된 사각 EIT 이미지를 나타냄.
- [그림 38]의 두 번째 행 왼쪽 그림을 보면 철근 위치가 A1에서 A16까지 시계방향으로 회전된 것을 알 수 있음. 그리하여 [그림 38]의 두 번째 행 오른쪽 그림에서도 A1부터 A16까지 가장 어두운 부분이 y축 방향, 즉 각도 방향을 따라 수직하게 올라가는 모습을 보임. 반면 x축 방향으로서는 일정한 레벨을 유지하는데 이는 철근의 반경 위치에 변화가 없고 동일하기 때문임. 따라서 본 연구에서는 철근 위치 정보를 나타내는 중요한 특징을 유지하면서 input 데이터를 적절히 준비하였다고 할 수 있겠음.

○ 학습 결과

- CNN 모델 학습 중 학습의 정확도 및 손실 (categorical cross-entropy)의 추적 과정은 [그림 39]와 같음. 전체 학습 데이터 세트, 본 연구에서는 201개의 학습 데이터 세트가 제안된 CNN 모델을 앞뒤로 지나가면 하나의 epoch가 완성됨. epoch 수가 증가함에 따라 학습 정확도는 점차 증가하여 최고 레벨에 도달하는 반면 손실은 점차 감소하여 "0"에 도달함. 모델의 손실이 대략 100번 epoch에서 최소 레벨에 도달할 때 학습 정확도가 더이상 증가하지 않음.
- 먼저 [그림 39]의 왼쪽 그림을 보면 원형 EIT 데이터를 훈련할 때 가장 높은 학습 정확도가 98.0 %이었음. 그러나 [그림 39]의 오른쪽 그림을 보면 좌표 변환 사각 EIT 데이터를 훈련할 때 가장 높은 학습 정확도는 100.0 %이었고 몇 epoch 만에 달성하였음. 이는 제안된 CNN 모델이 원본인 원형 EIT 이미지 데이터에서보다 철근의 반경과 각도 위치와 같은 특징 정보를 잘 나타낸 좌표 변환 데이터에서 더 잘 학습되었다는 것을 나타냄.



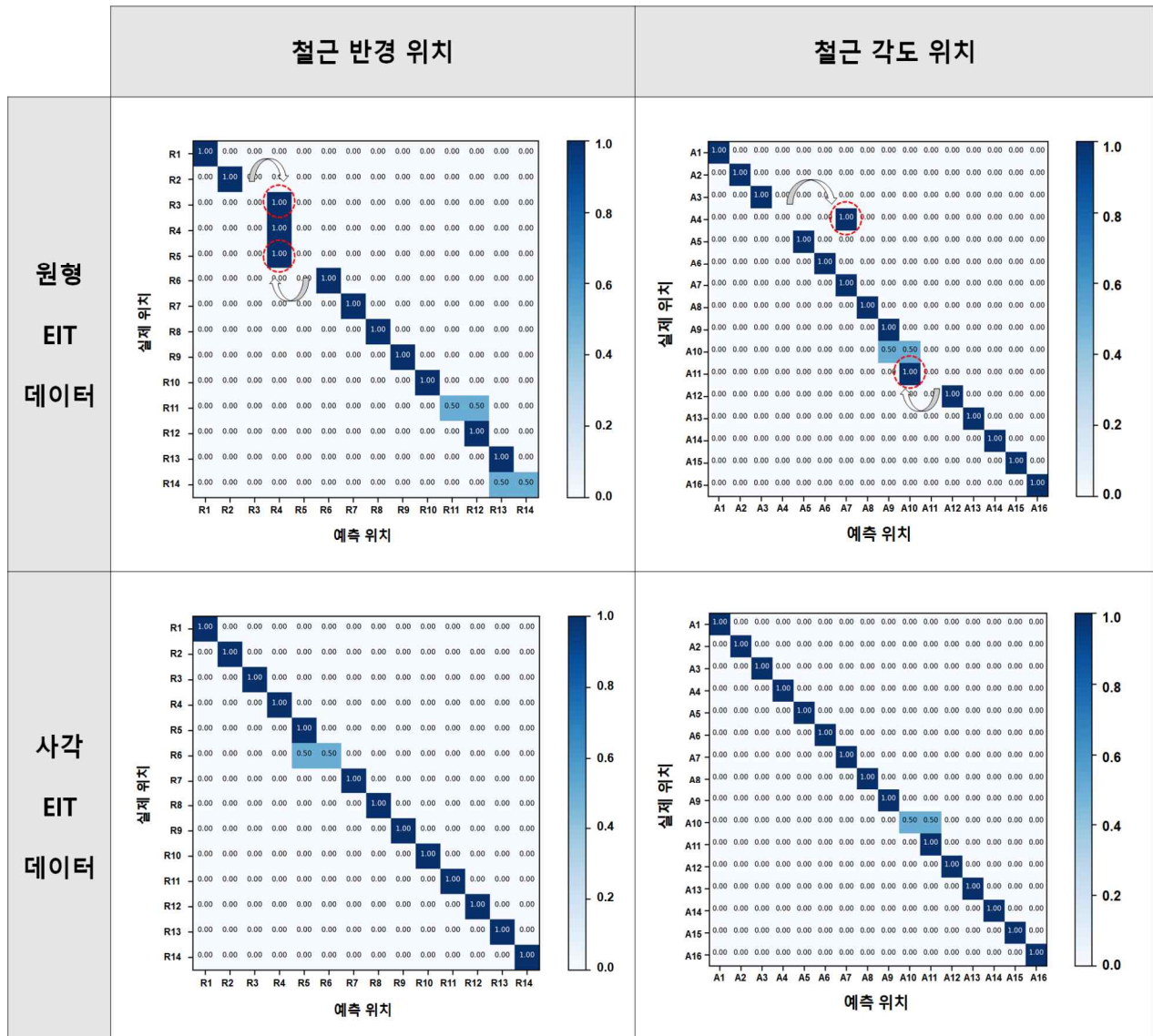
[그림 39] CNN 모델의 학습 정확도 및 손실

○ 성능 평가

- CNN 모델의 구조와 학습된 파라미터를 기반으로 제안된 CNN 모델이 테스트 데이터 세트를 이용하여 철근의 각 위치를 예측하기 위해 활용되었음. 철근의 반경과 각도 위치에 대한 감지 결과를 더 명확하게 검증하고자 정규화된 혼동 행렬을 [그림 40]과 같이 나타내었음. 정규화된 혼동 행렬은 모델의 분류 성능을 시각화하여 설명하는데 효과적인 방법임 [48].
- 원형 EIT 이미지 예상 테스트 결과는 [그림 40]의 첫 번째 행 그림에서 짙은 파란색 사각형으로 표시한 것처럼 본 연구에서 제안한 모델이 철근의 위치를 정확하게 잘 예측하였으나, 굵은 화살표로 표시한 빨간 원 안에 보이는 것과 같이 몇몇 위치는 잘못 인식되었음. A4 예측을 제외하고 대부분 잘못 예측된 위치는 예를 들어 R3를 R4로 잘못 예측한 것처럼 ground-truth에 가까운 위치임.
- 최종적으로 원형 EIT 이미지에 대한 모델의 감지 정확도는 82.6 %이었음. 반면 좌표 변환 사각 EIT 데이터를 사용했을 때 철근의 반경과 각도 위치는 모두 매우 정확하게 감지되었음. 감지 정확도는 95.6 %이었는데, 이는 모델이 23개 테스트 데이터 중 22개에서 철근 위치를 정확하게 감지했다는 것을 의미함. 전체 테스트 데이터 세트에서 단 하나의 오답만 발견되었음.
- 따라서 제안된 CNN 모델은 input 데이터로 좌표 변환된 사각 EIT 데이터를 사용했을 때 높은 정확도를 보이며 더 향상된 감지 성능을 나타냄. 이와 같은 성능 차이는 "feature engineering"으로 설명될 수 있는데, 여기서 "feature engineering"이란 원본 데이터를 대상 정보가 잘 나타나게 더 유용한 데이터로

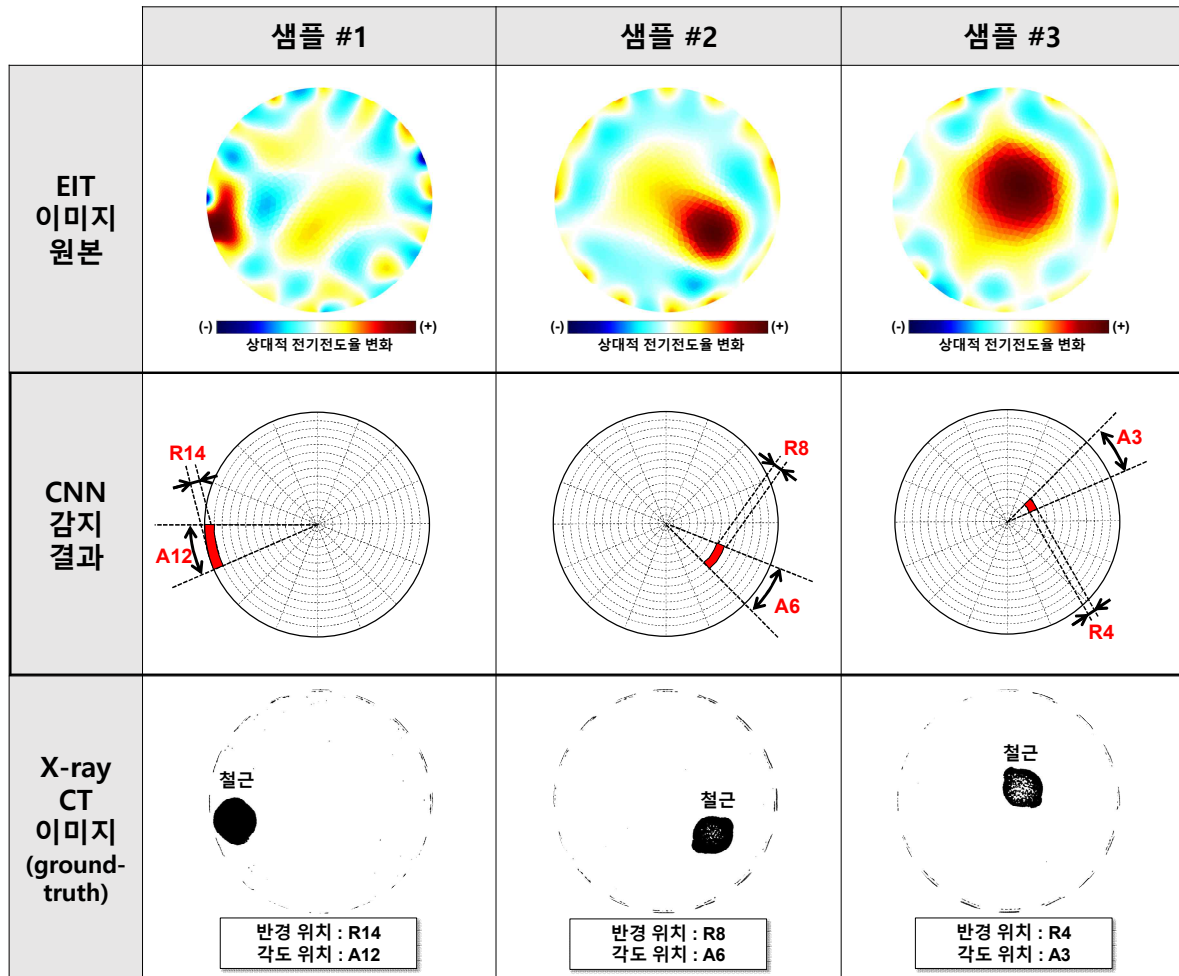
변환하는 방법임 [49]. 이 과정은 머신러닝 모델이 input 데이터를 더 잘 이해하도록 해줌.

- 본 연구처럼 아주 적은 데이터로 문제를 해결하는 경우 데이터 전처리 과정을 통해 철근의 반경 및 각도 위치와 같은 유의미한 특징을 추출할 필요가 있음. 유용한 특징은 모델이 아주 적은 데이터로도 문제를 더 잘 해결할 수 있게 해주기 때문임 [49].



[그림 40] 정규화된 혼동 행렬

- [그림 41]에서 임의로 선택한 3개의 샘플 (#1, #2, #3으로 표기)에 대해 원본 EIT 이미지, ground-truth로 X-ray CT 이미지와 함께 CNN 모델의 감지 결과를 시각적으로 비교 검증하였음. 선택된 원본 EIT 이미지는 학습된 파라미터로 CNN 모델을 사용하는데 테스트 되었음.
- 감지 결과는 [그림 41]의 두 번째 행 그림에서 빨간색 부분으로 나타내었고, [그림 41]에서 세 번째 행 그림의 X-ray CT 이미지와 검증한 결과 제안된 CNN 모델은 원본 EIT 이미지에서 철근의 높은 전기전도율이 넓게 퍼진 듯한 모습에도 불구하고 철근의 반경과 각도 위치를 구별하는데 성공하였음.



[그림 41] CNN 모델의 탐지 결과 시각화 검증

○ 결론

- 본 연구에서는 Frequency-difference EIT에 기반한 딥러닝을 이용하여 높은 정확도로 철근의 위치를 감지하는지 연구함. EIT 측정을 위해 철근의 위치가 다른 시멘트 모르타르 샘플이 이용되었고, 원본 EIT 이미지는 철근의 반경과 각도 위치에 따라 라벨링되었음.
- 2개의 다른 데이터 세트, 원형 EIT 이미지와 좌표 변환 사각 EIT 이미지가 input 데이터 세트로 사용되었음.
- 마지막으로 감지 결과를 정규화된 혼동 행렬을 사용하여 평가하였고, X-ray CT 이미지와 비교하여 검증하였음. 상세한 내용은 다음과 같음.

1. 제안된 CNN 모델은 Frequency-difference EIT 이미지에서 철근 위치를 성공적으로 구별하였음. 원본 EIT 이미지에 철근의 높은 전기전도율이 넓게 분포되었으나 CNN 모델은 철근의 반경과 각도 위치 대부분을 정확하게 식별하였음.
2. 본 연구에서 딥러닝을 위한 input 데이터로 2개의 데이터 세트가 사용되었음. (1) 극좌표 원형 EIT 이미지 원본과 (2) 직교 좌표로 변환된 사각 EIT 이미지인데, 좌표 변환 이미지에서 x축은 샘플 내 철근의 반경 위치, y축은 샘플 내 철근의 각도 위치를 나타냄.
3. 원형 EIT 이미지 원본을 사용했을 때와 비교하여 좌표 변환 사각 EIT 이미지를 사용했을 때 감지 정확도가 82.6 %에서 95.6 %로 상당히 증가하였음. 감지 성능은 원본 학습 데이터보다 철근 위치 정보에 대한 본 연구의 반경 및 각도 위치와 같은 유의미한 특징을 더 잘 나타내는 데이터로 변경했을 때 명확히 개선되는 것을 알 수 있었음.

< 별첨 >

별첨 자료

1. 총 연구개발기간 성과점검기준표 및 증빙자료
2. 세부 정량적 연구개발성과 증빙자료(총 연구개발기간 성과점검기준표 실적 증빙자료에 기 포함되어 있는 증빙자료 제외)

[뒷면지]

주 의

1. 이 보고서는 국토교통부에서 시행한 국토교통과학기술 연구개발사업 ‘국토교통기술촉진연구사업’ 연구개발과제 최종보고서이다.
2. 이 연구개발내용을 대외적으로 발표할 때에는 반드시 국토교통부(국토교통과학기술진흥원)에서 시행한 국토교통과학기술 연구개발사업의 결과임을 밝혀야 한다.
3. 국가과학기술 기밀 유지에 필요한 내용은 대외적으로 발표 또는 공개하여서는 안 된다.